

## FORMA41 - Travaux pratiques de la formation « Génie Civil » : prise en compte des retraits dans l'étude d'une poutre en flexion 3 points

---

### Résumé :

Ce test 3D permet d'illustrer sur un cas simple les questions relatives à la modélisation des retraits dans le béton ; il met en évidence l'effet du séchage et de la température sur la répartition des contraintes.

Il s'agit d'une poutre en béton armée soumise à une flexion 3 points à laquelle on ajoute une sollicitation thermique et de séchage.

L'objectif du test est de montrer les possibilités de modélisation des retraits par chaînage de calculs thermique THER\_NON\_LINE et mécanique MECA\_STATIQUE.

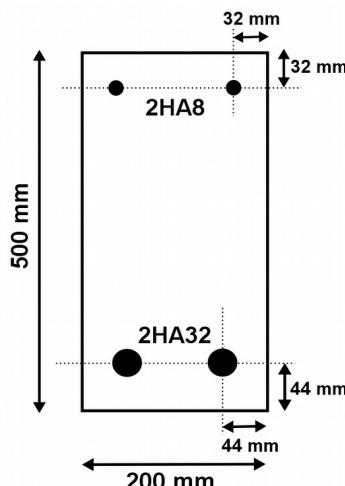
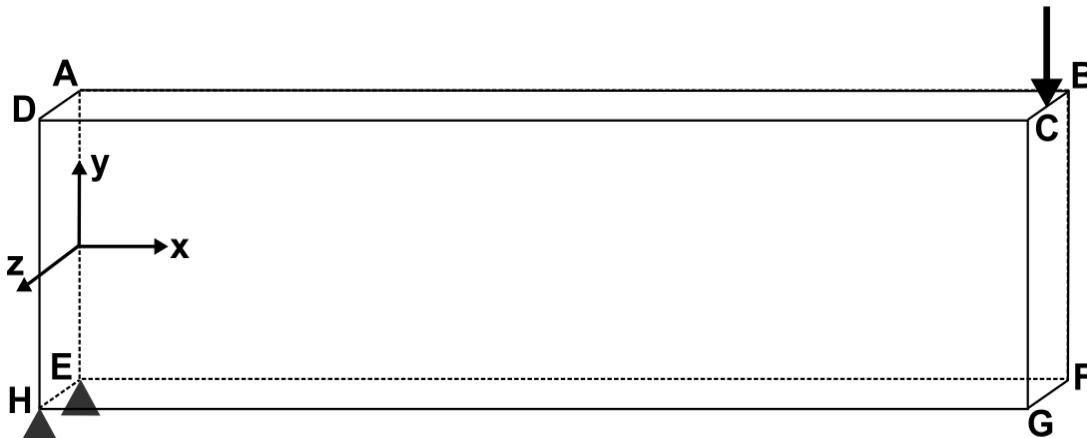
La modélisation A correspond au calcul de la flexion en élasticité. Il sert de comparaison pour les autres modélisations.

La modélisation B correspond au calcul avec prise en compte du retrait de dessiccation, du retrait endogène et de la dilatation thermique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Il s'agit d'une poutre armée de 5m de long dont on ne modélise qu'un quart grâce aux symétries. Les dimensions sont données en millimètres.



### 1.2 Condition initiale et chargements thermiques

La température initiale est uniforme à  $20^{\circ}\text{C}$ . Le béton est soumis à la thermo-hydratation.

La température est imposée à  $20^{\circ}\text{C}$  sur la face  $EFGH$ .

La température est constante à  $20^{\circ}\text{C}$  jusqu'à 10 jours puis varie linéairement de  $20^{\circ}\text{C}$  à  $40^{\circ}\text{C}$  entre 10 jours et 30 jours puis est constante à  $40^{\circ}\text{C}$  sur la face  $ABCD$ .

### 1.3 Condition initiale et chargements de séchage

La concentration en eau initiale est uniforme à  $120\text{ l}/\text{m}^3$ .

La concentration en eau est imposée à  $50\text{ l}/\text{m}^3$  sur la face  $EFGH$ .

La concentration en eau est imposée à  $70\text{ l}/\text{m}^3$  sur la face  $ABCD$ .

