

ZZZZ361 - Cas de découpe dégénérés pour les éléments XFEM 3D quadratique

Résumé :

Dans ce cas test, on propose de vérifier le bon déroulement des cas de découpe volumique particuliers dans le cadre XFEM quadratique. En XFEM tridimensionnel, les éléments finis « parents » traversés par la fissure sont découpés en tétraèdres « enfants » qui sont alors redécoupés en sous-tétraèdres pour être conformes avec la discontinuité.

Il existe au total cinq configurations de découpe de tétraèdres « enfants » en sous-tétraèdres (*cf.* [R7.02.12]), distinguées suivant le nombre de nœuds sommet du tétraèdre enfant pour lesquels la Isn s'annule ($npts$) et le nombre de points d'intersection entre la surface $Isn=0$ et les arêtes du tétraèdre enfant. Cependant, des configurations « rasantes » dégénérées existent. Ces configurations dégénérées se ramènent aisément aux configurations de découpe classiques.

On s'intéresse ici aux six configurations dégénérées (modélisations A à F) pour lesquelles la surface $Isn=0$ rase la surface du tétraèdre enfant, et qui ne surviennent qu'en XFEM quadratique. Ces situations apparaissent lorsqu'une ou plusieurs arêtes du tétraèdre enfant possèdent exactement 2 points tels que $Isn=0$ (nécessairement une extrémité et le nœud milieu d'après l'ajustement des *level set* dans le cas quadratique). Enfin dans la modélisation G, on étudie le cas de découpe non dégénéré pour lequel la surface $Isn=0$ rase l'une des arêtes du tétraèdre.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie du problème

On travaille sur un unique élément tétraédrique de référence représenté sur la Figure 1.1-a.

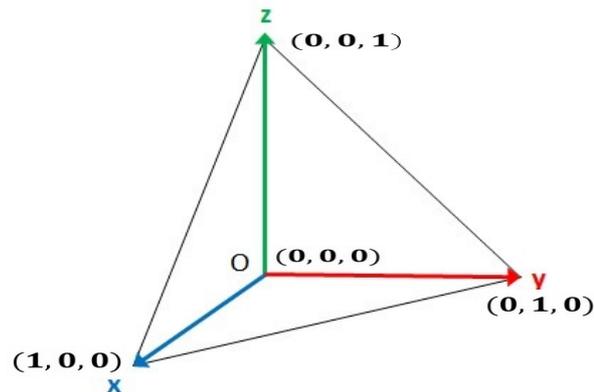
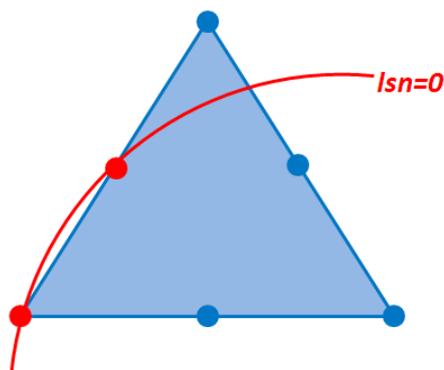


Figure 1.1-a: Tetra de référence

On va définir successivement 3 « *level set* normales » telles que l'on se ramène aux cas de découpes que l'on souhaite tester.

Notons que les configurations de découpe 3D que l'on teste ci-après sont l'extension du cas 2D représenté ci dessus Figure 1.1-b. Toutes ces configurations ne peuvent survenir qu'en XFEM quadratique.

Figure 1.1-b: *Isn* « rasante » en 2D



2 Modélisation A

2.1 Caractéristiques de la modélisation A

La première découpe que nous testons correspond au cas où l'une des arêtes du TETRA10 voit la l_{sn} s'annuler exactement deux fois, en une de ses extrémités et en son point milieu. Un exemple de cette configuration est représenté Figure 2.1-a.

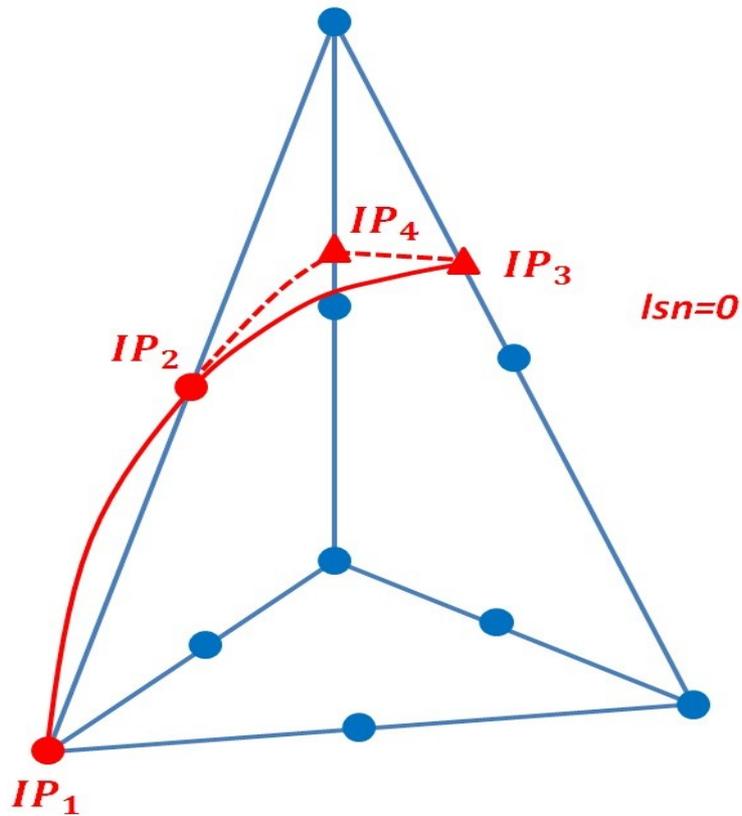
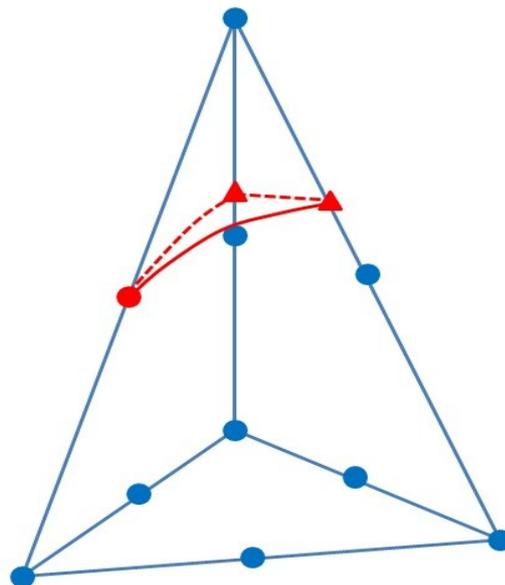


Figure 2.1-a: représentation de la découpe de la modélisation A

Pour la découpe on se ramène au cas plus classique représenté Figure 2.1-b, dont la découpe en sous tétraèdres est détaillée dans [R7.02.12].

Figure 2.1-b : configuration saine correspondante



2.2 Caractéristiques du maillage

Pour se « retrouver » dans cette configuration de découpe, la *lsn* est choisie sphérique, de centre $C(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ et de rayon $R = \frac{\sqrt{19}}{4}$

Les arêtes du tétraèdre sont alors intersectées par la *level set* aux 4 points suivants :

Point d'intersection	Coordonnées
IP1	(0,0,0)
IP2	(0,0,0.5)
IP3	$(\frac{3-\sqrt{5}}{4}, 0, \frac{\sqrt{5}+1}{4})$
IP4	$(0, \frac{3-\sqrt{5}}{4}, \frac{\sqrt{5}+1}{4})$

2.3 Grandeurs testées et résultats

Après exécution de la commande `MODI_MODELE_XFEM`, on vérifie que les 4 points d'intersection IP1, IP2, IP3 et IP4 sont bien dans le groupe `NFISSU` et que leur position est correcte.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
COORX IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06

COORY	IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ	IP2	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORX	IP3	'ANALYTIQUE'	0,19098300	10E-06
COORY	IP3	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ	IP3	'ANALYTIQUE'	0,80901699	10E-06
COORX	IP4	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY	IP4	'ANALYTIQUE'	0,19098300	10E-06
COORZ	IP4	'ANALYTIQUE'	0,80901699	10E-06

On a également post-traité le maillage découpé (Figure 2.3-a) grâce à SALOME. La découpe obtenue est conforme aux attentes, avec 4 sous-tétraèdres qui sont conformes avec la discontinuité.

