

SSNP504 – Contact en grands glissements avec X-FEM pour des fissures obliques

Résumé :

Ce test a pour but de tester et valider les fonctionnalités de l'approche grands glissements avec X-FEM dans le cas des structures 2D en contraintes planes et en déformations planes présentant des fissures obliques. Cette approche, décrite dans [R5.03.53], permet notamment la prise en compte du contact, avec frottement, au niveau des fissures introduites par la méthode X-FEM, en présence des grands déplacements mais sous l'hypothèse des petites déformations. Les nouveaux algorithmes, par rapport au traitement de contact avec X-FEM sous l'hypothèse des petites perturbations [R7.02.12], qui sont testés et validés par ce cas-test concernent la réactualisation géométrique des lèvres des fissures, l'appariement maître – esclave et la création des nouveaux éléments hybrides de contact.

On teste et valide également le fonctionnement et l'efficacité de l'algorithme conçu pour le respect de la condition LBB, algorithme développé initialement pour l'approche HPP de la méthode X-FEM [R7.02.12].

On considère une structure 2D, un rectangle présentant deux fissures obliques le traversant complètement (on parlera alors d'interfaces). Chaque interface coupe plusieurs étages d'éléments, condition nécessaire pour mettre en évidence l'efficacité de l'algorithme LBB. Le blocage des déplacements horizontaux est imposé aux quatre coins du rectangle, des déplacements verticaux sont imposés sur les bords inférieur et supérieur du rectangle afin de serrer le bloc milieu qui se voit imposer un déplacement horizontal pour le faire glisser, en montant le long des interfaces. Suite à la sollicitation de compression ainsi créée, des pressions de contact apparaissent sur les zones en contact, avec une évolution de leurs valeurs en fonction de l'avancement du bloc milieu.

La validation se fait par comparaison des valeurs de la pression de contact avec les valeurs similaires obtenues à partir d'un test homologue (même géométrie, mêmes conditions aux limites etc.), traité dans le cadre classique de la méthode des éléments finis, avec *Code_Aster*, où les interfaces sont conformes au maillage.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La structure est un rectangle sain dans lequel deux interfaces obliques sont introduites. Les interfaces sont parallèles et placées comme montré sur la [Figure 1.1-1]. Les dimensions de la structure ainsi que celles concernant la géométrie des interfaces sont :

$$\begin{aligned}H &= 9 \text{ m} ; \\L &= 4 \text{ m} ; \\B &= 4 \text{ m} ; \\h &= 2.125 \text{ m} ; \\ \alpha &= 13.49\end{aligned}$$

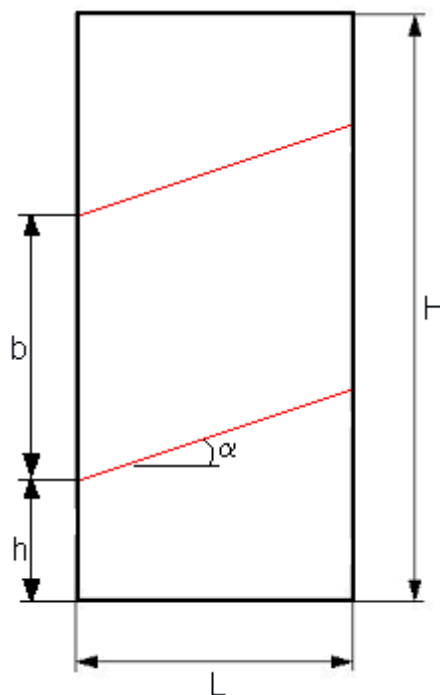


Figure 1.1-1: Géométrie de la structure et positionnement des interfaces.

1.2 Propriétés du matériau

Module de Young : $E = 100 \text{ MPa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le blocage des déplacements horizontaux est imposé aux quatre coins de la structure (voir [Figure 1.3-1]). Sur les bords inférieur et supérieur du rectangle, on impose des déplacements suivant l'axe Y qui vont fermer les interfaces afin de générer de la pression de contact. Le bloc milieu est soumis à un glissement important en appliquant un déplacement contrôlé suivant l'axe X sur son bord gauche.

Les valeurs numériques des déplacements imposés sont :

$$Depl_X = 2.00 \text{ m} ;$$

$$Depl_Y = 1.0E - 2 \text{ m} .$$

Leur application se fait suivant une fonction rampe classique, en 4 pas de charge.
Le coefficient de frottement de Coulomb est pris égal à 0,5 .