## 1.4 Conditions aux limites et chargements mécaniques

### Conditions de symétrie

La plaque est bloquée suivant  $Ox$  sur la face  $BCGF$  et suivant  $Oz$  sur la face  $ABFE$ .

### Condition limite

La plaque est bloquée suivant  $Oy$  sur le côté  $HE$ .

### Chargement

Elle est soumise à une force  $\frac{F}{4}=3840\text{ N}$  suivant  $Oy$  répartie sur le côté  $BC$  ce qui équivaut à une force totale de  $F=15360\text{ N}$  sur la poutre entière. La force est appliquée à l'instant final de chaque calcul (en modélisation A au seul pas de temps effectué et en modélisation B à  $t=100\text{ jours}$ ).

## 1.5 Propriétés thermiques des matériaux

Les caractéristiques du béton sont :

- Capacité thermique  $\rho C_p=2.4\text{e}^6\text{ J/m}^3/\text{°C}$  ;
- Conductivité  $\lambda=1\text{ W/m/°C}$  ;

et les caractéristiques relatives au comportement hydratant suivantes :

- chaleur par degré d'hydratation :  $Q_0=1.14\text{e}^8\text{ J/m}^3$
- affinité fonction de l'hydratation (évaluation polynomiale de la fonction connue par points) et de la température (nappe):

$$A(h, T)=(50.12h^6-190.76h^5+258.38h^4-123.71h^3-11.82h^2+15.37h+2.43)\exp\left(\frac{-QSR_K}{(273.15+T)}\right)$$

• avec constante d'Arrhénius :  $QSR_K=4000/\text{°K}$ .

**Remarque :** La constante d'Arrhénius est toujours exprimée en degré Kelvin. Les températures sont exprimées en  $^{\circ}\text{C}$ .

## 1.6 Propriétés des matériaux du séchage

On utilise la loi de diffusion SECH GRANGER :

$$D(C, T)=A\cdot\exp(BC)\frac{T}{T_0}\exp\left[-\frac{Q_s}{R}\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)\right]$$

- $A=3.3\text{e}-13\text{ m}^2/\text{s}$  ;
- $B=0.05$  ;
- $Q_s=4000$
- $T_0=293\text{ °K}=20\text{ °C}$

## 1.7 Propriétés mécaniques des matériaux

Le comportement est élastique.

Les caractéristiques des aciers sont :

- Module d'Young  $E_a=200\,000\text{ MPa}$  ;

- Coefficient de Poisson  $\nu=0.3$  ;

Les caractéristiques du béton sont :

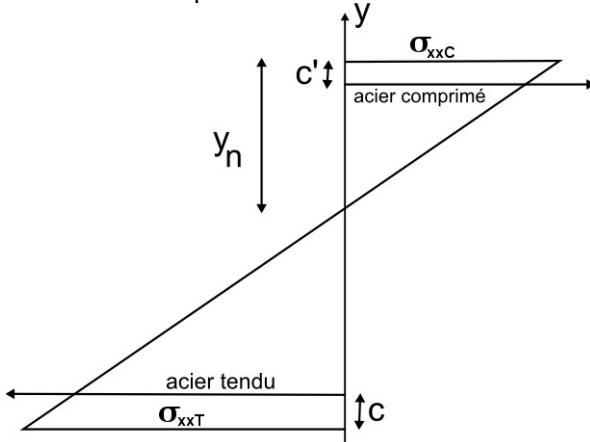
- Module d'Young  $E_b=32\,000\,MPa$  pour la modélisation A. En modélisation B, il varie linéairement en fonction de la température de  $E_b=30\,000\,MPa$  pour  $T=0\,^\circ C$  à  $E_b=40\,000\,MPa$  pour  $T=100\,^\circ C$  ;
- Coefficient de Poisson  $\nu=0.2$  ;
- Dilatation thermique  $\alpha=1.2e-6$  à la température de référence de  $T_{ref}=20\,^\circ C$
- Coefficient de retrait de dessiccation  $K_{des}=8e-6$
- Coefficient de retrait endogène  $B_{endo}=9e-5$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Solution élastique sans retrait