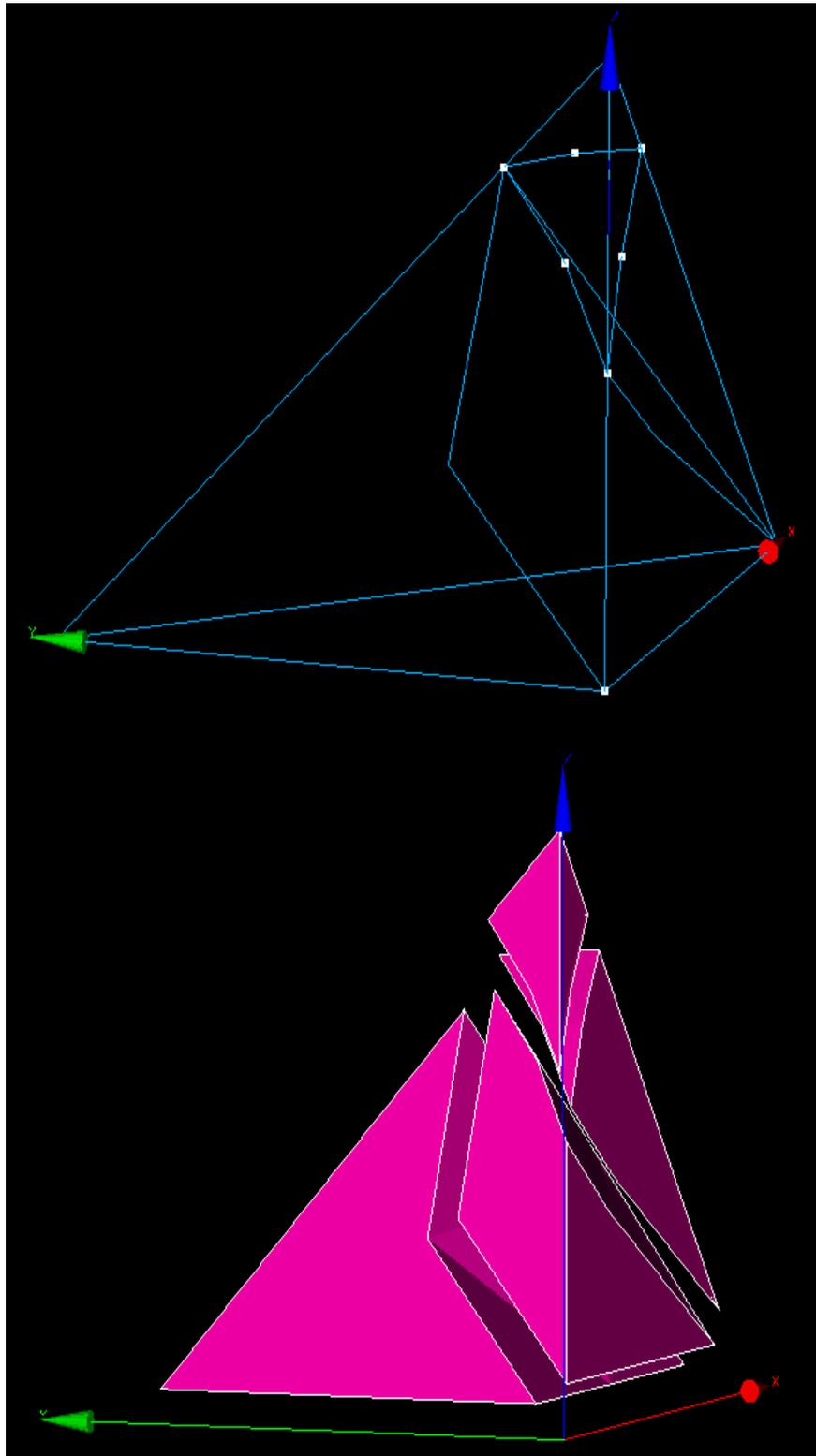


Figure 2.3-a: configuration de découpe de la modélisation A

3 Modélisation B

3.1 Caractéristiques de la modélisation B

La deuxième découpe que nous testons correspond au cas où deux des arêtes du TETRA10 voient la Isn s'annuler exactement deux fois, en une de leurs extrémités et en leur point milieu. Un exemple de cette configuration est représenté Figure 3.1-a.

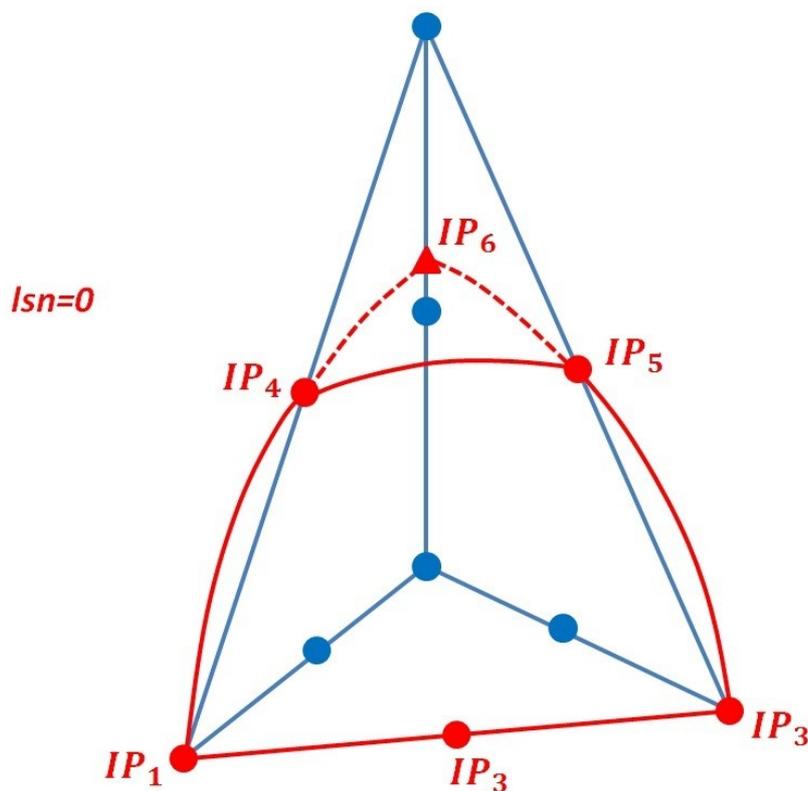


Figure 3.1-a: représentation de la découpe de la modélisation B

Pour la découpe on se ramène au cas plus classique représenté Figure 3.1-b, dont la découpe en sous-tétraèdres est détaillée dans [R7.02.12].

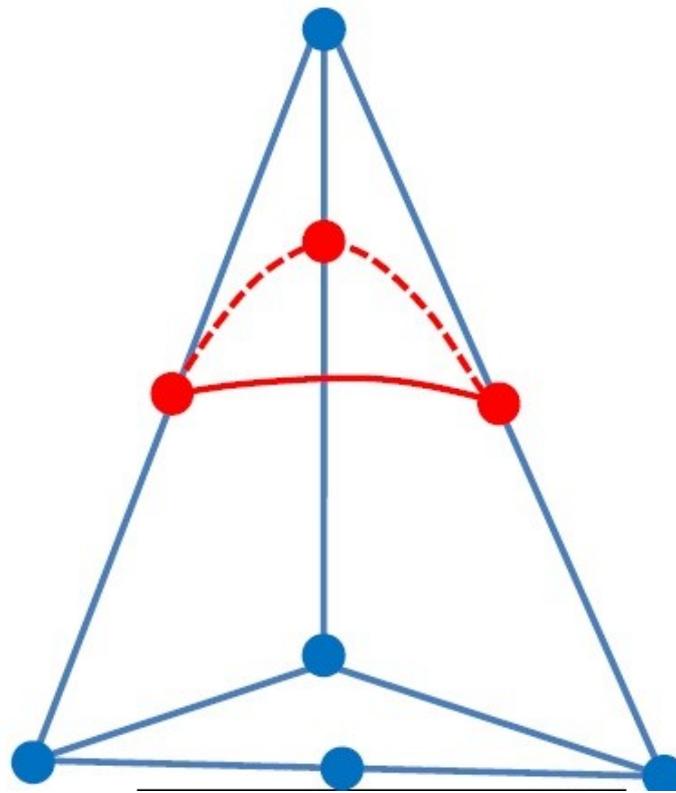


Figure 3.1-b : configuration saine correspondante

3.2 Caractéristiques du maillage

Pour se « retrouver » dans cette configuration de découpe, la *Isn* est choisie sphérique, de centre $C(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1)$ et de rayon $R = \frac{\sqrt{14}}{2}$

Les arêtes du tétraèdre sont alors intersectées par la *level set* aux 6 points suivants :

Point d'intersection	Coordonnées
IP1	(1,0,0)
IP2	(0,1,0)
IP3	(0.5,0.5,0)
IP4	(0.5,0,0.5)
IP5	(0,0,0.5)
IP6	(0,0, $\sqrt{3}-1$)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Après exécution de la commande `MODI_MODELE_XFEM`, on vérifie que les 6 points d'intersection IP1, IP2, IP3, IP4, IP5 et IP6 sont bien dans le groupe `NFISSU` et que leur position est correcte.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
COORX IP1	'ANALYTIQUE'	1.0	10E-06
COORY IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP2	'ANALYTIQUE'	1.0	10E-06
COORZ IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP3	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORY IP3	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORZ IP3	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP4	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORY IP4	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP4	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORX IP5	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP5	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP5	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORX IP6	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP6	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP6	'ANALYTIQUE'	0,732050808	10E-06

On a également post-traité le maillage découpé (Figure 3.3-a) grâce à SALOME. La découpe obtenue est conforme aux attentes, avec 4 sous-tétraèdres qui sont conformes avec la discontinuité.