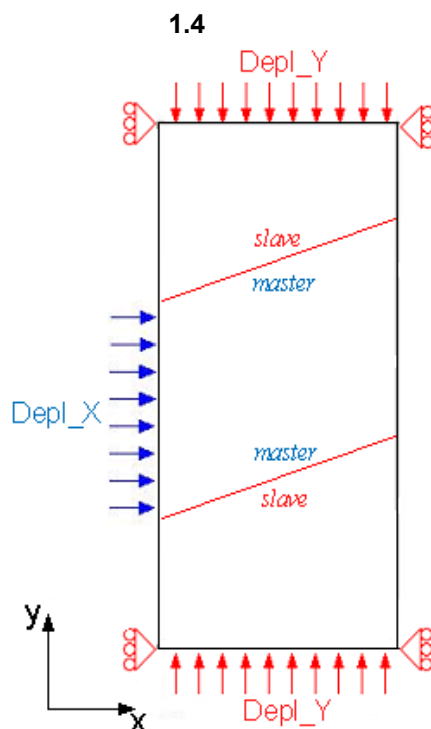


Figure 1.3-1 : Illustration des conditions aux limites et des chargements.

2 Solution de référence

La solution de référence pour ce cas-test est fournie par les résultats issus d'un calcul *Code_Aster*, pour la même structure mais avec des interfaces respectant le maillage, réalisée avec la méthode continue de contact déjà existante dans le cadre classique de la méthode des éléments finis [R5.03.52].

La géométrie (exception faite pour l'introduction des interfaces), les conditions aux limites, les chargements ainsi que les paramètres de contact sont les mêmes que ceux considérés pour ce cas-test modélisé avec la méthode X-FEM.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation FEM, en déformations planes. Les trois blocs sont maillés avec des mailles conformes et les conditions de contact sont imposées sur les arêtes de ces blocs. On déclare les arêtes maîtres sur le bloc milieu et les arêtes esclaves sur les blocs inférieur et supérieur afin de se conformer à la [Figure 1.3-1].

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est réglé (voir [Figure 3.2-1]) et comporte 3 blocs composés de mailles de type QUAD4. Les 3 blocs possèdent chacun 256 mailles.

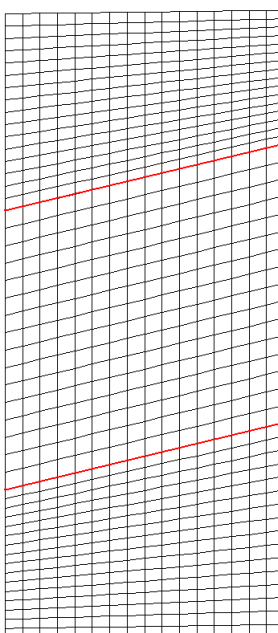


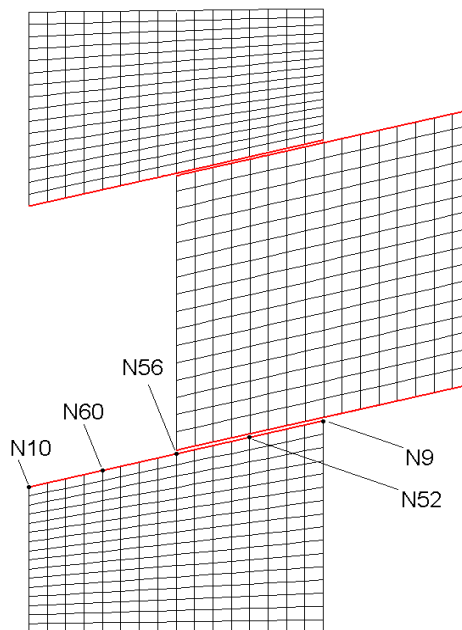
Figure 3.2-1: Le maillage de la modélisation A

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les pressions de contact sur la lèvre supérieure du bloc inférieur, celle-ci étant déclarée esclave, à la fin de chaque pas de charge considéré. L'emplacement des nœuds qui stockent les degrés de liberté de contact, dont on teste les valeurs, est illustré sur la [Figure 3.3-1].

