ZZZZ328 – Validation de CALC_CHAMP / ENEL_ELEM

Résumé :

L'objectif de ce test est de valider le calcul élémentaire de l'énergie élastique. Pour chaque modélisation, on considère un élément unitaire dont tous les degrés de liberté sont imposés, qui permettent de créer des champs de déformation et de contrainte homogènes sur l'élément. Les résultats sont comparés à la solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère un élément unitaire de dimension 2 (quadrangle) ou 3 (cube) selon la modélisation. L'épaisseur de l'élément, lorsqu'elle est requise , vaut $1\mathrm{m}$.

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique isotrope, dont les propriétés sont :

- $E=1000\,MPa$
- $\nu=0.2$

Pour la modélisation E, le coefficient de Poisson est nul.

1.3 Conditions aux limites et chargements

1.3.1 Modélisation A

Le cube de dimensions unitaires est illustré sur la Figure 1.3.1-1 . Le déplacement des différents nœuds est imposé conformément au Tableau 1.3.1-1 .

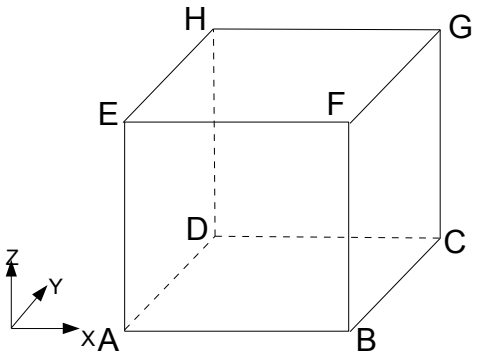

Figure 1.3.1-1: Géométrie de la modélisation A

nœud	*DX*	*DY*	*DZ*
A	0,0	0,0	0,0
B	1,0E-3	0,0	-6,0E-4
C	2,0E-3	-2,0E-3	-3,0E-3
D	1,0E-3	-2,0E-3	-2,4E-3
E	0,0	2,2E-3	3,0E-3
F	1,0E-3	2,2E-3	2,4E-3
G	2,0E-3	2,0E-4	0,0
H	1,0E-3	2,0E-4	6,0E-4

Tableau 1.3.1-1: Déplacements des nœuds

1.3.2 Modélisations B, C e t D

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La géométrie du quadrangle de dimensions unitaires correspond à la face $ABCD$ (Figure 1.3.1-1). Le déplacement des quatre nœuds A, B, C et D est imposé conformément au Tableau 1.3.1-1 pour les composantes X et Y, la composante Z étant nulle. Lorsque des degrés de liberté en rotation existent, ceux-ci sont bloqués au point A.

1.3.3 Modélisation E

La géométrie du quadrangle de dimensions unitaires correspond à la face $ABCD$ (Figure 1.3.1-1). Il s'agit d'une modélisation axisymétrique, dont l'axe est distant de $1\mathrm{m}$ de l'arête AD. Les déplacements des nœuds sont nuls, excepté la composante Y des points C et D qui vaut $1{,}0\mathrm{E}\text{-}4\,m$.

1.4 Conditions initiales

Néant

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Le champ de déformation s'obtient à partir des déplacements et le champ de contrainte grâce à la loi de Hooke. L'énergie élastique E_{elas} se calcule alors par la formule suivante :

$$E_{elas}=\int_V \frac{1}{2}\sigma:\epsilon\, dV$$

équation 2.1-1

2.1.1 Modélisation A

Les champs de déformation et de contrainte homogènes sur l'élément sont indiqués dans le Tableau 2.1.1-1 .

Composante	X	Y	Z	XY	YZ	ZX
Déformation	0,001	-0,002	0,003	0,0005	-0,0001	-0,0003
Contrainte (Pa)	1,3888889E6	-1,1111111E6	3,0555556E6	4,1666667E5	-8,3333333E4	-2,5E5

Tableau 2.1.1-1: Champ de déformation et de contrainte

2.1.2 Modélisation B : déformations planes

Les champs de déformation et de contrainte homogènes sur l'élément sont indiqués dans le Tableau 2.1.2-1 .