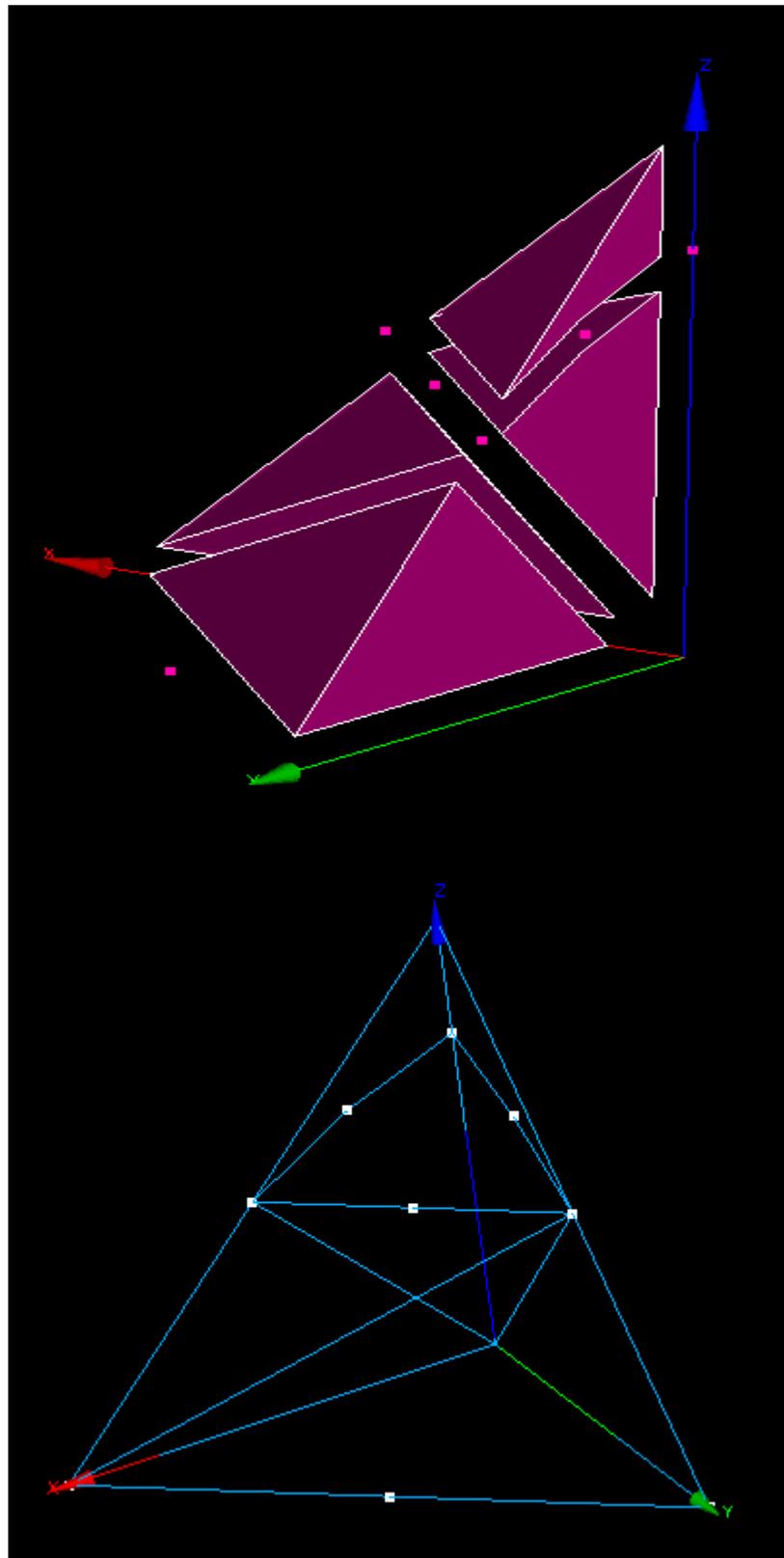


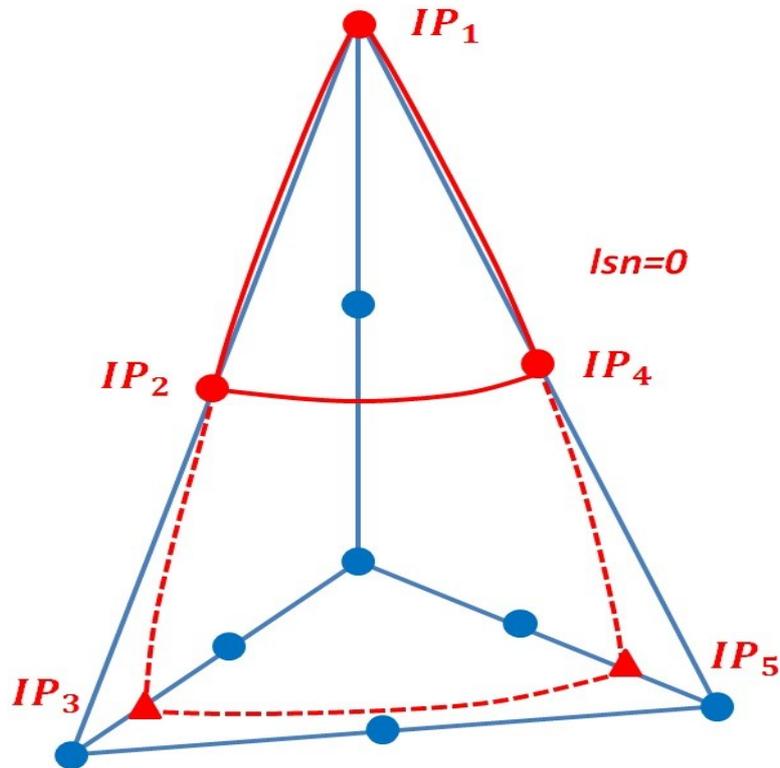
Figure 3.3-a: configuration de découpe de la modélisation B

4 Modélisation C

4.1 Caractéristiques de la modélisation C

La troisième découpe que nous testons correspond encore à un cas où deux des arêtes du TETRA10 voient la Isn s'annuler exactement deux fois, en une de leurs extrémités et en leur point milieu. Un exemple de cette configuration est représenté Figure 4.1-a.

Figure 4.1-a: représentation de la découpe de la modélisation C



Pour la découpe on se ramène au cas plus classique représenté Figure 4.1-b, dont la découpe en sous-tétraèdres est détaillée dans [R7.02.12].

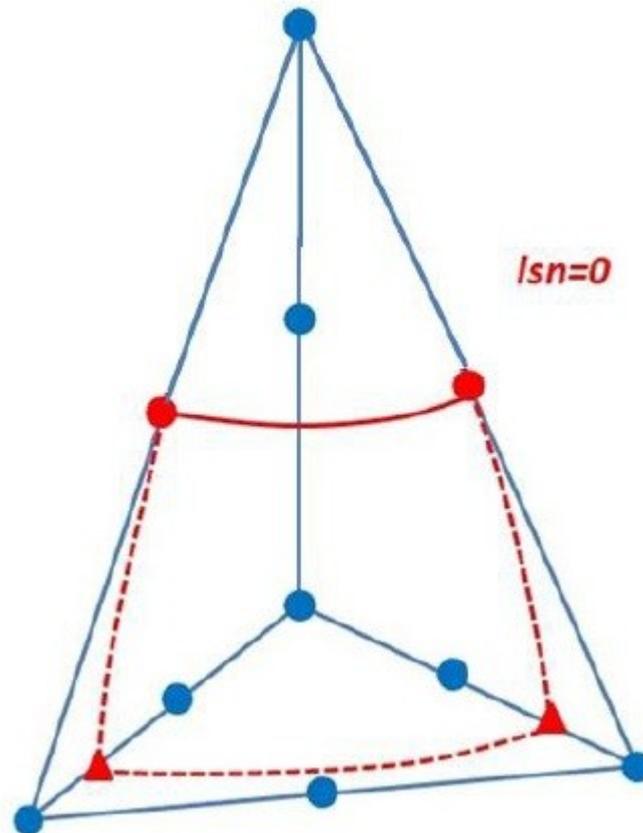


Figure 4.1-b : configuration saine correspondante

4.2 Caractéristiques du maillage

Pour se « retrouver » dans cette configuration de découpe, la *Isn* est choisie sphérique, de centre C ($-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{5}{6}$) et de rayon $R = \frac{\sqrt{249}}{6}$

Les arêtes du TETRA sont alors intersectées par la *level set* aux 5 points suivants :

Point d'intersection	Coordonnées
IP1	(1,0,0)
IP2	(0.5,0,0.5)
IP3	(0,0.5,0.5)
IP4	$(0, \frac{2*\sqrt{(10)}-4}{3}, 0)$
IP5	$(\frac{2*\sqrt{(10)}-4}{3}, 0, 0)$

4.3 Grandeurs testées et résultats

Après exécution de la commande `MODI_MODELE_XFEM`, on vérifie que les 5 points d'intersection IP1, IP2, IP3, IP4 et IP5 sont bien dans le groupe `NFISSU` et que leur position est correcte.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
COORX IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP1	'ANALYTIQUE'	1.0	10E-06
COORX IP2	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORY IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP2	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORX IP3	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP3	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORZ IP3	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORX IP4	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP4	'ANALYTIQUE'	0,77485177	10E-06
COORZ IP4	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP5	'ANALYTIQUE'	0,77485177	10E-06
COORY IP5	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP5	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06

On a également post-traité le maillage découpé (Figure 4.3-a) grâce à SALOME. La découpe obtenue est conforme aux attentes, avec 6 sous-tétraèdres qui sont conformes avec la discontinuité.