Pas	Identification	Référence	Tolérance
1	LAGS_C pour N10	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N60	-6.3355792D+04	5.0%
	LAGS_C pour N56	-6.0652836D+04	5.0%
	LAGS_C pour N52	-5.0757743D+04	5.0%
	LAGS_C pour N9	0.0000000E+00	1.0E-12
2	LAGS_C pour N10	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N60	-1.8115145E+05	5.0%
	LAGS_C pour N56	-1.2479791E+05	5.0%
	LAGS_C pour N52	-1.0307176E+05	5.0%
	LAGS_C pour N9	0.0000000E+00	1.0E-12

3	LAGS_C pour N10	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N60	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N56	-2.0163278E+05	5.0%
	LAGS_C pour N52	-1.5784447E+05	5.0%
	LAGS_C pour N9	0.0000000E+00	1.0E-12
4	LAGS_C pour N10	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N60	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N56	-3.7985867E+05	5.0%
	LAGS_C pour N52	-2.2011907E+05	5.0%
	LAGS_C pour N9	0.0000000E+00	1.0E-12



**Figure 3.3-1: L'emplacement des nœuds
qui stockent les degrés de liberté de
contact testés**

3.4 Remarques

Ce test sert de référence à la modélisation B, il est donc normal d'avoir des résidus proches de zéro, qui correspondent à la précision demandée dans l'opérateur `IMPR_TABLE` du fichier de commande. Il permet de s'assurer qu'il n'y a pas d'évolution dans les algorithmes de calcul pour la méthode FEM de contact en grands glissements, auquel cas il faudrait alors aussi revoir la méthode X-FEM, basée sur celle-ci.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation X-FEM, en déformations planes, avec définition de contact sur les interfaces définies par des fonctions de niveau (level sets notées LN pour la level set normale) directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` [U4.82.08].

Le statut esclave/maître pour une surface de contact X-FEM est donné par le signe de la fonction de niveau normale LN : la surface esclave est sur le côté négatif tandis que la surface maître se situe du côté positif.

Les équations des fonctions de niveau pour les deux interfaces obliques sont les suivantes :

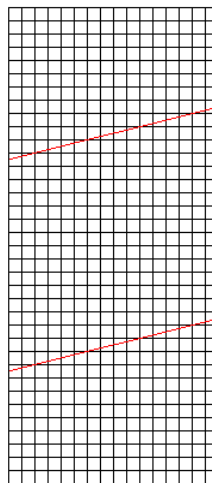
$$LN\ 1 = Y - X - \tan \alpha - 2.125 \quad \text{éq 4.1-1}$$

$$LN\ 2 = -Y + X - \tan \alpha + 6.125 \quad \text{éq 4.1-2}$$

Aucune level set tangentielle n'est nécessaire puisqu'on utilise le mot clé `TYPE_DISCONTINUITE='INTERFACE'`, ce qui permet d'avoir une structure totalement coupée en trois parties.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est réglé (voir [Figure 3.3-1]) et comporte 576 mailles de type QUAD4, 16×36 suivant les axes horizontaux et verticaux, respectivement. Suite à la définition des interfaces, les mailles coupées par celles-ci sont transformées en QUAD8 afin de pouvoir stocker les degrés de liberté de contact frottant aux nœuds sommets et milieux.



**Figure 4.2-1: Le
maillage de la
modélisation B**

Comme on peut l'observer sur la [Figure 3.3-1], chaque interface traverse 5 étages verticaux de mailles, ce qui mène à une richesse de l'espace de multiplicateurs de contact différente de celle de l'espace des déplacements géométriques. C'est dans cette situation que l'algorithme de respect de la LBB condition va agir afin de stabiliser la distribution de pression de contact.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de pression de contact sur la lèvre esclave de la première interface, à la fin de chaque pas de charge considéré. La comparaison par rapport aux résultats de référence est donnée dans le tableau suivant.

L'emplacement des nœuds qui stockent les degrés de liberté de contact, dont on teste les valeurs, est illustré sur la [Figure 4.3-1].