On se place sous les hypothèses suivantes:

- les sections de la poutres restent planes
- il y a adhérence parfaite entre le béton et l'acier
- le comportement est linéaire élastique



On peut donc évaluer la position de l'axe neutre de la poutre  $y_n$  en fonction de la position des aciers. Pour cela, il faut résoudre l'équation suivante :

$$y_n \left( \frac{2n}{b} (A_s + A_s') + 2h \right) - \left( \frac{2n}{b} (A_s' c' + A_s (h - c)) + h^2 \right) = 0 \quad (1)$$

Avec :

$A_s$  et  $A_s'$  : surfaces d'acières respectivement tendus et comprimés dans la section  
 $c'$  et  $c$  : enrobage de béton respectivement en dessous des aciers tendus et au dessus des aciers comprimés

$b$  et  $h$  : respectivement la largeur et la hauteur de la section de la poutre

$n = \frac{E_a}{E_b}$  : ratio entre les module d'Young du béton et de l'acier

La contrainte longitudinale de compression  $\sigma_{xxC}$  en fonction du moment fléchissant et de la position de l'axe neutre.

$$\sigma_{xxC} = \frac{Mf}{A_s n \frac{(h - c - y_n)^2}{y_n} + A_s' n \frac{(y_n - c')^2}{y_n} + \frac{b y_n^2}{3} + b \frac{(h - y_n)^3}{y_n}} \quad (2)$$

$$Mf(x) = \frac{F_x}{2} \quad (3)$$

L'application numérique donne :

$$y_n = 0.2674 \quad (4)$$

Et en  $x = 2.5 \text{ m}$  et  $y = 0.25 \text{ m}$ , la contrainte de compression maximale vaut:

$$\sigma_{xxC} = -2.05 \text{ MPa} \quad (5)$$

En utilisant la linéarité des contraintes dans la section, la contrainte de traction maximum en

$$\sigma_{xxT} = 1.78 \text{ MPa} \quad (6)$$

## 2.2 Solution avec retraits

On peut facilement évaluer les déformations dues au retrait de dessiccation et à la dilatation thermique là où on connaît les valeurs de la concentration en eau et de la température. Pour le retrait endogène, on évalue le degré d'hydratation à partir de l'interpolation utilisée pour la définition des paramètres d'hydratation. On a:

- en  $G$  à  $t > 30\text{ j}$  :

$$T = 20^\circ\text{C} \text{ donc } \varepsilon_{th} = \alpha(T - T_{ref}) = 0$$

$$C = 50 \text{ l/m}^3 \text{ donc } \varepsilon_{sec} = -K_{des}(C_0 - C) = -5.6\text{e-}4$$

$$h = 0,95 \text{ donc } \varepsilon_{endo} = -B_{endo} h = -8,55\text{e-}5$$

- en  $G$  à  $t > 30\text{ j}$  :

$$T = 40^\circ\text{C} \text{ donc } \varepsilon_{th} = \alpha(T - T_{ref}) = 2.4\text{e-}5$$

$$C = 70 \text{ l/m}^3 \text{ donc } \varepsilon_{sec} = -K_{des}(C_0 - C) = -4\text{e-}4$$

$$h = 0,95 \text{ donc } \varepsilon_{endo} = -B_{endo} h = -8,55\text{e-}5$$

Les contraintes en  $G$  ne sont pas calculées analytiquement mais résultent d'un calcul sur un maillage très fin (32000 HEXA20 et 155369 nœuds).