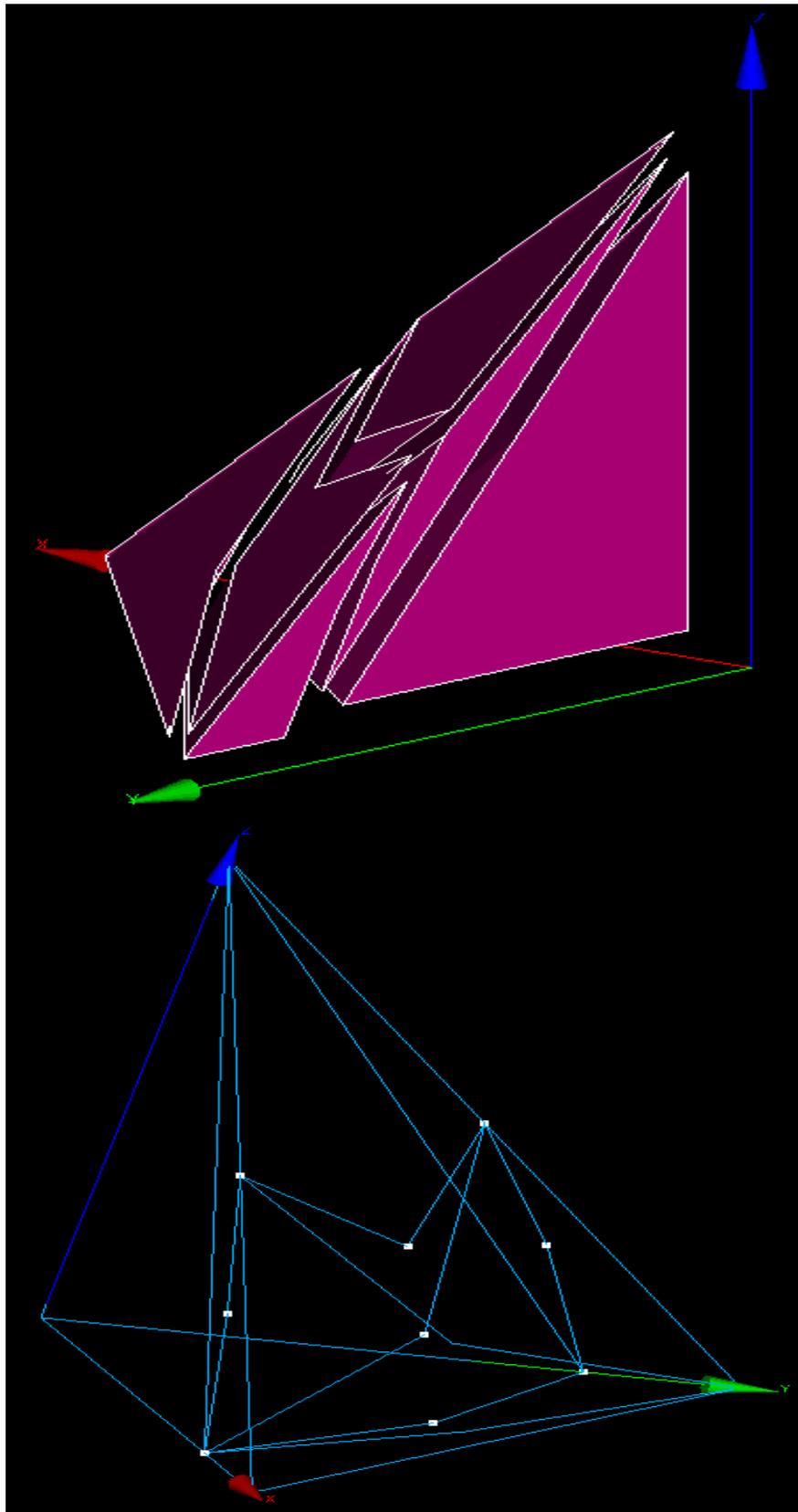


Figure 4.3-a: configuration de découpe de la modélisation C

5 Modélisation D

5.1 Caractéristiques de la modélisation D

La quatrième découpe que nous testons correspond encore à un cas où deux des arêtes du TETRA10 voient la Isn s'annuler exactement deux fois, en une de leurs extrémités et en leur point milieu. Un exemple de cette configuration est représenté Figure 5.1-a.

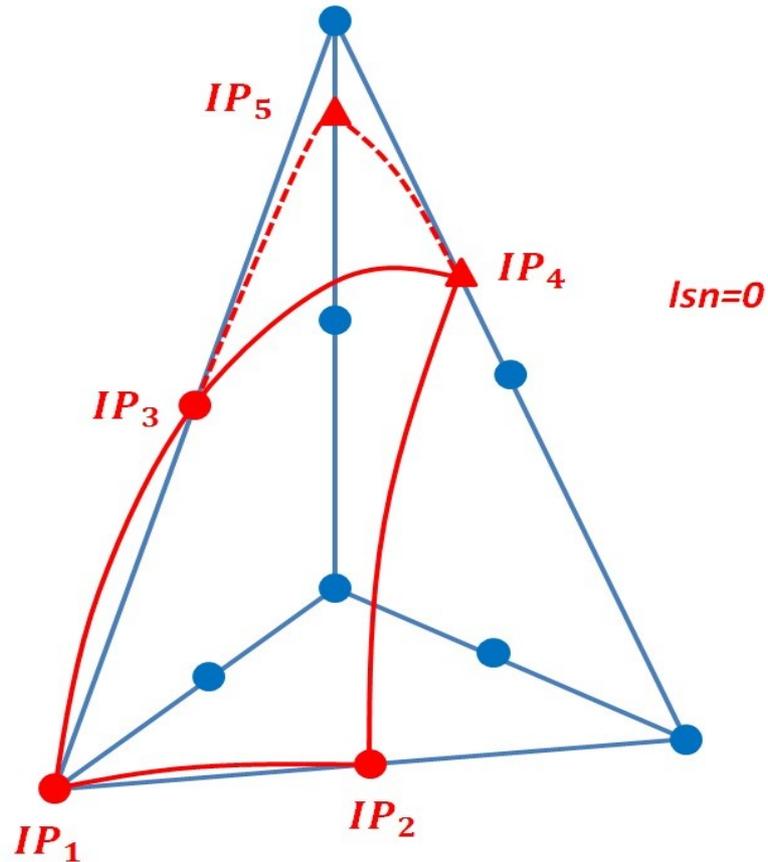


Figure 5.1-a: représentation de la découpe de la modélisation D

Pour la découpe on se ramène au cas plus classique représenté Figure 5.1-b, dont la découpe en sous-tétraèdres est détaillée dans [R7.02.12].

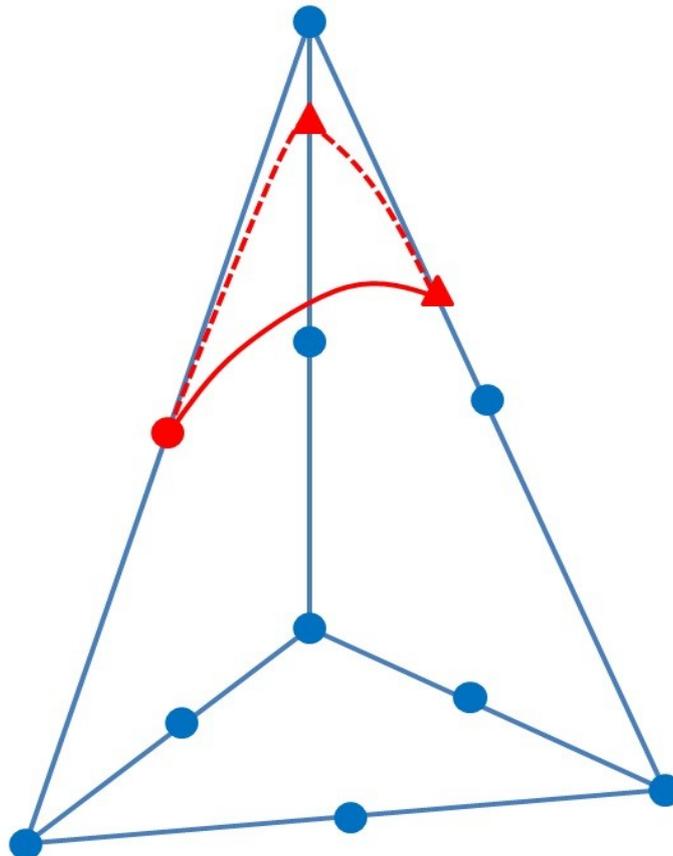
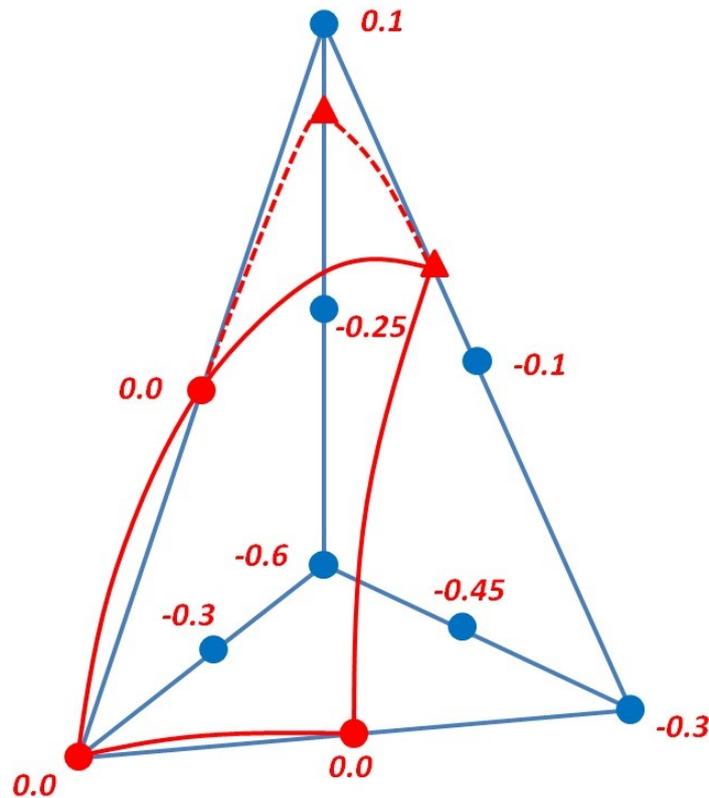


Figure 5.1-b: : configuration saine correspondante

5.2 Caractéristiques du maillage

Pour se « retrouver » dans cette configuration de découpe, la *Isn* est définie nœud par nœud. En effet, il est difficile d'exhiber pour la *Isn* une fonction qui nous ramène à la configuration de la Figure 5.1-a. La valeur de la *Isn* en chaque nœud est résumée sur la Figure 5.2-a.

