

## Éléments vibro-acoustiques

---

### Résumé :

Les éléments décrits ici permettent de réaliser des calculs des fréquences et de modes propres d'une structure couplée à un fluide. Ils permettent également le calcul de réponse acoustique.

Après la formulation du problème de couplage fluide-structure, ce document décrit la démarche suivie pour implémenter dans *Code\_Aster* les nouveaux éléments finis.

## Table des matières

1	Introduction.....	3
2	Le couplage vibro-acoustique.....	4
2.1	Présentation.....	4
2.2	Formulation du problème vibro-acoustique.....	4
2.2.1	Description de la structure.....	4
2.2.1.1	Équation de conservation de la quantité de mouvement.....	5
2.2.1.2	Relation de compatibilité.....	5
2.2.1.3	Loi de comportement en élasticité linéaire isotrope.....	5
2.2.2	Description du fluide.....	5
2.2.2.1	Équation de conservation de la quantité de mouvement.....	5
2.2.2.2	Équation de conservation de la masse.....	5
2.2.2.3	Loi de comportement.....	5
2.2.2.4	Équation de propagation des ondes ou équation de Helmholtz.....	6
2.2.3	Description de l'interaction fluide-structure.....	6
2.2.4	Formulation du problème couplé.....	6
2.3	Équations variationnelles associées au problème.....	6
2.3.1	Équations variationnelles associées à la structure.....	6
2.3.2	Équation variationnelle associée à l'équation du fluide.....	7
2.4	Discrétisation par éléments finis.....	7
2.5	Choix d'une variable supplémentaire pour la description du fluide.....	7
2.5.1	Formulation du nouveau problème.....	7
2.5.2	Formulation variationnelle associée au problème (P').....	8
2.6	Discrétisation par éléments finis.....	8
2.7	Calculs de réponse acoustique.....	9
2.7.1	Vitesse imposée au fluide.....	9
2.7.2	Impédance imposée sur une paroi du fluide.....	9
2.7.3	Discrétisation par éléments finis.....	11
3	Intégration dans Aster.....	12
3.1	Flambement d'Euler, raideur géométrique.....	12
4	Bibliographie.....	13
5	Description des versions du document.....	14

## 1 Introduction

---

Le comportement vibratoire d'une structure est souvent modifié si celle-ci est en présence d'un fluide : c'est ce qu'on appelle le couplage vibro-acoustique. On distingue les cas de couplage en deux catégories : soit le fluide est infini (c'est le cas des structures immergées), soit le fluide est contenu dans un milieu borné (c'est le cas des réservoirs plus ou moins remplis de fluide).

Les éléments finis décrits ici permettent de résoudre les problèmes de couplage avec un fluide de dimension finie.

### Notations générales :

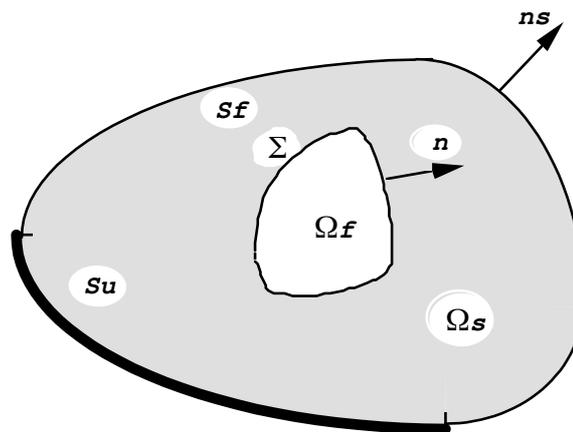
$P$ :	pression totale instantanée en un point du fluide,
$p_0$ :	pression au repos,
$p$ :	pression acoustique,
$\rho_t$ :	masse volumique totale instantanée en un point du fluide,
$\rho_0$ :	masse volumique du fluide au repos,
$\rho$ :	masse volumique acoustique,
$\rho_S$ :	masse volumique de la structure,
$\mathbf{u}_f$ :	déplacement acoustique,
$\mathbf{u}$ :	déplacement de la structure,
$\Phi$ :	gradient des déplacements acoustiques,
$\omega, f$ :	pulsation, fréquence,
$c$ :	célérité du son dans le fluide,
$\lambda, k$ :	longueur d'onde, nombre d'onde,
$\sigma$ :	tenseur des contraintes de la structure,
$\varepsilon$ :	tenseur des déformations de la structure,
$C$ :	tenseur d'élasticité de la structure,
$T$ :	tenseur des contraintes du fluide.