Pas	Identification	Référence	Tolérance
1	LAGS_C pour N45	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N230	-6.3355791D+04	5.0%
	LAGS_C pour N249	-6.0652835D+04	5.0%
	LAGS_C pour N268	-5.0757742D+04	5.0%
	LAGS_C pour N83	0.0000000E+00	1.0E-12
2	LAGS_C pour N45	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N230	-1.8115145E+05	5.0%
	LAGS_C pour N249	-1.2479791E+05	5.0%
	LAGS_C pour N268	-1.0307176E+05	5.0%
	LAGS_C pour N83	0.0000000E+00	1.0E-12
3	LAGS_C pour N45	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N230	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N249	-2.0163278E+05	5.0%
	LAGS_C pour N268	-1.5784447E+05	5.0%
	LAGS_C pour N83	0.0000000E+00	1.0E-12
4	LAGS_C pour N45	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N230	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N249	-3.7985867E+05	5.0%
	LAGS_C pour N268	-2.2011907E+05	5.0%
	LAGS_C pour N83	0.0000000E+00	1.0E-12

L'analyse a été effectuée avec et sans l'algorithme de stabilisation LBB. En absence de l'algorithme, des oscillations importantes ont été trouvées dans la distribution des pressions de contact. En revanche, une fois l'algorithme LBB activé, on obtient une solution stable pour les pressions de contact.

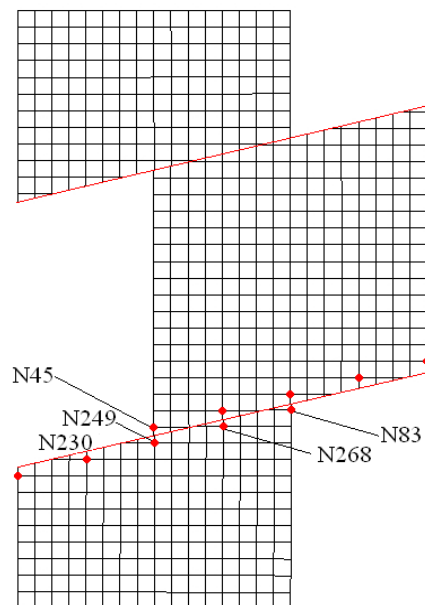


Figure 4.3-1: L'emplacement des nœuds qui stockent les degrés de liberté de contact testés

4.4 Remarques

Les résultats obtenus avec cette modélisation sont proches de ceux obtenus par la modélisation classique. Les écarts sont dus aux maillages différents (le maillage utilisé pour la modélisation classique n'est pas réglé afin de respecter la géométrie des interfaces obliques) et à la stabilisation par l'algorithme utilisé pour la satisfaction de la LBB.

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit des mêmes caractéristiques de modélisation que la modélisation A mais en contraintes planes.

5.2 Caractéristiques du maillage

Il s'agit des mêmes caractéristiques de maillage que la modélisation A.

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les pressions de contact comme pour la modélisation A. L'emplacement des nœuds qui stockent les degrés de liberté de contact, dont on teste les valeurs, est illustré sur la [Figure 3.3-1].

Pas	Identification	Référence	Tolérance
1	LAGS_C pour N10	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N60	-5.6047281D+04	5.0%
	LAGS_C pour N56	-5.3536786D+04	5.0%
	LAGS_C pour N52	-4.4909070D+04	5.0%
	LAGS_C pour N9	0.0000000E+00	1.0E-12
2	LAGS_C pour N10	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N60	-1.6263864E+05	5.0%
	LAGS_C pour N56	-1.1063071E+05	5.0%
	LAGS_C pour N52	-9.1544228E+04	5.0%
	LAGS_C pour N9	0.0000000E+00	1.0E-12
3	LAGS_C pour N10	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N60	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N56	-1.7966654E+05	5.0%
	LAGS_C pour N52	-1.4075455E+05	5.0%
	LAGS_C pour N9	0.0000000E+00	1.0E-12
4	LAGS_C pour N10	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N60	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N56	-3.4348434E+05	5.0%
	LAGS_C pour N52	-1.9708554E+05	5.0%
	LAGS_C pour N9	0.0000000E+00	1.0E-12

5.4 Remarques

Ce test sert de référence à la modélisation D.

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit des mêmes caractéristiques de modélisation que la modélisation B mais en contraintes planes.

6.2 Caractéristiques du maillage

Il s'agit des mêmes caractéristiques de maillage que la modélisation B.

6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de pression de contact comme pour la modélisation B.