Composante	X	Y	Z	XY	YZ	ZX
Déformation	0,001	-0,002	0,0	0,0005	0,0	0,0
Contrainte (Pa)	5,5555556 E 5	-1, 9444444 E6	-2,7777778 E 5	4,1666667E5	-8,3333333E4	-2,5E5

Tableau 2.1.2-1: Champ de déformation et de contrainte

2.1.3 Modélisation C (contraintes planes) et D (éléments de coque et de plaque)

Les champs de déformation et de contrainte homogènes sur l'élément sont indiqués dans le Tableau 2.1.3-1 . Pour les éléments de coque et de plaque, il s'agit de la déformation membranaire, la courbure étant nulle.

Composante	X	Y	Z	XY	YZ	ZX
Déformation	0,001	-0,002	-0,00025	0,0005	0,0	0,0
Contrainte (Pa)	6,25 E 5	-1, 875 E6	0,0	4,1666667E5	0,0	0,0

Tableau 2.1.3-1: Champ de déformation et de contrainte

2.1.4 Modélisation E : axisymétrique.

Les champs de déformation et de contrainte homogènes sur l'élément sont indiqués dans le Tableau 2.1.4-1 .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Composante	X	Y	Z	XY
Déformation	0,0	0,0001	0,0	0,0
Contrainte (Pa)	0,0	1,0E5	0,0	0,0

Tableau 2.1.4-1 : Champ de déformation et de contrainte

L'énergie élastique se calcule d'après l' équation 2.1-1 en exprimant le volume élémentaire dV dans le repère cylindrique pour une tranche d'épaisseur infinitésimale $d\theta$:

$$E_{elas}=\int_V \frac{1}{2}\sigma:\epsilon\, dV=\frac{1}{2}\sigma:\epsilon\int_{R_1}^{R_2} rdr\int_{H_1}^{H_2} dz$$

Les bornes de l'intégrale sont : $R_1=1\text{m}$, $R_2=2\text{m}$, $H_1=0\text{m}$ et $H_2=1\text{m}$.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

L'énergie élastique calculée de manière analytique pour chacune des modélisations est indiquée dans le Tableau 2.2-1.

Modélisation	A	B	C	D	E
Énergie élastique	6680,555556 J	2430,555556 J	2395,833333 J	2395,833333 J	$7{,}5\,J.rad^{1}$

Tableau 2.2-1: Energie élastique

2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune. Il s'agit d'une solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise successivement les modélisations 3D et 3D_SI.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type HEXA8 pour la modélisation 3D et 1 élément de type HEXA20 pour la modélisation 3D_SI .

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste l'énergie élastique emmagasinée par l'élément.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
3D - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	6680,555556	0.1%
3D_SI - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	6680,555556	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise successivement les modélisations D_PLAN , D_PLAN _S I , D_PLAN_GRAD_SIGM et PLAN_ELDI .

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD4 pour les modélisations D_PLAN, D_PLAN_SI et PLAN_ELDI et 1 élément de type QUAD8 pour la modélisation D_PLAN_GRAD_SIGM.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste l'énergie élastique emmagasinée par l'élément.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
D_PLAN - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	2430,555556	0.1%
D_PLAN_SI - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	2430,555556	0.1%
D_PLAN_GRAD_SIGM - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	2430,555556	0.1%
PLAN_ELDI - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	2430,555556	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise successivement les modélisations C_PLAN et C_PLAN_SI.

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD4 pour les deux modélisations.

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste l'énergie élastique emmagasinée par l'élément.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
C _PLAN - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	2395,833333	0.1%
C_PLAN_SI - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	2395,833333	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise successivement les modélisations DKT , DKTG et Q4GG .

6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD4.

6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste l'énergie élastique emmagasinée par l'élément.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
DKT - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	2395,833333	0.1%
DKTG - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	2395,833333	0.1%
Q4GG - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	2395,833333	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise successivement les modélisations AXIS , AXIS_SI et AXIS_ELDI .

7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD4 pour les modélisations AXIS et AXIS_ELDI et 1 élément de type QUAD8 pour la modélisation AXIS_SI.

7.3 Grandeurs testées et résultats

On teste l'énergie élastique emmagasinée par l'élément.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
AXIS - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	7,5	0.1%
AXIS_SI - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	7,5	0.1%
AXIS_ ELDI - ENEL_ELEM	'ANALYTIQUE'	7,5	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Synthèse des résultats

L'ensemble des modélisations fournit des résultats conformes à la solution analytique. L'option de calcul élémentaire de l'énergie élastique ENEL_ELEM est ainsi validée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)