## 2 Le couplage vibro-acoustique

### 2.1 Présentation

Soit une structure élastique définie dans un domaine  $\Omega_s$  qui vibre en présence d'un fluide parfait, non pesant, compressible, en évolution isentropique défini dans un domaine  $\Omega_f$ . On désigne par  $\Sigma = \Sigma_f \cap \Sigma_s$ , leur surface commune.  $\Sigma_f$  étant le bord du domaine  $\Omega_f$ , et  $\Sigma_s$  étant le bord du domaine  $\Omega_s$ .

On note  $n$ , la normale extérieure au domaine fluide  $\Omega_f$ .



A un instant donné, l'état du fluide est défini par son champ de pression  $P$  et celui de la structure par son champ de déplacement  $\mathbf{U}$ .

On considère que le système couplé est soumis à de petites perturbations autour de son état d'équilibre où le fluide et la structure sont au repos. Ainsi :

$$P = p_0 + p \quad \text{et} \quad \mathbf{U} = \mathbf{u} \quad (\mathbf{u}_0 = \mathbf{0}) \quad (1)$$

Le problème d'interaction fluide-structure consiste alors à résoudre simultanément deux problèmes :

- l'un dans la structure soumise, sur  $\Sigma$ , à un champ de pression  $p$  imposé par le fluide,
- l'autre dans le fluide soumis à un champ de déplacement  $\mathbf{u}$  de la paroi  $\Sigma$ .

**Remarque :**

*Il est impératif que la normale extérieure au domaine fluide soit toujours orientée dans le même sens. Il est fortement conseillé de garder la convention d'orientation de la structure vers le fluide pour toutes les modélisations d'interface fluide-structure.*

## 2.2 Formulation du problème vibro-acoustique

### 2.2.1 Description de la structure

**Hypothèse :**

La structure est homogène et obéit aux lois de l'élasticité linéaire.

Compte tenu de cette hypothèse, on peut écrire les différentes équations suivantes gouvernant l'état de la structure [bib2].

## 2.2.1.1 Équation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit, en l'absence de forces volumiques autres que les forces d'inertie :

$$\sigma_{ij,j} - \rho_s \frac{d^2 u_i}{dt^2} = 0 \quad (2)$$

où :  $\rho_s$  est la masse volumique de la structure,  
 $\mathbf{u}$  est le déplacement,  
 $\sigma_{ij}$  est le tenseur des contraintes.

## 2.2.1.2 Relation de compatibilité

On établit la relation de compatibilité classique sur le tenseur des déformations :

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k}) \quad (3)$$

où  $\varepsilon_{kl}$  est le tenseur des déformations.

## 2.2.1.3 Loi de comportement en élasticité linéaire isotrope

**Hypothèse** : le solide est élastique linéaire, donc :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (4)$$

avec les modules d'élasticité  $C_{ijkl}$  vérifiant les identités :  $C_{ijkl} = C_{klij} = C_{jikl} = C_{ijlk}$   
 $C$  étant le tenseur d'élasticité.

## 2.2.2 Description du fluide

**Hypothèse** : le fluide obéit aux lois de l'acoustique linéaire.

### 2.2.2.1 Équation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit, en l'absence de sources :

$$T_{ij,j} - \rho_0 \frac{d^2 u_{fi}}{dt^2} = 0 \quad (5)$$

où :  $T_{kl}$  est le tenseur des contraintes dans le fluide,  
 $\rho_0$  est la masse volumique du fluide à l'état naturel,  
 $x$  est le champ de déplacement d'une particule de fluide.

### 2.2.2.2 Équation de conservation de la masse

Au premier ordre et en l'absence de sources acoustiques, l'équation de conservation de la masse s'exprime par la relation :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial t} \right) = 0 \quad (6)$$

### 2.2.2.3 Loi de comportement

**Hypothèse** : le fluide obéit aux lois de l'acoustique linéaire, donc :

$$T_{ij} = -p \delta_{ij} \quad (7)$$

Le fluide est supposé en évolution barotrope (la pression  $p$  est, pour le fluide donné, une fonction connue de la seule masse volumique) :

$$p = \rho c_0^2 \quad (8)$$

où  $c_0$  est la célérité du son dans le fluide au repos.