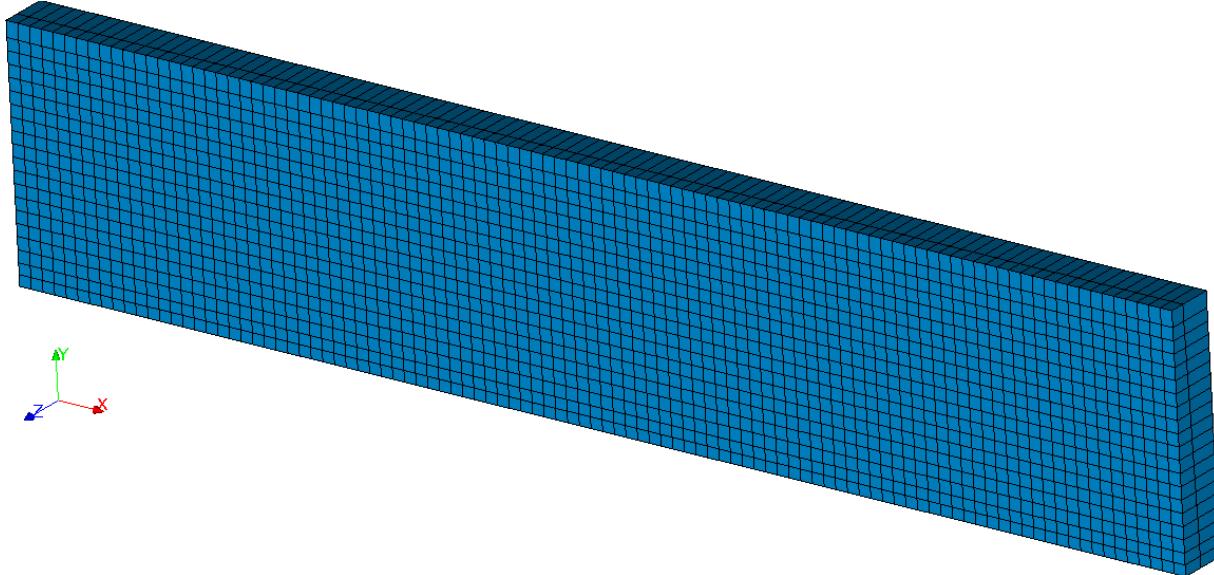
## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Calcul élastique sur un modèle volumique (3D). Le chargement est défini dans le § 1.4.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

On utilise un maillage qui comporte 4000 HEXA20 et 22965 nœuds.



### 3.3 Grandeur testée et résultats

On teste la valeur de la contrainte longitudinale :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
SIGM_NOEU - $SIXX$ en $G$	ANALYTIQUE	1.78 MPa	2,00%
SIGM_NOEU - $SIXX$ en $G$	NON_REGRESSION	1.75388 MPa	0,1%

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

On fait trois calculs successifs :

- Calcul thermique tel que décrit en 1.2 en modélisation 3D\_DIAG;
- Calcul de séchage tel que décrit en 1.3 sur le même modèle;
- Calcul élastique tel qu'en modélisation A.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

On utilise le même maillage que la modélisation A qui comporte 4000 HEXA20 et 22965 nœuds pour le calcul élastique. Pour les calculs thermiques et de séchage, on utilise ce même maillage mais linéaire. Les aciers ne sont pas pris en compte pour les calculs thermique et de séchage.

### 4.3 Grandeur testées et résultats

On teste la valeur des déformations de retraits de dessiccation et de dilatation :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
EPVC_ELNO - EPTHER_L en C	ANALYTIQUE	2.4e-5	1%
EPVC_ELNO - EPTHER_L en C	NON_REGRESSION	2.4e-5	0.1%
EPVC_ELNO - EPSECH en C	ANALYTIQUE	-4e-4	1%
EPVC_ELNO - EPSECH en C	NON_REGRESSION	-4.e-4	0.1%
EPVC_ELNO - EPSECH en G	ANALYTIQUE	-5.6e-4	1%
EPVC_ELNO - EPSECH en G	NON_REGRESSION	-5.6e-4	0.1%
EPVC_ELNO - EPHYDR en C	ANALYTIQUE	-8.55e-5	4%
EPVC_ELNO - EPHYDR en C	NON_REGRESSION	-8.2825e-5	0.1%
EPVC_ELNO - EPHYDR en G	ANALYTIQUE	-8.55 e- 5	4%
EPVC_ELNO - EPHYDR en G	NON_REGRESSION	-8.2825e-5	0.1%

On teste la valeur de la contrainte :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
SIGM_NOEU - SIXX en G	AUTRE_ASTER	1.7447e8	1%
SIGM_NOEU - SIXX en G	NON_REGRESSION	1.727481e8	0,1%

## 5 Mise en œuvre du TP

### 5.1 Déroulement du TP

Il s'agit de mener à bien un calcul chaînant thermo-hydratation, séchage et mécanique.