Figure 5.2-a: valeur de la lsn en chaque nœud pour la modélisation D

Les arêtes du TETRA sont alors intersectées par la *level set* aux 5 points suivants :

Point d'intersection	Coordonnées
IP1	(1,0,0)
IP2	(0.5,0.5,0)
IP3	(0.5,0,0.5)
IP4	(0,0.25,0.75)
IP5	$(0,0, \frac{6}{7})$

5.3 Grandeurs testées et résultats

Après exécution de la commande `MODI_MODELE_XFEM`, on vérifie que les 5 points d'intersection IP1, IP2, IP3, IP4 et IP5 sont bien dans le groupe `NFISSU` et que leur position est correcte.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
COORX IP1	'ANALYTIQUE'	1.0	10E-06
COORY IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP1	'ANALYTIQUE'	1.0	10E-06
COORX IP2	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORY IP2	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORZ IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP3	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORY IP3	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP3	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORX IP4	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP4	'ANALYTIQUE'	0,25	10E-06
COORZ IP4	'ANALYTIQUE'	0.75	10E-06
COORX IP5	'ANALYTIQUE'	0,0	10E-06
COORY IP5	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP5	'ANALYTIQUE'	0,857142857	10E-06

On a également post-traité le maillage découpé (Figure 5.3-a) grâce à SALOME. La découpe obtenue est conforme aux attentes, avec 4 sous-tétraèdres qui sont conformes avec la discontinuité.

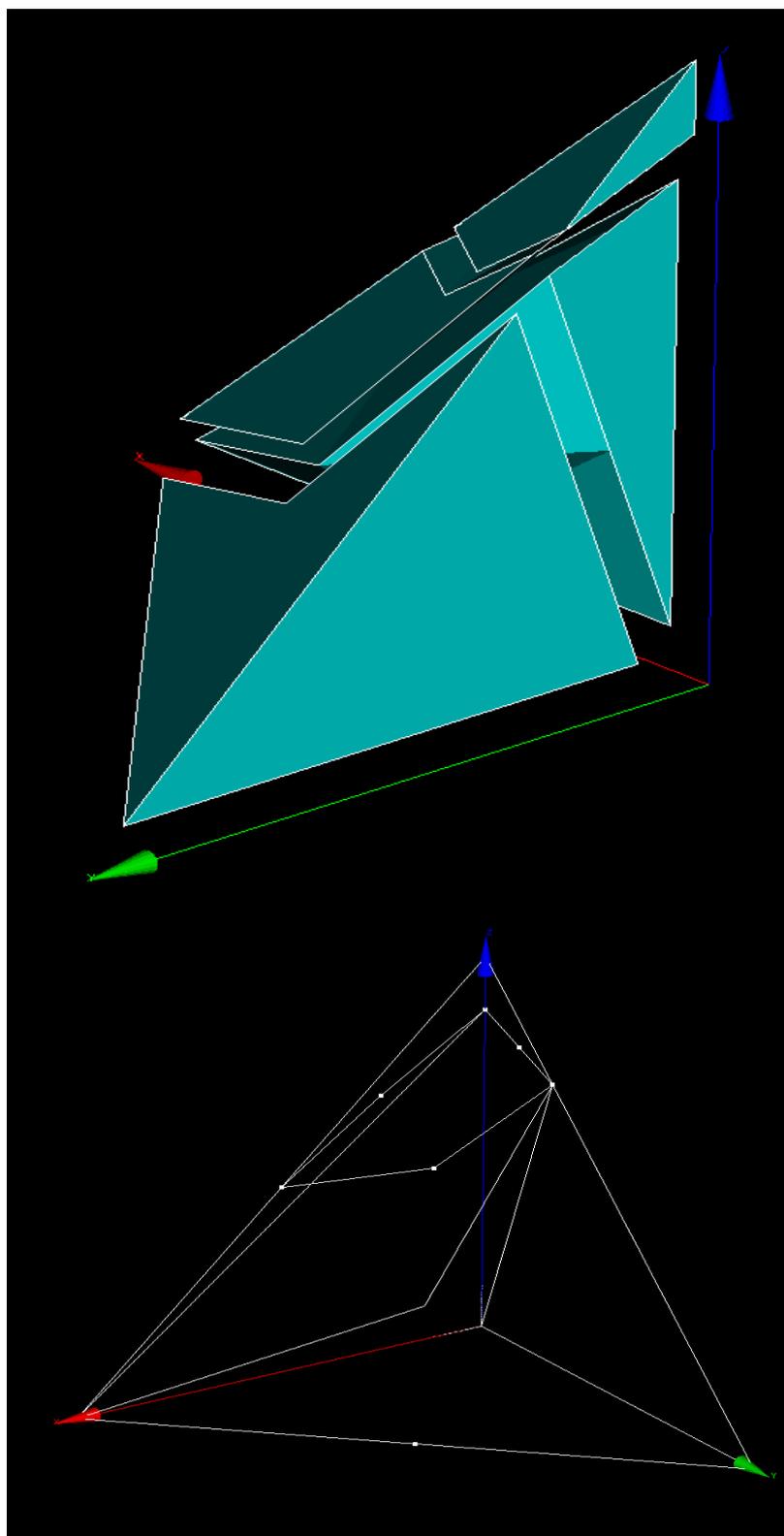


Figure 5.3-a: configuration de découpe de la modélisation D

6 Modélisation E

6.1 Caractéristiques de la modélisation E

La cinquième découpe que nous testons correspond à un cas où une des arêtes du TETRA10 voit la Isn s'annuler exactement deux fois, en une de ses extrémités et en son point milieu, tandis qu'une arête adjacente voit la Isn s'annuler sur ses 3 nœuds. Un exemple de cette configuration est représenté Figure 6.1-a.

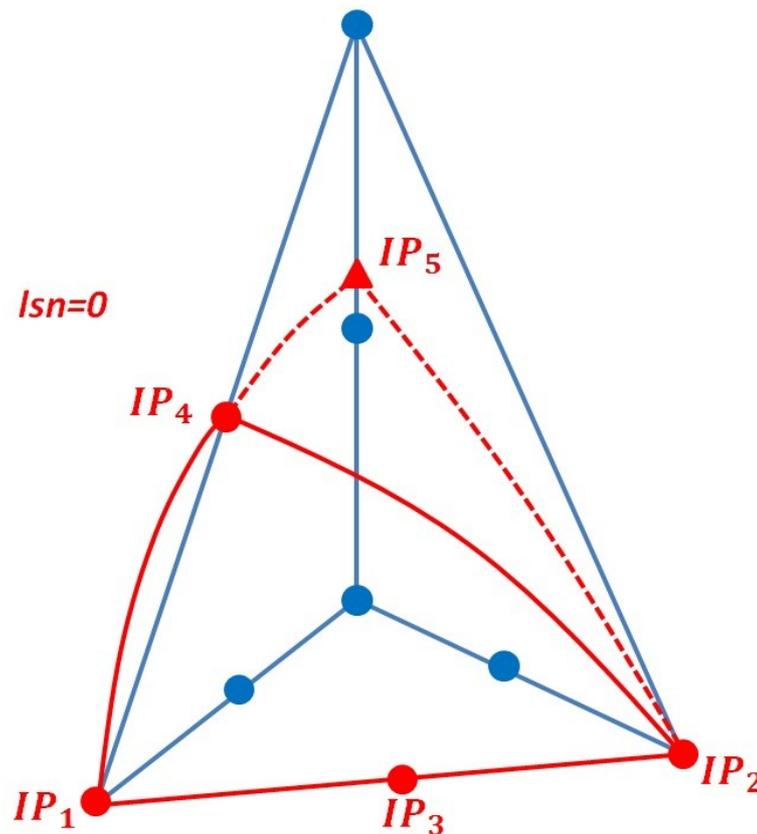
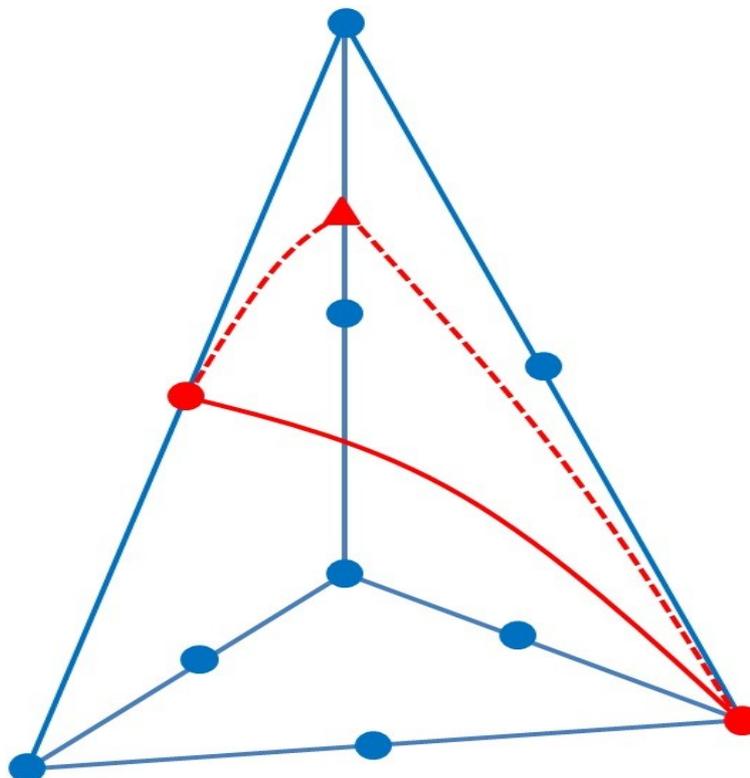


Figure 6.1-a: représentation de la découpe de la modélisation E

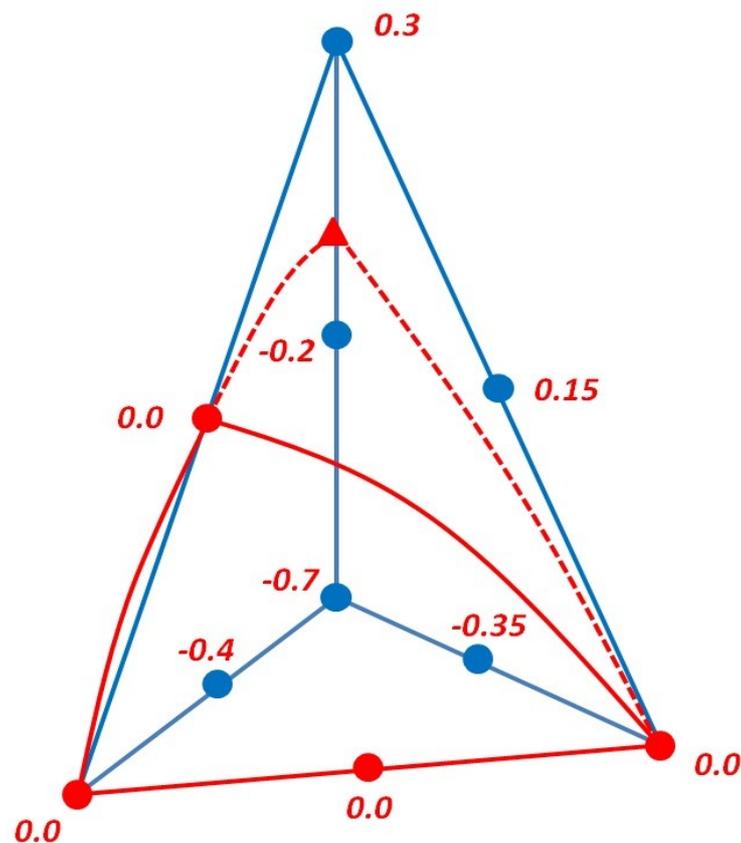
Pour la découpe on se ramène au cas plus classique représenté Figure 6.1-b, dont la découpe en sous-tétraèdres est détaillée dans [R7.02.12].