## 2.2.2.4 Équation de propagation des ondes ou équation de Helmholtz

On la déduit par combinaison des équations de conservation de la masse (6) et de la quantité de mouvement (5) écrites en régime harmonique, à la pulsation  $\omega$  :

$$\Delta p + k^2 p = 0 \quad (9)$$

où  $k = \omega/c$  est le nombre d'onde.

## 2.2.3 Description de l'interaction fluide-structure

À l'interface fluide-structure ( $\Sigma$ ), le fluide étant non visqueux, il n'adhère pas à la paroi. On écrit donc :

- la continuité des contraintes normales :

$$\sigma_{ij} \cdot n_i = T_{ij} \cdot n_i = -p \delta_{ij} \cdot n_i \quad (10)$$

- la continuité des vitesses normales :

$$\frac{du_i}{dt} \cdot n_i = \frac{dx_i}{dt} \cdot n_i \quad (11)$$

## 2.2.4 Formulation du problème couplé

En définitive, la formulation du problème de vibro-acoustique en termes de déplacements pour la structure et de pression dans le fluide conduit aux équations du problème harmonique ( $P$ ) dans le milieu solide :

$$C_{ijkl} \cdot u_{k,jl} + \omega^2 \rho_S u_i = 0 \text{ dans } \Omega_S \quad (12)$$

L'équation de propagation des ondes dans le milieu fluide :

$$\Delta p + k^2 p = 0 \text{ dans } \Omega_f \quad (13)$$

Avec les deux équations de couplage fluide-structure. En contraintes :

$$C_{ijkl} \cdot u_{k,l} \cdot n_i = -p \delta_{ij} \cdot n_i \text{ sur } \Sigma \quad (14)$$

Et en vitesses :

$$u_i \cdot n_i = \frac{1}{\rho_0 \omega^2} \frac{\partial p}{\partial n} \text{ sur } \Sigma \quad (15)$$

## 2.3 Équations variationnelles associées au problème

On résout le problème couplé en utilisant la méthode des éléments finis à partir de la formulation faible du problème.

### 2.3.1 Équations variationnelles associées à la structure

Soit  $\delta u$ , cinématiquement admissible dans  $\Omega_S$ , l'équation (12) peut s'écrire sous la forme intégrale :

$$\int_{\Omega_S} [C_{ijkl} \cdot u_{k,li} \delta u_i + \omega^2 \rho_S u_i \delta u_i] dV = 0 \quad (16)$$

Après intégration par parties, on obtient la formulation faible :

$$\int_{\Omega_s} [C_{ijkl} \cdot u_{k,l} \delta u_{i,j} - \omega^2 \rho_s u_i \delta u_i] dV - \int_{\Sigma} C_{ijkl} \delta u_i \delta u_{k,l} \cdot n_i^S dS = 0 \quad (17)$$

En prenant en compte la condition aux limites (14) :

$$\int_{\Omega_s} [C_{ijkl} \cdot u_{k,l} \delta u_{i,j} - \omega^2 \rho_s u_i \delta u_i] dV - \int_{\Sigma} p \delta u_i \cdot n_i dS = 0 \quad (18)$$

## 2.3.2 Équation variationnelle associée à l'équation du fluide

Soit  $\delta p$ , cinématiquement admissible dans  $\Omega_f$ . On écrit sous forme variationnelle l'équation (13) :

$$\int_{\Omega_f} [\Delta p \delta p + k^2 p \delta p] dV = 0 \quad (19)$$

Après intégration par parties, on obtient :

$$\int_{\Omega_f} \text{div}(\delta p \cdot \nabla p) dV - \int_{\Omega_f} \nabla p \cdot \nabla \delta p dV + k^2 \int_{\Omega_f} p \delta p dV = 0 \quad (20)$$

Puis :

$$\int_{\Sigma_f} \delta p \cdot \frac{dp}{\partial n} dS - \int_{\Omega_f} \nabla p \cdot \nabla \delta p dV + k^2 \int_{\Omega_f} p \delta p dV = 0 \quad (21)$$

Soit, si l'on prend en compte la condition aux limites (15) :

$$\frac{1}{\rho_0 \omega^2} \int_{\Omega_f} [\nabla p \cdot \nabla \delta p - k^2 p \cdot \delta p] dV - \int_{\Sigma} u_n \cdot \delta p dS = 0 \quad (22)$$

