

## SSNP306 - Validation du critère de flambement par recherche sélective des valeurs propres

---

### Résumé :

Ce test permet la validation de la généralisation du critère de flambement (perte d'unicité de la solution, présence de bifurcation) pour les modèles en formulations mixtes. Le nouveau critère qui s'écrit comme un problème aux valeurs propres sous-contraintes est validé pour la modélisation d'endommagement non-local `GRAD_VARI`. On compare les plus petits modes de la formulation `GRAD_VARI` et ceux de la modélisation locale dans le cas d'une étude homogène.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Cadre théorique

Le critère de flambement habituel se traduit par une vérification de signe de la plus petite valeur propre de la matrice tangente  $K \delta u = \mu \delta u$ . Si  $\mu \leq 0$  la solution du problème mécanique n'est plus unique.

Pour les formulations mixtes, les modes propres associés à la présence de coefficients de Lagrange doivent être éliminés. Ceci nous ramène vers un problème aux modes propres sous contrainte.

$K \begin{pmatrix} \delta u \\ \delta \lambda \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} \delta u \\ 0 \end{pmatrix}$  est le nouveau critère de flambement pour une modélisation mixte.

Dans le cas `GRAD_VARI` le critère est encore plus restrictif, car il faut également prendre en compte la loi de comportement pour obtenir des modes physiques. Ceci doit pouvoir se généraliser à d'autres types de modélisations. Le critère s'écrit alors comme un problème aux valeurs propres généralisé :

$K \begin{pmatrix} \delta u \\ \delta \alpha \\ \delta \lambda \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} \delta u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  nouveau critère de flambement pour une modélisation `GRAD_VARI`.

Cela nous fournit deux contraintes d'égalités dans la recherche du mode en déplacement. La première nous permet de vérifier la loi de comportement du matériau et la seconde l'égalité des perturbations de l'endommagement aux noeuds avec celui calculé localement aux points de Gauss.

Nous validons le nouveau critère de flambement en faisant une comparaison entre les plus petits modes de la formulation `GRAD_VARI` et ceux de la modélisation locale dans le cas d'une étude homogène.

Remarque :

Techniquement afin d'y parvenir les nouvelles commandes `RIGI_GEOM` et `DDL_EXCLUS` ont été ajoutées dans l'opérateur `CRIT_STAB`. On les utilise dans ce cas précis de la façon suivante :

```
CRIT_STAB = _F( RIGI_GEOM = 'NON', # Nécessaire pour appeler ensuite DDL_EXCLUS
                DDL_EXCLUS = ('VARI', 'LAG_GV') )
```

### 1.2 Géométrie

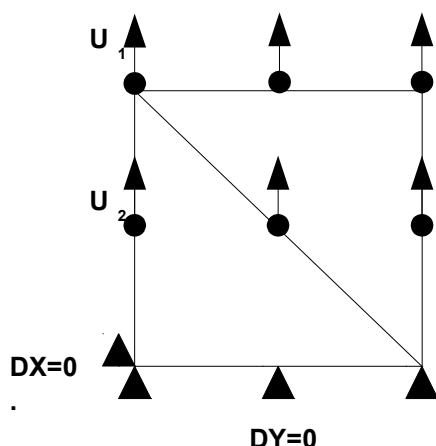


Figure 1 : Représentation du problème en deux mailles quadratiques

## 1.3 Propriétés du matériau

Loi d'endommagement : matériau ENDO\_FRAGILE

Caractéristiques élastique :

- $E = 3 \cdot 10^4$  Pa
- $\nu = 0.25$

Caractéristiques liées à la loi d'endommagement :

- Limite d'élasticité :  $\sigma^Y = 3.0$  Pa
- Pente d'adoucissement :  $E^T = -1.95 \cdot 10^3$  Pa
- Caractéristiques non-locales :  $L_c = 1.0$  ;  $r = 100$ .

## 1.4 Conditions aux limites et chargements

**Encastrement** : Déplacements imposés nuls  $DY = 0$ . sur l'arrête horizontale du bas ( $y = 0$ .) et  $DX = 0$ . sur le nœud extrême gauche ( $x = y = 0$ .) Voir figure1.

**Chargement 1** : Déplacement imposé  $U_1$  sur l'arrête horizontale du haut ( $y = 1$ .) :  
 $DY = 2 \cdot 10^{-6}$  t

**Chargement 2** : Déplacement imposé  $U_2$  sur tous les nœuds de coordonnées  $y = 0.5$  :  
 $DY = 1 \cdot 10^{-6}$  t

## 2 Solution de référence

La même étude est faite en local et en non local. On compare les plus petites valeurs propres de l'opérateur tangent calculées avec le critère de flambement standard en local (qu'on prendra comme référence) et avec le nouveau critère en non local. La modélisation D\_PLAN est utilisée en local, la modélisation D\_PLAN\_GRAD\_VARI est utilisée en non local. Le chargement est effectué sur une durée de 100 pas de temps, de sorte à visualiser le passage par un état d'endommagement non-nul de la structure. On considère le test réussi, si l'écart relatif ne dépasse pas 0.01%.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 2 TRIA6 tel que présenté en Figure 1.

### 3.2 Grandeurs testées et résultats

NUME_ORDRE	Référence	Aster	% différence	Tolérance
100	980.12	981.05	0.095%	0.02%
90	1142.93	1056.03	0.093%	0.02%
80	1142.93	1143.95	0.089%	0.02%
70	1249.79	1249.79	0.084%	0.02%
60	1381.74	1381.74	0.076%	0.02%
50	1553.5	1554.52	0.066%	0.02%
40	1641.67786584879	1641.67786584879	0.0E+00%	0.02%
1	1641.67786584879	1641.67786584879	1.4E-14%	0.02%

Tableau 1: Comparaison de valeurs propres en local et non-local

---

## 4 Synthèses des résultats

---

On retrouve des résultats identiques en modélisation locale et non locale, ce qui valide l'introduction du nouveau critère de flambement pour les problèmes mixtes.