

## **HSNV129 - Essai de compression-dilatation pour étude du couplage thermique-fissuration**

---

### **Résumé :**

On applique à un élément de volume obéissant à la loi de Mazars (version locale et non-locale) un chargement thermo-mécanique de façon à vérifier la bonne prise en compte de la dépendance des paramètres matériaux avec la température ainsi que la prise en compte de la dilatation thermique. Le chargement est homogène et se décompose aussi : compression à déplacement imposé et température constante, puis application d'un cycle de chauffage-refroidissement.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie et conditions aux limites

Elément de volume matérialisé par un cube de côté unitaire (  $m$  ) :

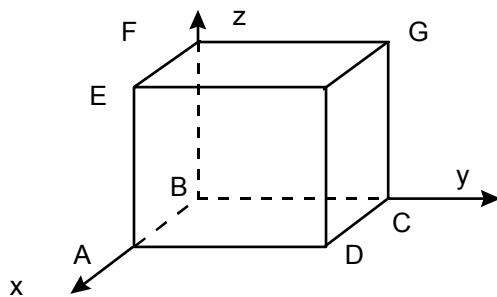


Figure 1.1-a : Géométrie

Le chargement est tel qu'on obtient un état de contrainte et de déformation uniforme dans le volume.  
 Les blocages sont les suivants :

- face  $ABCD$  :  $DZ=0$
- face  $BCGF$  :  $DX=0$
- face  $ABFE$  :  $DY=0$
- face  $EFGH$  : déplacement  $Uz(t)$

La température  $T(t)$  est supposée uniforme sur le cube ; la température de référence vaut  $0^\circ C$ .  
 $Uz$  et  $T$  varient en fonction du temps de la façon suivante :

instant $t$	0	100	200	300
$Uz(t)$	0 m.	$-10^{-3}$ m.	$-10^{-3}$ m.	$-10^{-3}$ m.
$T(t)$	$0^\circ C$	$0^\circ C$	$200^\circ C$	$0^\circ C$

On réalise donc un chargement purement mécanique, puis on chauffe en bloquant la direction  $Uz$ , avant de refroidir. Ceci permet de vérifier la séparation des déformations thermiques et mécaniques ainsi que la non-recouvrance des propriétés mécaniques après chauffage.

### 1.2 Propriétés du matériau

Pour le modèle de Mazars, les paramètres suivants ont été utilisés (valeur à  $0^\circ C$ ) :

Comportement élastique :

$$E = 32\ 000 \text{ MPa}, \nu = 0.2, \alpha = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ C^{-1}$$

Caractéristiques thermiques :

$$\lambda = 2.2 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}, C_p = 2.2 \cdot 10^6 \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Comportement endommageant :

$$\varepsilon_{d0} = 1.0 \cdot 10^{-4}; A_c = 1.15; A_t = 1.0; B_c = 2000.; B_t = 10\ 000; k = 0.7$$

On considère par ailleurs que  $E$  et  $B_c$  varient avec la température. Leur évolution est donnée sur les figures [Figure 1.2-a] et [Figure 1.2-b].