Pas	Identification	Référence	Tolérance
1	LAGS_C pour N43	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N228	-5.6047281E+04	5.0%
	LAGS_C pour N247	-5.3536786E+04	5.0%
	LAGS_C pour N266	-4.4909070E+04	5.0%
	LAGS_C pour N81	0.0000000E+00	1.0E-12
2	LAGS_C pour N43	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N228	-1.6263864D+05	5.0%
	LAGS_C pour N247	-1.1063071D+05	5.0%
	LAGS_C pour N266	-9.1544228D+04	5.0%
	LAGS_C pour N81	0.0000000E+00	1.0E-12
3	LAGS_C pour N43	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N228	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N247	-1.7966654E+05	5.0%
	LAGS_C pour N266	-1.4075455E+05	5.0%
	LAGS_C pour N81	0.0000000E+00	1.0E-12
4	LAGS_C pour N43	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N228	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N247	-3.4348434E+05	5.0%
	LAGS_C pour N266	-1.9708554E+05	5.0%
	LAGS_C pour N81	0.0000000E+00	1.0E-12

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit des mêmes caractéristiques de modélisation que la modélisation A.

7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est réglé (voir [Figure 7.2-1]) et comporte 3 blocs composés de mailles de type TRI3. Il possède au total environ 4608 éléments, 32×72 suivant les axes horizontaux et verticaux, respectivement.

Le maillage est plus fin que dans les tests précédents car on veut éviter une perte de précision entre les méthodes de contact FEM et X-FEM causée par les différences de maillage. De plus, il est construit pour ce cas (contact FEM) à partir du maillage de visualisation X-FEM de la modélisation F (contact X-FEM homologue), afin de limiter les différences de maillage entre les deux approches de contact.

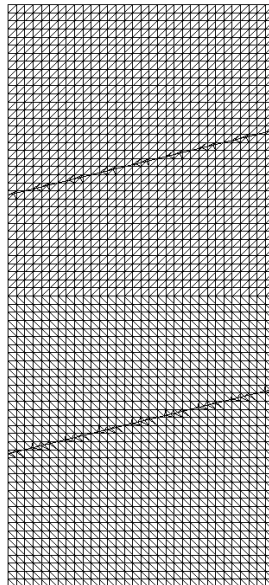


Figure 7.2-1: Le maillage de la modélisation E

7.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de la pression de contact comme pour la modélisation A. L'emplacement des nœuds qui stockent les degrés de liberté de contact, dont on teste les valeurs, est illustré sur la [Figure 7.3-1].

Pas	Identification	Référence	Tolérance
1	LAGS_C pour N2288	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N2531	-6.0789654D+04	5.0%
	LAGS_C pour N2791	-5.9710311D+04	5.0%
	LAGS_C pour N3051	-5.1197045D+04	5.0%
	LAGS_C pour N3311	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N2288	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N2531	-3.9911326E+05	5.0%

2	LAGS_C pour N2791	-1.2010508E+05	5.0%
	LAGS_C pour N3051	-1.0176447E+05	5.0%
	LAGS_C pour N3311	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N2288	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N2531	0.0000000E+00	1.0E-12
3	LAGS_C pour N2791	-1.9289294E+05	5.0%
	LAGS_C pour N3051	-1.5195304E+05	5.0%
	LAGS_C pour N3311	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N2288	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N2531	0.0000000E+00	1.0E-12
4	LAGS_C pour N2791	-9.4470171E+05	5.0%
	LAGS_C pour N3051	-2.0680207E+05	5.0%
	LAGS_C pour N3311	0.0000000E+00	1.0E-12

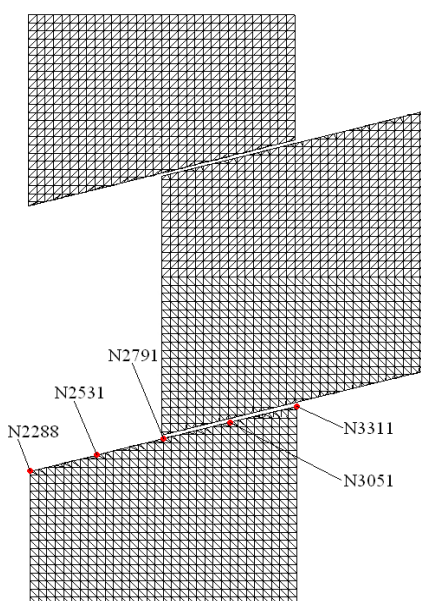


Figure 7.3-1: L'emplacement des nœuds qui stockent les degrés de liberté de contact testés

7.4 Remarques

Ce test sert de référence à la modélisation F.

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit des mêmes caractéristiques de modélisation que la modélisation B.