Figure 6.1-b : configuration saine correspondante



6.2 Caractéristiques du maillage

Pour se « retrouver » dans cette configuration de découpe, la *Isn* est définie nœud par nœud. En effet, il est difficile d'exhiber pour la *Isn* une fonction qui nous ramène à la configuration de la Figure 6.1-a. La valeur de la *Isn* en chaque nœud est résumée sur la Figure 6.2-a.

Figure 6.2-a: valeur de la lsn en chaque nœud pour la modélisation E

Les arêtes du TETRA sont alors intersectées par la *level set* aux 5 points suivants :

Point d'intersection	Coordonnées
IP1	(1,0,0)
IP2	(0,0,1)
IP3	(0.5,0.5,0)
IP4	(0.5,0,0.5)
IP5	(0,0,0.7)

6.3 Grandeurs testées et résultats

Après exécution de la commande `MODI_MODELE_XFEM`, on vérifie que les 5 points d'intersection IP1, IP2, IP3, IP4 et IP5 sont bien dans le groupe `NFISSU` et que leur position est correcte.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
COORX IP1	'ANALYTIQUE'	1.0	10E-06
COORY IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP2	'ANALYTIQUE'	1.0	10E-06
COORX IP3	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORY IP3	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORZ IP3	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP4	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORY IP4	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP4	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORX IP5	'ANALYTIQUE'	0,0	10E-06
COORY IP5	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP5	'ANALYTIQUE'	0.7	10E-06

On a également post-traité le maillage découpé (Figure 6.3-a) grâce à SALOME. La découpe obtenue est conforme aux attentes, avec 3 sous-tétraèdres qui sont conformes avec la discontinuité.

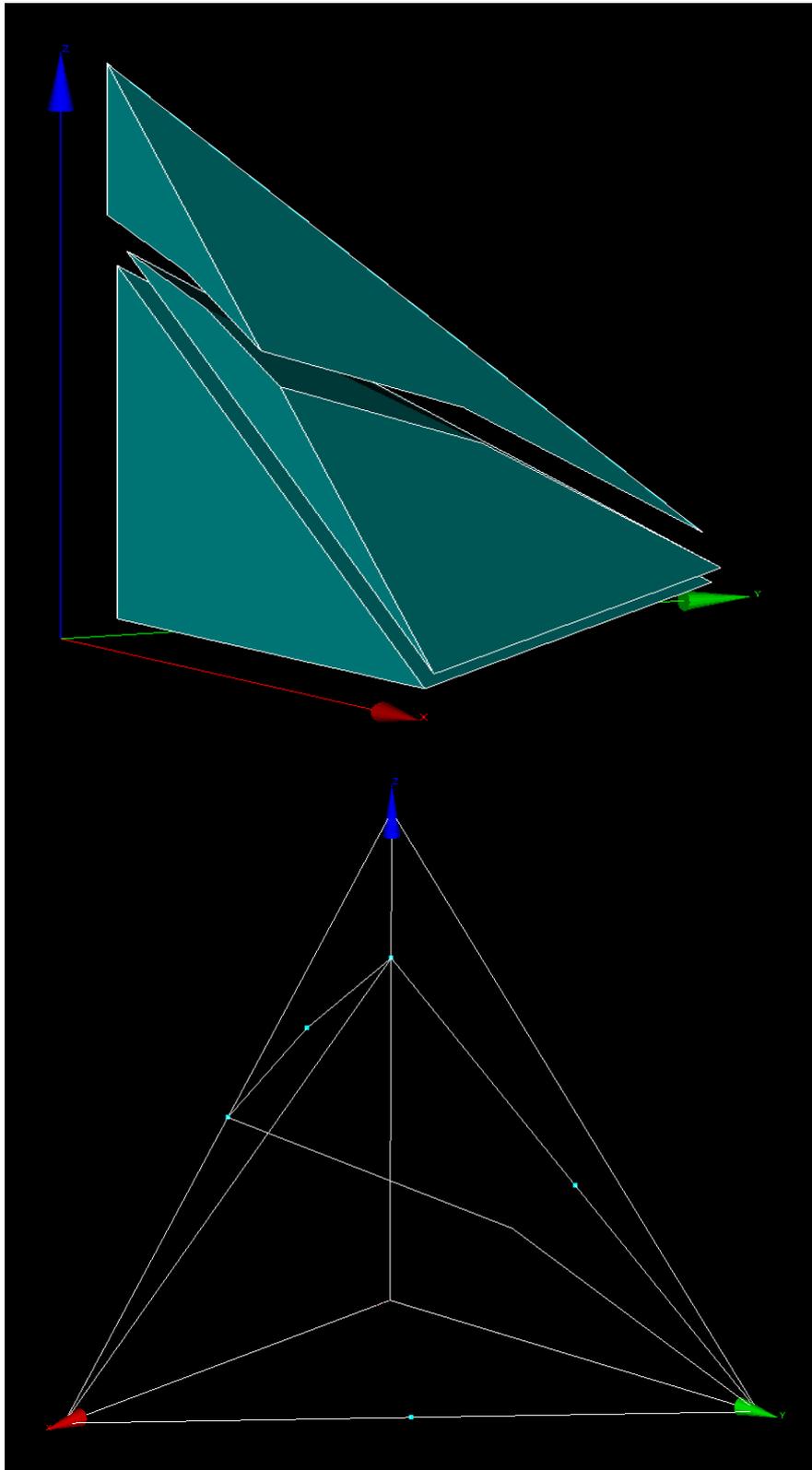


Figure 6.3-a: configuration de découpe de la modélisation E

7 Modélisation F

7.1 Caractéristiques de la modélisation F

La sixième découpe que nous testons correspond à un cas où une des arêtes du TETRA10 voit la l_{sn} s'annuler en ses 3 nœuds tandis que deux arêtes adjacentes voient la l_{sn} s'annuler exactement deux fois, en une de ses extrémités et en son point milieu. Un exemple de cette configuration est représenté Figure 7.1-a.

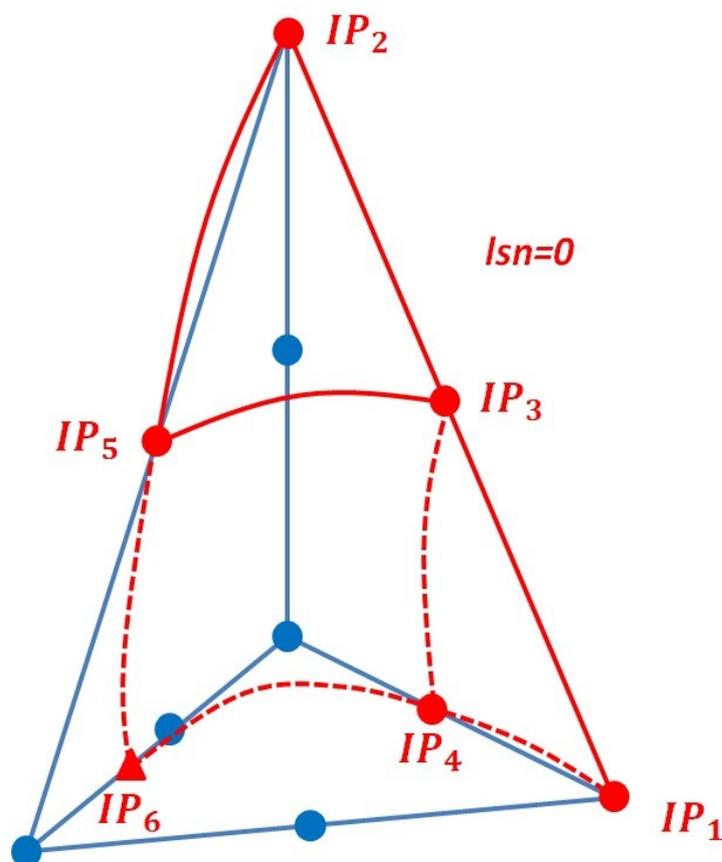


Figure 7.1-a: représentation de la découpe de la modélisation F

Pour la découpe on se ramène au cas plus classique représenté Figure 7.1-b, dont la découpe en sous-tétraèdres est détaillée dans [R7.02.12].