## 2.4 Discrétisation par éléments finis

L'approximation par éléments finis du problème complet conduit au système suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} & -\mathbf{C} \\ -\mathbf{C}^T & \frac{\mathbf{H}}{\rho_0 \omega^2} - \frac{\mathbf{Q}}{\rho_0 c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ p \end{bmatrix} = 0 \quad (23)$$

Sous une forme plus classique :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{C} \\ 0 & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ p \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ \rho_0 \mathbf{C}^T & \frac{\mathbf{Q}}{c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ p \end{bmatrix} = 0 \quad (24)$$

$\mathbf{K}$  et  $\mathbf{M}$  sont les matrices de raideur et de masse de la structure.  $\mathbf{H}$  est la matrice de « rigidité » du fluide obtenue à partir de la forme bilinéaire :

$$\mathbf{H} \rightarrow \int_{\Omega_f} \nabla p \cdot \nabla \delta p dV \quad (25)$$

Et  $\mathbf{Q}$  sont la matrice « masse » du fluide obtenue par :

$$\mathbf{Q} \rightarrow \int_{\Omega_f} p \cdot \delta p dV \quad (26)$$

$\mathbf{C}$  est la matrice de couplage obtenue à partir de la forme bilinéaire suivante :

$$\mathbf{C} \rightarrow \int_{\Sigma_f} p \cdot u_n dS \quad (27)$$

Le choix de la formulation conduit à un système matriciel non symétrique.

## 2.5 Choix d'une variable supplémentaire pour la description du fluide

### 2.5.1 Formulation du nouveau problème

Pour obtenir un problème symétrique, on associe à la variable de pression, une variable supplémentaire. Cette nouvelle variable est, soit le potentiel de déplacement du fluide  $\Phi$  tel que :

$$\mathbf{u}_f = \text{grad } \Phi \quad (28)$$

Voir [bib1], [bib4], [bib5]. Soit la variable  $\pi$  [bib3] telle que :

$$\pi = -\rho \cdot \Phi \quad (29)$$

La variable  $\pi$  permet de prendre en compte directement les fluides à masse volumique variable. Cependant, elle ne représente rien physiquement. C'est pourquoi, on lui préfère le potentiel des déplacements.

On remplace donc le déplacement  $\mathbf{u}_f$  du fluide par  $\text{grad } \Phi$  dans les équations du problème (P) [§2.2.4]. On obtient ainsi le nouveau problème à résoudre (P') :

$$C_{ijkl} \cdot u_{k,j} + \omega^2 \rho_S u_i = 0 \text{ dans } \Omega_S \quad (30)$$

Pour le fluide:

$$\rho_0 \omega^2 \Delta \Phi + k^2 p = 0 \text{ dans } \Omega_f \text{ et } p = \rho \omega^2 \Phi \text{ dans } \Omega_f \quad (31)$$

Et les deux équations de couplage :

$$C_{ijkl} \cdot u_{k,i} \cdot n_j = -\rho_0 \omega^2 \Phi \delta_{ij} \cdot n_j \text{ sur } \Sigma \text{ et } u_i \cdot n_i = \frac{\partial \Phi}{\partial n} \text{ sur } \Sigma \quad (32)$$

## 2.5.2 Formulation variationnelle associée au problème (P')

On applique à l'équation (31) la formule de Green :

$$\int_{\Omega_f} [\rho_0 \omega^2 \Delta \Phi + k^2 p] \Psi dV = 0 \quad \forall \Psi \text{ c.a.} \quad (33)$$

Après intégration par parties :

$$\Leftrightarrow \int_{\Omega_f} [k^2 p \Psi - \rho_0 \omega^2 \text{grad } \Psi \text{grad } \Phi] dV + \int_{\Sigma_f} \Psi \rho_0 \omega^2 \frac{\partial \Phi}{\partial n} dS = 0 \quad \forall \Psi \text{ c.a.} \quad (34)$$

Soit, si l'on prend en compte la condition aux limites (32a) :

$$\int_{\Omega_f} \frac{p \Psi}{\rho_0 c^2} dV - \int_{\Omega_f} \text{grad } \Phi \text{grad } \Psi dV + \int_{\Sigma} \Psi u_n dS = 0 \quad \forall \Psi \text{ c.a.} \quad (35)$$