8.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est réglé (voir [Figure 8.2-1]) et comporte 4608 mailles de type TRI3. Suite à la définition des interfaces, les mailles coupées stockent à leurs nœuds les degrés de liberté de contact frottement.

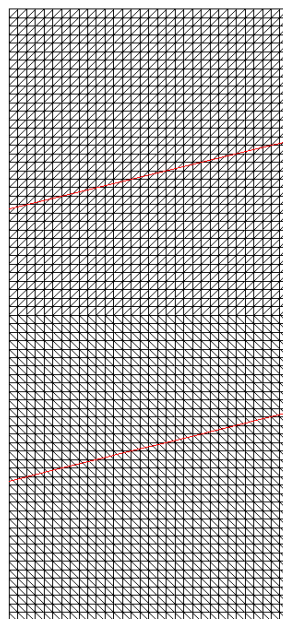


Figure 8.2-1: Le maillage de la modélisation F

8.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de pression de contact comme pour la modélisation B. L'emplacement des nœuds qui stockent les degrés de liberté de contact, dont on teste les valeurs, est illustré sur la [Figure 8.3-1]. On compare graphiquement sur la [Figure 8.3-2] les résultats des approches FEM et X-FEM pour le dernier pas de charge.

Pas	Identification	Référence	Tolérance
1	LAGS_C pour N65	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N412	-6.0789654D+04	5.0%
	LAGS_C pour N710	-5.9710311D+04	5.0%
	LAGS_C pour N1008	-5.1197045D+04	5.0%
	LAGS_C pour N1306	0.0000000E+00	1.0E-12
2	LAGS_C pour N65	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N412	-3.9911326E+05	5.0%
	LAGS_C pour N710	-1.2010508E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1008	-1.0176447E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1306	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N65	0.0000000E+00	1.0E-12

3	LAGS_C pour N412	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N710	-1.9289294E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1008	-1.5195304E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1306	0.0000000E+00	1.0E-12
4	LAGS_C pour N65	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N412	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N710	-9.4470171E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1008	-2.0680207E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1306	0.0000000E+00	1.0E-12

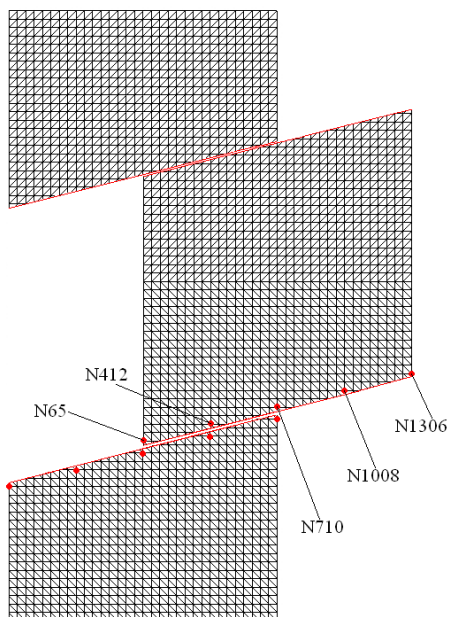


Figure 8.3-1: L'emplacement des nœuds qui stockent les degrés de liberté de contact testés