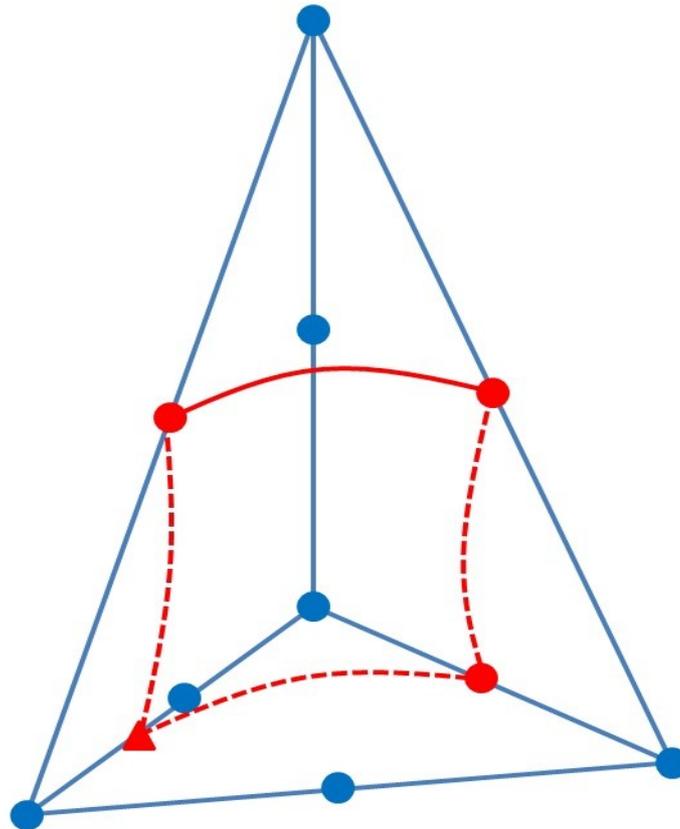


Figure 7.1-b: : configuration saine correspondante

7.2 Caractéristiques du maillage

Pour se « retrouver » dans cette configuration de découpe, la *Isn* est définie nœud par nœud. En effet, il est difficile d'exhiber pour la *Isn* une fonction qui nous ramène à la configuration de la Figure 7.1-a. La valeur de la *Isn* en chaque nœud est résumée sur la Figure 7.2-a.

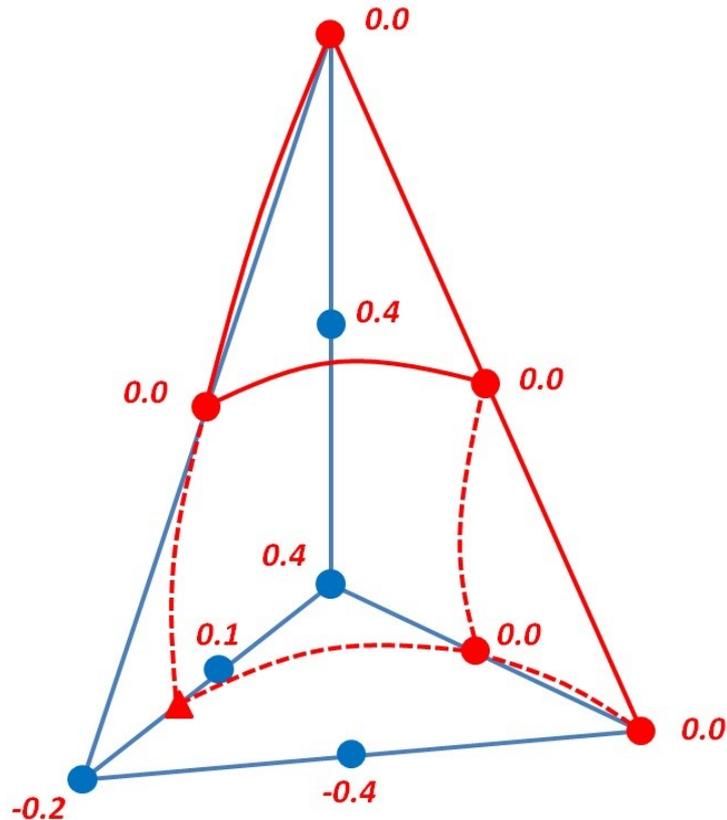


Figure 7.2-a: valeur de la *lsn* en chaque nœud pour la modélisation F

Les arêtes du TETRA sont alors intersectées par la *level set* aux 6 points suivants :

Point d'intersection	Coordonnées
IP1	(0,1,0)
IP2	(0,0,1)
IP3	(0,0.5,0.5)
IP4	(0,0.5,0)
IP5	(0.5,0,0.5)
IP6	$(\frac{2}{3}, 0, 0)$

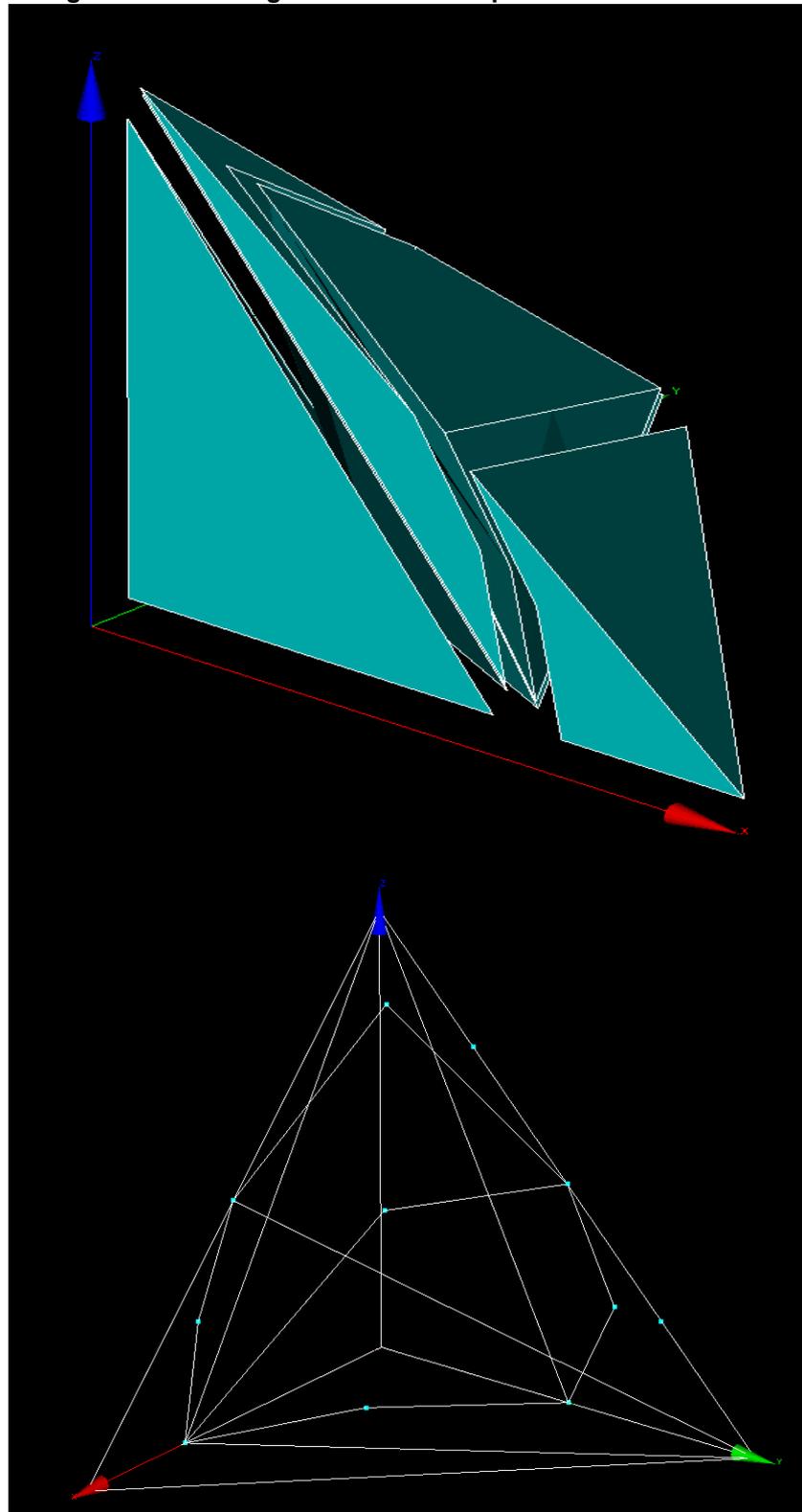
7.3 Grandeurs testées et résultats

Après exécution de la commande `MODI_MODELE_XFEM`, on vérifie que les 6 points d'intersection IP1, IP2, IP3, IP4, IP5 et IP6 sont bien dans le groupe `NFISSU` et que leur position est correcte.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
COORX IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP1	'ANALYTIQUE'	1.0	10E-06
COORZ IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP2	'ANALYTIQUE'	1.0	10E-06
COORX IP3	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP3	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORZ IP3	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORX IP4	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP4	'ANALYTIQUE'	0,5	10E-06
COORZ IP4	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP5	'ANALYTIQUE'	0,5	10E-06
COORY IP5	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP5	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORZ IP6	'ANALYTIQUE'	0.6666666666	10E-06
COORZ IP6	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP6	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06

On a également post-traité le maillage découpé (Figure 7.3-a) grâce à SALOME. La découpe obtenue est conforme aux attentes, avec 6 sous-tétraèdres qui sont conformes avec la discontinuité.

Figure 7.3-a: configuration de découpe de la modélisation F



8 Modélisation G

8.1 Caractéristiques de la modélisation G

La septième découpe que nous testons ne correspond pas à un cas dégénéré, c'est un cas de découpe à part entière qui a cependant la particularité de présenter une arête qui voit la Isn s'annuler exactement deux fois, en une de ses extrémités et en son point milieu. Un exemple de cette configuration est représenté Figure 8.1-a.