De plus, on écrit sous forme faible l'équation (31b) quelque soit  $q$  cinématiquement admissible :

$$\int_{\Omega_f} (p - \rho_0 \omega^2 \Phi) q dV = 0 \quad \forall q \text{ c.a.} \quad (36)$$

Et :

$$\int_{\Omega_f} \frac{pq}{\rho_0 c^2} dV - \omega^2 \int_{\Omega_f} \frac{\Phi q}{c^2} dV = 0 \quad \forall q \text{ c.a.} \quad (37)$$

En sommant les équations (35) et (37), on obtient l'équation variationnelle associée au fluide :

$$\int_{\Omega_f} \frac{pq}{\rho_0 c^2} dV - \rho_0 \omega^2 \left[ \int_{\Omega_f} \frac{\Phi q + p \Psi}{\rho_0 c^2} dV - \int_{\Omega_f} \frac{\text{grad } \Phi \text{grad } \Psi}{\rho_0 c^2} dV + \int \Psi u_n dS \right] = 0 \quad (38)$$

$$\forall (q, \Psi) \text{ c.a.}$$

## 2.6 Discrétisation par éléments finis

En procédant avec la même démarche que celle utilisée dans [§2.3], on est conduit au système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mathbf{M}_f}{\rho_0 c^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ p \\ \Phi \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 & \rho_0 \mathbf{M}_\Sigma \\ 0 & 0 & \frac{\mathbf{M}_{fl}}{c^2} \\ \rho_0 \mathbf{M}_\Sigma^T & \frac{\mathbf{M}_{fl}^T}{c^2} & \rho_0 \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ p \\ \Phi \end{bmatrix} = 0 \quad (39)$$

$\mathbf{K}$  et  $\mathbf{M}$  étant respectivement les matrices de raideur et de masse de la structure.  $\mathbf{M}_\Sigma$  est la matrice de couplage fluide-structure obtenue à partir de la forme bilinéaire :

$$\mathbf{M}_\Sigma \rightarrow \int_\Sigma \Phi u dS \quad (40)$$

$\mathbf{M}_f$ ,  $\mathbf{M}_{fl}$ ,  $\mathbf{H}$  étant les matrices fluides, respectivement obtenues à partir des formes bilinéaires :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_f &\rightarrow \int_{\Omega_f} p^2 dV \\ \mathbf{M}_{fl} &\rightarrow \int_{\Omega_f} p \Phi dV \\ \mathbf{H} &\rightarrow \int_{\Omega_f} (\text{grad } \Phi)^2 dV \end{aligned} \quad (41)$$

Pour obtenir une matrice de masse et de rigidité fluide rigoureusement nulles, par convention, il suffit de mettre  $\rho_0 = c = 0$  (soit les coefficients `RHO` et `CELE_R` dans `DEFI_MATERIAU`).

## 2.7 Calculs de réponse acoustique

### 2.7.1 Vitesse imposée au fluide

Sur une partie  $\Sigma_v$  de la frontière fluide  $\Sigma_f$ , on peut imposer une condition limite de type vitesse normale  $v_0$ . Le terme de bord du fluide s'écrit alors :

$$-\rho_0 \omega^2 \int_{\Sigma_f} \Psi \cdot u_n ds = -\rho_0 \omega^2 \int_{\Sigma_f - \Sigma_z} \Psi \cdot u_n ds + i \omega \rho_0 \int_{\Sigma_v} \Psi v_0 ds \quad (42)$$

### 2.7.2 Impédance imposée sur une paroi du fluide

Sur une partie  $\Sigma_z$  de la frontière fluide  $\Sigma_f$ , on peut imposer une condition limite de type impédance  $Z$  :

$$p = Z v_n \quad (43)$$

où  $v_n$  est la vitesse normale sortante du fluide. En reportant cette condition dans l'équation traduisant la conservation de la quantité de mouvement (5) et en tenant compte de la loi de comportement du fluide (7), on a :

$$\text{grad } p + \frac{\rho_0}{z} \dot{p} = 0 \quad (44)$$

Pour conserver la symétrie du système, on exprime l'équation précédente en fonction du potentiel de déplacement du fluide  $\Phi$ , on a :

$$\text{grad } \ddot{\Phi} + \frac{\rho_0}{z} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial t^3} = 0 \quad (45)$$

Le terme de bord du fluide s'écrit alors :

$$\rho_0 \omega^2 \int_{\Sigma_f} \Psi \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds = \rho_0 \omega^2 \int_{\Sigma_f - \Sigma_z} \Psi \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds + i \omega^3 \int_{\Sigma_v} \frac{\rho_0^2}{z} \Phi \Psi ds \quad (46)$$

En définitive, imposer une impédance sur une paroi du fluide revient à introduire dans le système un terme d'amortissement.

