

SDLL148 – définition d'un inter-spectre analytique d'excitation sur une poutre et projection sur base modale

Résumé :

Ce cas test permet de valider l'option `SPEC_CORR_CONV_3` de l'opérateur `DEFI_SPEC_TURB`, qui permet de définir un spectre défini par un ensemble de fonctions analytiques, et de projeter celui-ci sur une base de modes.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie du modèle numérique

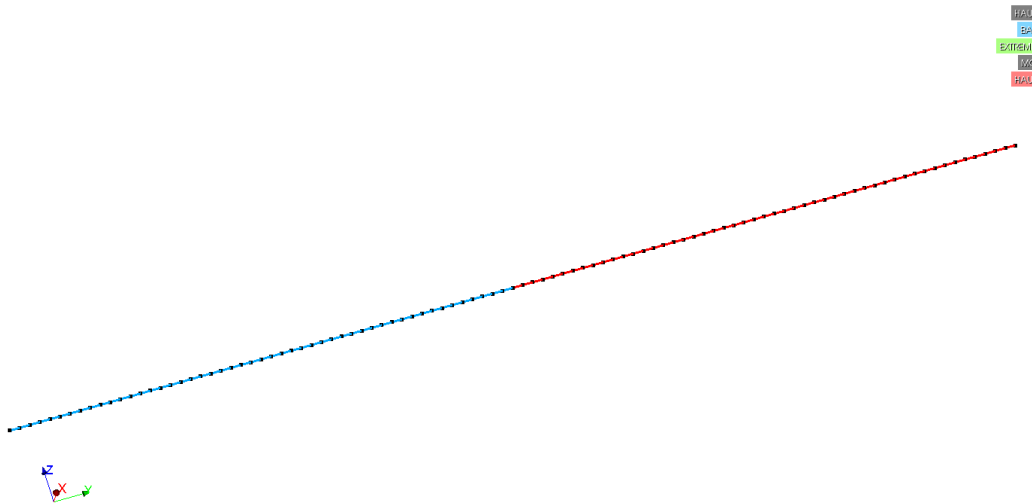


Illustration 1.1: maillage du modèle.

1.2 Groupes de mailles et de nœuds

- groupes de nœuds et de mailles *MC* : toute la poutre,
- groupes de nœuds et de mailles *BAS* : moitié basse (en bleu),
- groupes de nœuds et de mailles *HAUT* : moitié haute (en rouge),
- groupe de nœud *EXTREMIT* : base de la poutre.

1.3 Propriétés des matériaux

- Pour tous les éléments
 - $E = 2.2 \times 10^{11} Pa$ Module d'Young
 - $\nu = 0.3$ Coefficient de poisson
 - $\rho = 8333.0 kg.m^{-3}$ Masse volumique

1.4 Conditions aux limites et chargements

- Déplacement imposé :
 - groupe *EXTREMIT* : $DRX = DRY = DRZ = DX = DY = DZ = 0.0$
 - groupe *MC* : $DZ = 0.0$

1.5 Caractéristiques géométriques des éléments de structure

- Groupe *MC* : section de type tube ('CERCLE') :
 - rayon : $R = 7.94 mm$,
 - épaisseur : $e = 3.176 mm$

2 Objectif du cas-test, validation

L'objectif du cas-test est de valider la fonctionnalité `SPEC_CORR_CONV_3` de l'opérateur `DEFI_SPEC_TURB`, qui permet de définir un spectre en utilisant des fonctions analytiques de la variable de l'espace et de la fréquence.

Dans la modélisation A, le spectre défini est purement théorique, puisque les fonctions sont des sinus. Le calcul de la double intégrale $\int_{\Omega} \int_{\Omega} \Phi_i(\underline{x}_1) \cdot S_f(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \omega) \cdot \Phi_j(\underline{x}_2) d\Omega_1 d\Omega_2$ peut donc être résolu de manière analytique, en supposant que les 2 premiers modes propres de la poutre sont également des fonctions sinus. Dans la modélisation B, le spectre défini est représentatif d'un écoulement en aval d'une grille de mélange sur un crayon combustible (modèle de Corcos).

2.1 Déroutement du cas-test

- Calcul des modes propres : les deux premiers modes propres sont calculés, ils sont de la forme $\phi(y) = \sin(\pi y)$ et $\phi(y) = \sin(2\pi y)$,
- définition des fonctions du spectre turbulent :
 - modélisation A $S_{xx} = f \cdot \sin(\pi y_1) \cdot \sin(\pi y_2)$
 - modélisation B

$$S_f(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \omega) = \begin{cases} S_{xx} = \exp\left(-\frac{|y_2 - y_1|}{\lambda_{cx}(\omega)}\right) \cdot \exp\left(j\omega \frac{y_2 - y_1}{U_c}\right) S_f(y_1, y_1, \omega) \\ S_{yy} = \exp\left(-\frac{|y_2 - y_1|}{\lambda_{cy}(\omega)}\right) \cdot \exp\left(j\omega \frac{y_2 - y_1}{U_c}\right) S_f(y_1, y_1, \omega) \end{cases}$$

(en ajoutant des termes de corrélation entre les efforts selon x et y avec les fonctions S_{xy} et S_{yx}).

- création d'une table contenant les fonctions associées aux directions,
- création de l'inter-spectre avec `DEFI_SPEC_TURB`,
- projection de l'inter-spectre sur les deux modes propres calculés avec `PROJ_SPEC_BASE` ; la projection se fait sur le groupe de mailles 'BAS' uniquement.

Remarque :

Pour la modélisation B, on définit une excitation dans les deux directions. Cependant, les deux modes calculés sont dans la direction X (la direction DZ est bloquée). Donc l'excitation selon Y n'aura aucune influence sur le résultat de l'excitation modale.

2.2 Validation des résultats

2.2.1 Modélisation A

Pour la modélisation A, la validation est analytique. En effet, les intégrales à calculer sont les suivantes :

- auto-spectre mode 1 : $\int_0^{0.5} \int_0^{0.5} \sin^2(\pi y_1) \sin^2(\pi y_2) dy_1 dy_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = 0.0625$
- inter-spectre mode 1 – mode 2 : $\int_0^{0.5} \int_0^{0.5} -\sin^2(\pi y_1) \sin(\pi y_2) \sin(2\pi y_2) dy_1 dy_2 = -\frac{2}{3\pi} \cdot \frac{1}{4} = -0.05305$

- auto-spectre mode 2 :

$$\int_0^{0.5} \int_0^{0.5} \sin(\pi y_1) \sin(2\pi y_1) \sin(\pi y_2) \sin(2\pi y_2) dy_1 dy_2 = -\frac{2}{3\pi} \cdot -\frac{2}{3\pi} = 0.04503$$

2.2.2 Modélisation B

Pour la modélisation B, la validation se fait par non régression.

- auto-spectre mode 1 : 0.11
- inter-spectre mode 1 – mode 2 : $0.11 + 0.01534j$
- auto-spectre mode 2 : 0.11 .