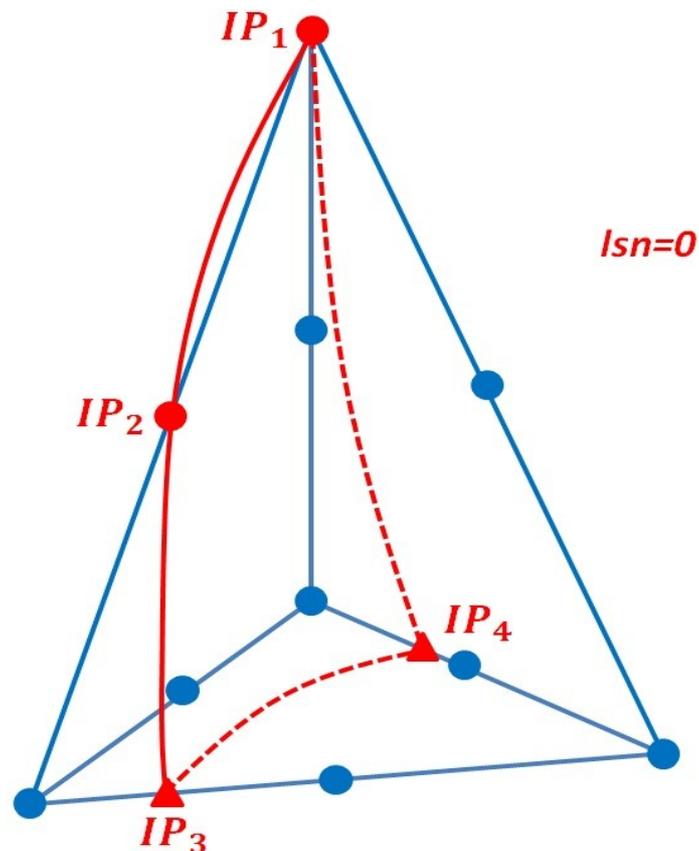


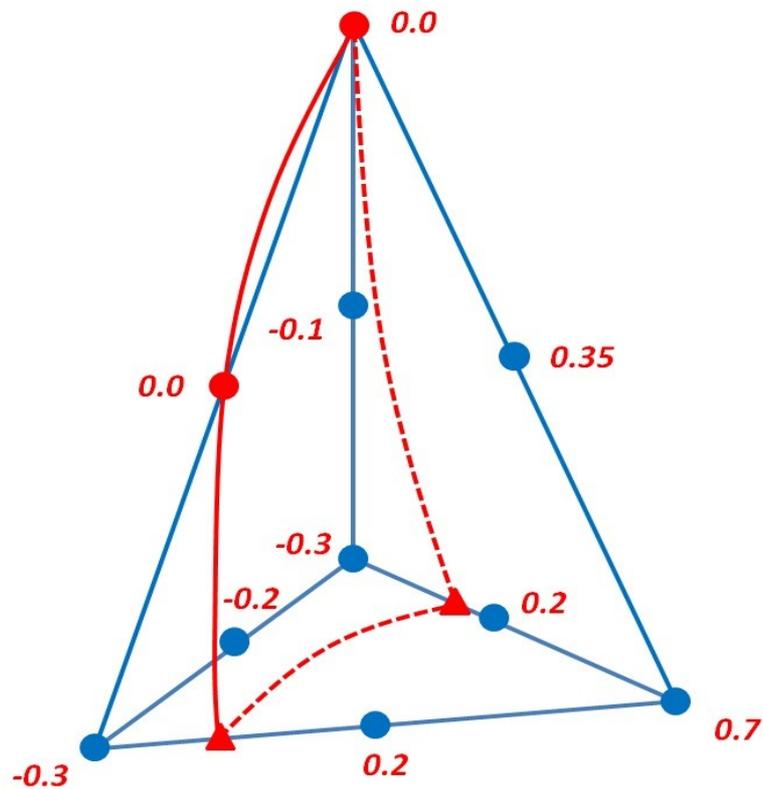
Figure 8.1-a: représentation de la découpe de la modélisation G

La découpe du tétraèdre ci-dessus est décrite dans [R7.02.12]. De part et d'autre de la surface $Isn=0$ se trouve une pyramide et un pentaèdre. Ce tétraèdre donnera alors naissance à 5 sous tétraèdres enfants.

8.2 Caractéristiques du maillage

Pour se « retrouver » dans cette configuration de découpe, la *lsn* est définie nœud par nœud. En effet, il est difficile d'exhiber pour la *lsn* une fonction qui nous ramène à la configuration de la Figure 8.1-a. La valeur de la *lsn* en chaque nœud est résumée sur la Figure 8.2-a.

Figure 8.2-a: valeur de la *lsn* en chaque nœud pour la modélisation G



Les arêtes du TETRA sont alors intersectées par la *level set* aux 4 points suivants :

Point d'intersection	Coordonnées
IP1	(0,0,1)
IP2	(0.5,0,0.5)
IP3	(0.7,0.3,0)
IP4	(0,0.3,0)

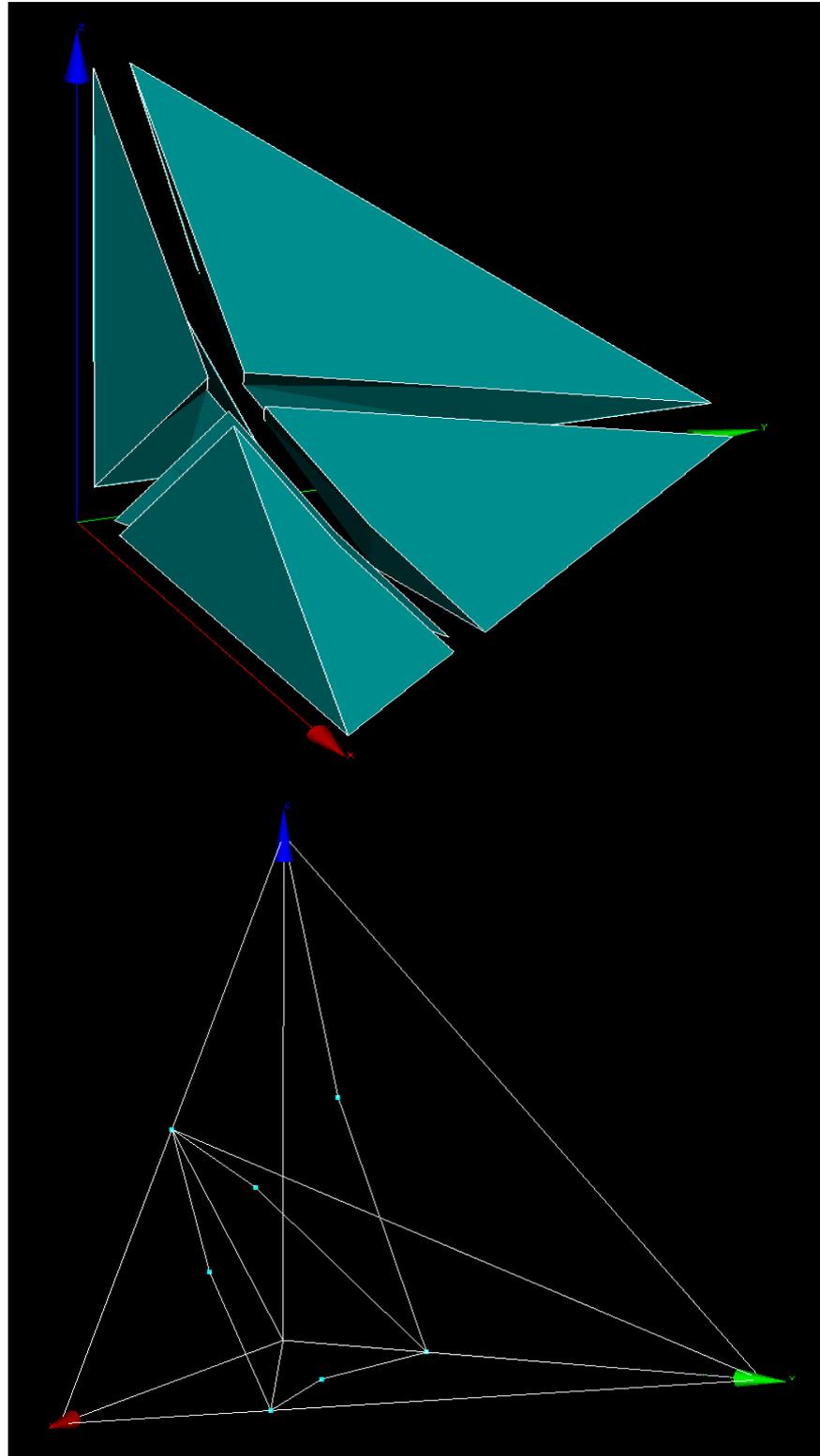
8.3 Grandeurs testées et résultats

Après exécution de la commande `MODI_MODELE_XFEM`, on vérifie que les 4 points d'intersection IP1, IP2, IP3 et IP4 sont bien dans le groupe `NFISSU` et que leur position est correcte.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
COORX IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP1	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP1	'ANALYTIQUE'	1.0	10E-06
COORX IP2	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORY IP2	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORZ IP2	'ANALYTIQUE'	0.5	10E-06
COORX IP3	'ANALYTIQUE'	0.7	10E-06
COORY IP3	'ANALYTIQUE'	0.3	10E-06
COORZ IP3	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORX IP4	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06
COORY IP4	'ANALYTIQUE'	0,3	10E-06
COORZ IP4	'ANALYTIQUE'	0.0	10E-06

On a également post-traité le maillage découpé (Figure 8.3-a) grâce à SALOME. La découpe obtenue est conforme aux attentes, avec 5 sous-tétraèdres qui sont conformes avec la discontinuité.

Figure 8.3-a: configuration de découpe de la modélisation G



9 Synthèse des résultats

La découpe est bien celle attendue dans la routine TOPOSE pour ces 7 configurations 3D pour lesquelles la *Isn* est rasante.