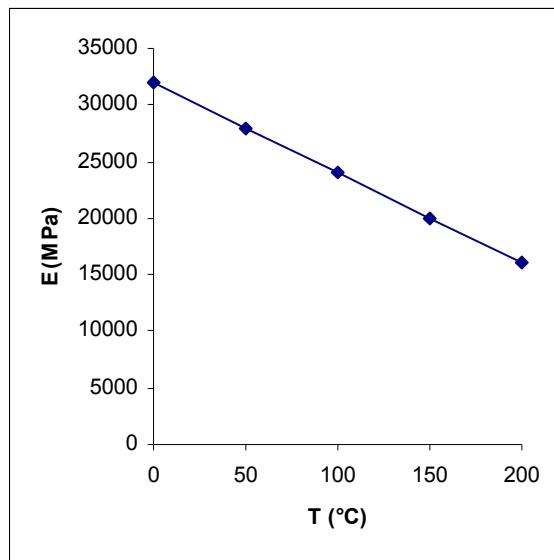


Figure 1.2-a : Evolution du module d'Young avec la température

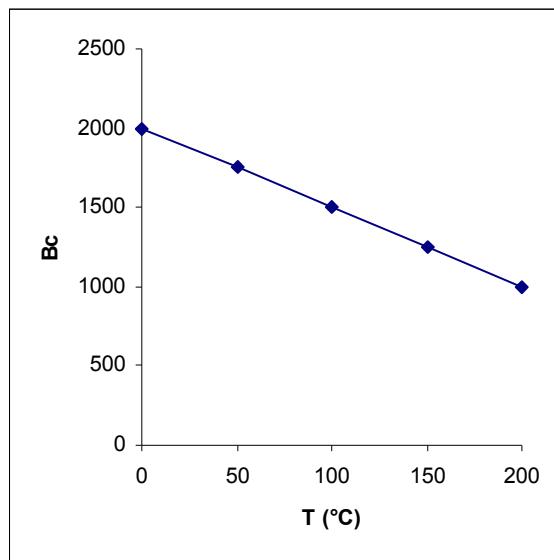


Figure 1.2-b : Evolution de  $B_C$  avec la température

## 2 Solution de référence

On peut déterminer analytiquement la solution du problème posé.

On note :

- $\varepsilon_0$  la déformation appliquée dans la direction  $z$ ,
- $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  et  $\varepsilon_3$  les déformations principales

### 2.1 Première étape du chargement : compression simple

- Le tenseur des déformations vaut :
$$\begin{bmatrix} -\nu\varepsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu\varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \end{bmatrix}$$
 avec  $\varepsilon_0 < 0$
- La déformation équivalente vaut par conséquent :
$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\langle \varepsilon_1^e \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_2^e \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_3^e \rangle_+^2} = -\nu\varepsilon_0\sqrt{2}$$
- Dès lors que  $\tilde{\varepsilon} > \varepsilon_{d0}$ , il y a évolution de l'endommagement qui vaut :
$$D = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_c)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_c}{\exp[B_c(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]}$$
- Enfin la contrainte  $\sigma_{zz}$  vaut :
$$\sigma_{zz} = E(1 - D)\varepsilon_0$$

### 2.2 Deuxième étape du chargement : dilatation thermique en déformations planes

- Le tenseur des déformations totales vaut :

$$\begin{bmatrix} -\nu\varepsilon_0 + \alpha(T - T_{ref})(1 + \nu) & 0 & 0 \\ 0 & -\nu\varepsilon_0 + \alpha(T - T_{ref})(1 + \nu) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \end{bmatrix}$$

avec  $\varepsilon_0 < 0$  fixe

- La déformation élastique valant  $\varepsilon^e = \varepsilon - \alpha(T - T_{ref})\mathbf{I}_d$ , la déformation équivalente vaut :
$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{2\nu(\alpha(T - T_{ref}) - \varepsilon_0)}$$

- L'endommagement vaut :

$$D = \text{MAX}\left[D, 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_c)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_c}{\exp[B_c(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]}\right]$$

- Enfin la contrainte  $\sigma_{zz}$  vaut :

$$\sigma_{zz} = E(1 - D)[\varepsilon_0 - \alpha(T - T_{ref})]$$

**Remarque :**

- A un état donné, les paramètres matériaux utilisés sont ceux définis à la température maximale vue par le matériau et pas à la température courante.
- L'évaluation de l'endommagement  $D$  fait intervenir la notion de maximum atteint au cours de l'histoire du chargement ; la solution n'est donc pas complètement analytique mais implique une discréétisation. Dans le cas où il n'y a pas d'influence de la thermique, il suffit de prendre  $\tilde{\epsilon}$  équivalent à la déformation équivalente maximale atteinte. Lorsqu'on prend en compte l'aspect thermique, le chauffage peut contribuer à « diminuer » ou « retarder » l'endommagement à déformation donnée ; c'est le cas avec l'évolution de  $B_c$  retenue. Dans ce cas, il faut en fait discréétiser assez finement le chargement pour avoir la bonne valeur d'endommagement  $D$  (qui présente en effet un maximum dans notre cas).