Ce TP permet de :

- mettre en œuvre un calcul thermique et de séchage dans Code\_Aster : gestion du chargement, des matériaux, du comportement et des paramètres de THER\_NON\_LINE ;
- comprendre et mettre en œuvre la notion de variable de commande ;
- définir des paramètres d'une loi de comportement qui dépendent de variables de commandes ;
- en ce qui concerne le test, le script Python générant la géométrie et le maillage dans Salomé se trouve dans le fichier datg associé au test.

### 5.2 Géométrie et maillage

La géométrie et le maillage sont directement générés par en lançant le script fourni.

### 5.3 Calcul élastique

Le calcul élastique correspondant à la modélisation A est exécuté,

Créer une étude Code\_Aster dans Salomé\_Méca utilisant le maillage généré et le fichier de commande de la modélisation A.

Ouvrir le fichier résultat .rmed dans Post-Pro ou dans Paravis et observer l'état de contrainte de la poutre

### 5.4 Ajout du calcul thermique

L'objectif est de modifier la modélisation A pour reproduire la modélisation B, c'est-à-dire d'ajouter les calculs thermique et de séchage.

**Enregistrer le fichier de commande de la modélisation A sous un autre nom et l'ouvrir dans Eficas et le modifier comme suit :**

Créer un nouveau maillage linéaire à partir du maillage quadratique initial avec CREA\_MAILLAGE .

Créer un modèle THERMIQUE utilisant la modélisation 3D\_DIAG.

Définir les paramètres thermiques DEFI\_MATERIAU et affecter le matériau aux mailles de béton .

Définir le chargement thermique sur les faces concernées dans AFFE\_CHAR\_THER\_F avec TEMP\_IMPO.

Définir une liste d'instants de 0 à 100 jours qui passe par 10 jours et 30 jours.

Utiliser THER\_NON\_LINE pour résoudre le problème de thermique en utilisant la relation THER\_HYDR

### 5.5 Ajout du calcul de séchage

Ajouter les paramètres de séchage dans DEFI\_MATERIAU avec SECH\_GRANGER.

Définir le chargement de séchage sur les faces concernées dans `AFFE_CHAR_THER_F` avec `TEMP_IMPO`.

Utiliser `THER_NON_LINE` pour résoudre le problème de séchage. Ne pas oublier d'indiquer le résultat de thermique précédent dans `EVOL_THER_SECH`.

## 5.6 Prise en compte des retraits

Créer une fonction de la température définissant le module d'Young.

Modifier les paramètres mécaniques dans `DEFI_MATERIAU` avec `ELAS_FO`. Ajouter le coefficient de dilatation et de retrait de dessiccation.

Utiliser `PROJ_CHAM` pour projeter les résultats de séchage et de thermique précédents, définit sur le maillage linéaire, sur le maillage quadratique.

Ajouter dans `AFFE_MATERIAU` les variables de commande température, hydratation et séchage associées aux résultats précédents projetés. Ne pas oublier de spécifier les valeurs de références.

Ajouter la liste d'instants et la fonction de chargement à la commande `MECA_STATIQUE` déjà présente. Supprimer le chargement de flexion et arrêter le calcul un pas avant la fin.

Ajouter une commande `MECA_STATIQUE` avec le chargement de flexion qui calcul le dernier instant.

Ajouter dans `CALC_CHAM` le calcul de l'option `EPVC_ELNO` qui calcule les déformations dues aux retraits.

## 5.7 Analyse des résultats

On pourra utiliser le module VISU ou PARAVIS de Salomé pour visualiser les champs de déplacements, de contraintes et de déformation.

On pourra par exemple visualiser les contraintes le long du segment *BF* et observer les contraintes de traction élevée s en peau dues au retrait de dessiccation.

## 6 Synthèse des résultats

Ce test permet de montrer comment mener un calcul chaîné de thermique, séchage et mécanique sur du béton armé. On observe entre autre l'augmentation des contraintes en peau à cause du retrait de dessiccation.