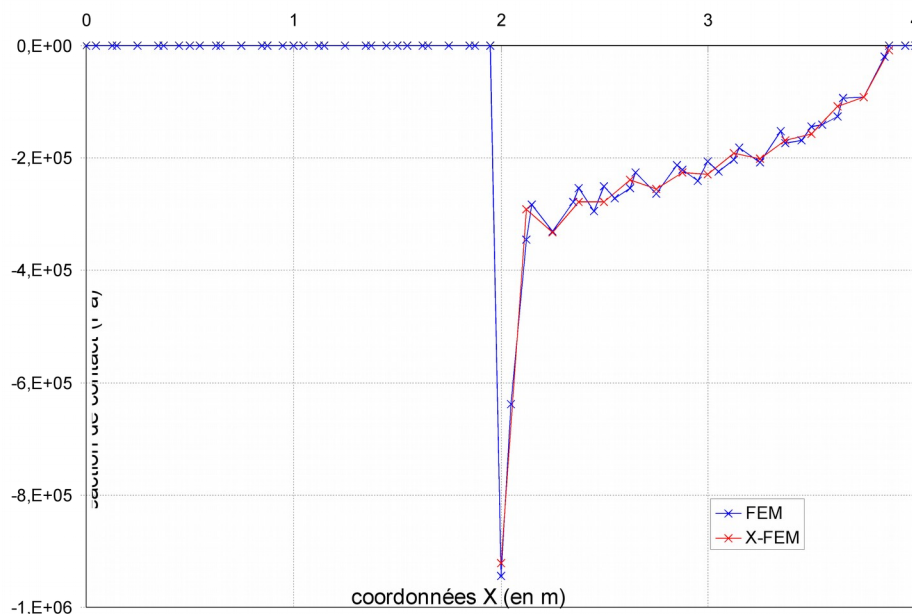


Figure 8.3-2: SSNP503-e et f : Comparaison des réactions de contact (dernier pas de charge), pour les méthodes FEM (en bleu) et XFEM (en rouge).

8.4 Remarques

Ces résultats valident en 2D la gestion de l'intégration du contact avec frottement glissant lorsqu'une relation d'égalité entre les degrés de liberté de contact frottement est imposée au passage contactant/non contactant par l'algorithme de stabilisation de la LBB (voir [R5 03 53] et [D9 05 06]).

Pour que les résultats des deux approches (méthodes de contact X-FEM et FEM classique) correspondent, on a récupéré le maillage du post-traitement de l'approche X-FEM pour construire le maillage pour l'approche FEM (modélisation E). Les positions des noeuds du maillage (sauf interface) sont alors les mêmes, l'intégration de la rigidité se fait sur les mêmes triangles et l'intégration du contact se fait sur les mêmes segments.

Toutefois, suivant cette démarche de construction de maillage, les interfaces en méthode de contact FEM possèdent presque deux fois plus de degrés de liberté (contact et déplacement) que celles en méthode de contact X-FEM. On ne résout donc pas exactement le même problème numérique dans les 2 cas.

La convergence du test de comparaison sur le profil de la réaction de contact est vérifiée avec une tolérance maximale de 12 % en un des points. Cette relativement grande tolérance tient compte des oscillations (voir [Figure 8.3-2]) qui proviennent de l'irrégularité de la taille des segments sur lesquels on intègre le contact. On remarque que ces oscillations sont de moins grande amplitude dans le cas X-FEM en raison de l'algorithme de gestion de la condition LBB.

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit des mêmes caractéristiques de modélisation que la modélisation F, mais en formulation pénalisée.

9.2 Caractéristiques du maillage

Il s'agit du même maillage que celui de la modélisation F.

9.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de pression de contact avec les mêmes références et tolérances que la modélisation F. L'emplacement des nœuds qui stockent les degrés de liberté de contact, dont on teste les valeurs, est illustré sur la la [Figure 8.3-1].

Pas	Identification	Référence	Tolérance
1	LAGS_C pour N65	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N412	-6.0789654D+04	5.0%
	LAGS_C pour N710	-5.9710311D+04	5.0%
	LAGS_C pour N1008	-5.1197045D+04	5.0%
	LAGS_C pour N1306	0.0000000E+00	1.0E-12
2	LAGS_C pour N65	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N412	-3.9911326E+05	5.0%
	LAGS_C pour N710	-1.2010508E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1008	-1.0176447E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1306	0.0000000E+00	1.0E-12
3	LAGS_C pour N65	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N412	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N710	-1.9289294E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1008	-1.5195304E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1306	0.0000000E+00	1.0E-12
4	LAGS_C pour N65	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N412	0.0000000E+00	1.0E-12
	LAGS_C pour N710	-9.4470171E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1008	-2.0680207E+05	5.0%
	LAGS_C pour N1306	0.0000000E+00	1.0E-12

10 Synthèse des résultats

Les objectifs de ce test sont atteints.

- Il s'agit de montrer la faisabilité de la prise en compte du contact sur les lèvres de fissures obliques avec l'approche grands glissements X-FEM. Seul le cas des fissures traversant complètement la structure a été envisagé (interface).
- On démontre également en 2D l'efficacité des algorithmes implémentés pour améliorer les résultats lorsque les relations d'égalités introduites sur les degrés de liberté de contact par l'algorithme LBB entrent en conflit avec un changement de statut contactant/non contactant (modélisation F).
- L'approche a été validée avec la prise en compte des frottements en 2D (déformations planes et contraintes planes, éléments QUAD4 et TRI3)