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D  
Elément MECA\_HEXA8

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8  
Nombre de mailles et types : 1 HEXA8

### 3.3 Fonctionnalités testées

La loi de comportement MAZARS\_FO combinée avec ELAS\_FO.

### 3.4 Grandeurstestées et résultats

On compare l'endommagement  $D$  et la contrainte  $\sigma_{zz}$  à différents instants

	Identification	Référence	Aster	% différence
$t=50$	$D$	0	0	-
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-16.0	-16.0	$2.33 \cdot 10^{-14}$
$t=100$	$D$	0.1702	0.1702	0.007
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-26.5532	-26.5532	$6.46 \cdot 10^{-5}$
$t = 150$	$D$	0.4247	0.4247	-0.005
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-30.3768	-30.3769	$2.91 \cdot 10^{-4}$
$t = 200$	$D$	0.4626	0.4625	-0.014
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-29.2327	-29.2382	0.019
$t = 250$	$D$	0.4626	0.4625	-0.014
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-18.9153	-18.9188	0.019
$t = 300$	$D$	0.4626	0.4625	-0.014
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-8.5979	-8.5994	0.018

### 3.5 Remarque

En réalité, l'endommagement maximum, c'est-à-dire 0.4626 est atteint au temps  $t \approx 180\text{ s}$ .  
Ensuite, il n'évolue plus à cause de la diminution de  $B_c$  quand la température augmente.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

L'utilisation de la version délocalisée du modèle de Mazars passe par l'utilisation de la modélisation 3D\_GRAD\_EPSI et implique l'utilisation d'éléments quadratiques.

Le test est réalisé avec une longueur caractéristique nulle.

Modélisation 3D\_GRAD\_EPSI

Elément MGCA\_HEXA20

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20

Nombre de mailles et types : 1 HEXA20

### 4.3 Fonctionnalités testées

La loi de comportement MAZARS\_FO combinée avec ELAS\_FO dans le cadre de la modélisation non-locale 3D\_GRAD\_EPSI.

### 4.4 Grandeur testées et résultats

On compare l'endommagement  $D$  et la contrainte  $\sigma_{zz}$  à différents instants

	Identification	Référence	Aster	% différence
$t=50$	$D$	0	0	-
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-16.0	-16.0	$2.33 \cdot 10^{-14}$
$t=100$	$D$	0.1702	0.1702	0.007
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-26.5532	-26.5532	$6.46 \cdot 10^{-5}$
$t=150$	$D$	0.4247	0.4247	-0.005
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-30.3768	-30.3770	$8.06 \cdot 10^{-4}$
$t=200$	$D$	0.4626	0.4625	-0.014
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-29.2327	-29.2382	0.019
$t=250$	$D$	0.4626	0.4625	-0.014
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-18.9153	-18.9188	0.019
$t=300$	$D$	0.4626	0.4625	-0.014
	$\sigma_{zz}$ ( MPa )	-8.5979	-8.5994	0.018

### 4.5 Remarque

En réalité, l'endommagement maximum, c'est-à-dire 0.4626 est atteint au temps  $t \approx 180\text{ s}$ . Ensuite, il n'évolue plus à cause de la diminution de  $B_c$  quand la température augmente.

## 5 Synthèse des résultats

On obtient la solution analytique avec une précision inférieure à 0.02 % ce qui permet d'être assuré de la bonne implantation du modèle de Mazars y compris lorsqu'intervient la température. Rappelons les choix qui ont été faits pour le couplage fissuration-thermique et qui sont vérifiés ici :

- dilatation thermique linéaire,
- évolution de l'endommagement uniquement sous l'effet de la déformation élastique et pas thermique,
- dépendance des paramètres matériaux avec la température maximale, c'est-à-dire la non-réversibilité des modifications des propriétés mécaniques lorsque le béton est chauffé puis refroidi.