## 2.7.3 Discrétisation par éléments finis

Si l'on impose des conditions limites de type vitesse imposée ou impédance de paroi imposée au fluide, on est conduit à résoudre le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mathbf{M}_f}{\rho_0 c^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 & \rho_0 \mathbf{M}_\Sigma \\ 0 & 0 & \frac{\mathbf{M}_{fl}}{c^2} \\ \rho_0 \mathbf{M}_\Sigma^T & \frac{\mathbf{M}_{fl}^T}{c^2} & \rho_0 \mathbf{H} \end{bmatrix} + i\omega^3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho_0^2}{Z} \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ i\omega \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (47)$$

$\mathbf{Q}$  étant la matrice obtenue à partir de la forme bilinéaire  $\int_{\Sigma_e} \Phi^2 dS$  et  $\mathbf{V}$ , le vecteur obtenu à partir de  $\int_{\Sigma_r} \rho_0 v_0 \Phi dS$ .

## 3 Intégration dans Aster

---

Les éléments décrits précédemment appartiennent, pour la partie fluide, à la modélisation '3D\_FLUIDE' du phénomène MECANIQUE et, pour l'interface fluide-structure, à la modélisation 'FLUI\_STRU' du même phénomène.

Ils conduisent à des éléments volumiques ou surfaciques, pour la partie fluide, en pression-potential de déplacement et à des éléments surfaciques pour l'interface fluide-structure en potentiel de déplacement du fluide-déplacement de la structure.

### 3.1 Flambement d'Euler, raideur géométrique

On considère le problème de flambement d'Euler d'un solide élastique en interaction avec un domaine fluide, modélisé avec l'hypothèse vibro-acoustique. Dans *Code\_Aster*, on modélise des champs fluctuants (déplacements du solide, pressions fluide :  $(u, p, \Phi)$ ). Le flambement d'Euler est donc traité par la recherche de l'annulation des fréquences propres de vibrations du système couplé, en incluant la présence de la raideur géométrique associée à l'état statique précontraint dans le solide, contrôlée par un paramètre de chargement critique à déterminer.

On admet dans un premier temps que la raideur géométrique associée à l'état statique initial dans le fluide est négligeable. On propose donc de définir une matrice de raideur géométrique nulle dans le domaine fluide et sur les interfaces fluide/structure. Cependant cette méthode d'analyse néglige le fait que la pression fluide est un chargement suiveur pour le solide, ce qui introduit donc un terme non linéaire, qui a souvent des effets notables sur les charges critiques de flambement. Il est donc préférable de traiter le problème par une analyse dynamique non linéaire associée à une analyse de stabilité, en pilotant le chargement mécanique : consulter le document U2.06.11.

## 4 Bibliographie

---

- 1) T. BALANNEC, S. COURTIER-ARNOUX, E. LUZZATO, P. THOMAS : Confrontation d'outils numériques du département AMV sur un test de couplage fluide-structure. Rapport interne E.D.F. D.E.R. HP-61/91.012.
- 2) P. GERMAIN : Introduction à la mécanique des milieux continus. Masson.
- 3) R.J. GIBERT : Vibrations des structures. Interactions avec les fluides. Sources d'excitation aléatoires. Collection de la Direction des Etudes et Recherche d'E.D.F. n°69.
- 4) R. OHAYON, R. VALID : True symmetric formulations of free vibrations of fluid-structure interaction. Applications and extensions. International conference on numerical method for coupled systems.
- 5) P. THOMAS : Formulation de couplage fluide-structure pour l'analyse modale dans SIVA. Application aux éléments tridimensionnels. Rapport interne E.D.F. D.E.R. HP-35.82/259.

## 5 Description des versions du document

Version Aster	Auteur(s) Organisme(s)	Description des modifications
2.3	Fe.Waeckel EDF/DER/EP/AMV	Texte initial