

SSNP303 - Élément en contrainte plane et traction - Plasticité parfaite

Résumé :

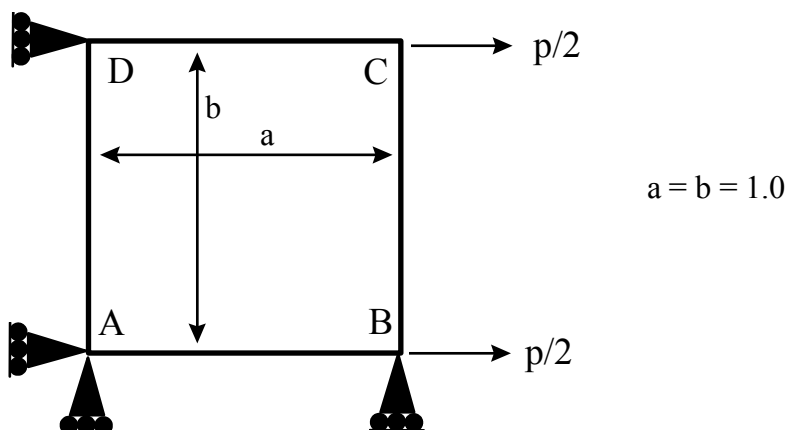
Ce test de mécanique quasi-statique non linéaire 2D consiste à charger trois éléments de plaque superposés (type d'élément `MECPQU4`). Les 4 nœuds sont communs aux 3 éléments. Les éléments ont des propriétés différentes (plasticité parfaite) pour obtenir une courbe de traction convenable. Ce test est tiré du guide NAFEMS.

Le but est de comparer les différentes méthodes de type Newton-Raphson permettant de résoudre le système d'équations non linéaires (`NEWTON : (MATRICE 'ELASTIQUE')` et `NEWTON : (MATRICE 'TANGENTE')` avec `REAC_INCR` et `REAC_ITER`). Le critère de convergence choisi correspond à 0.01% de la force résiduelle (`RESI_GLOB_RELA`).

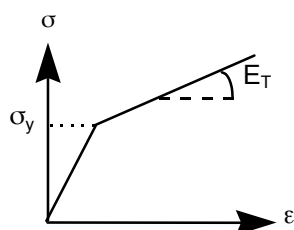
La modélisation est effectuée avec des éléments plans de type `MECPQU4`.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés de matériaux



Matériau 1	Matériau 2	Matériau 3
$E = 100000 \text{ MPa}$	$E = 60000 \text{ MPa}$	$E = 40000 \text{ MPa}$
$\nu = 0.25$	$\nu = 0.25$	$\nu = 0.25$
$\sigma_y = 3 \text{ MPa}$	$\sigma_y = 6 \text{ MPa}$	$\sigma_y = 8 \text{ MPa}$
$E_T = 0.0$	$E_T = 0.0$	$E_T = 0.0$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Point A : $u_x = 0$.

$u_y = 0$.

Point B : $u_y = 0$.

Point D : $u_x = 0$.

Chargement par une force $P/2$ sur le point B et C . La force P est augmentée en 6 étapes de la manière suivante :

Force P	3.00	6.00	9.00	12.95	15.00	16.93
-----------	------	------	------	-------	-------	-------

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Les résultats considérés comme référence ont été obtenus par SAMCEF en utilisant 60 incréments pour chaque étape de chargement. Les caractéristiques des différentes méthodes de résolution sont les suivantes :

- A Utilisation de la matrice élastique.
- B Utilisation de la matrice tangente ; celle-ci n'est réévaluée qu'à la première itération de chaque incrément (REAC_INCR = 1 et REAC_ITER = 0). Il s'agit de la méthode de Newton modifiée.
- C Utilisation de la matrice tangente ; celle-ci est réévaluée à chaque itération de chaque incrément (REAC_INCR = 1 et REAC_ITER = 1). Il s'agit de la méthode de Newton classique.

2.2 Résultats de référence

Résultats obtenus avec 60 incréments pour chaque étape de chargement

Force	Elément 1		Elément 2		Elément 3	
	σ^{xx}	σ^{yy}	σ^{xx}	σ^{yy}	σ^{xx}	σ^{yy}
3.00	1.500000D+00	6.938894D-18	9.000000D-01	-1.040834D-17	6.000000D-01	-6.938894D-18
6.00	3.000000D+00	4.861944D-13	1.800000D+00	-2.081668D-17	1.200000D+00	-3.469447D-18
9.00	3.147155D+00	3.199571D-01	3.511707D+00	-1.900098D-01	2.341138D+00	-1.279828D-01
12.95	3.252919D+00	5.950074D-01	5.814267D+00	-3.523377D-01	3.878832D+00	-2.380030D-01
15.00	3.213822D+00	4.873069D-01	6.017834D+00	3.174572D-02	5.768340D+00	-5.231355D-01
16.93	3.209297D+00	4.753345D-01	6.149462D+00	3.048490D-01	7.571241D+00	-7.863557D-01

2.3 Incertitude sur la solution

Incertitude inférieure à 1 % .

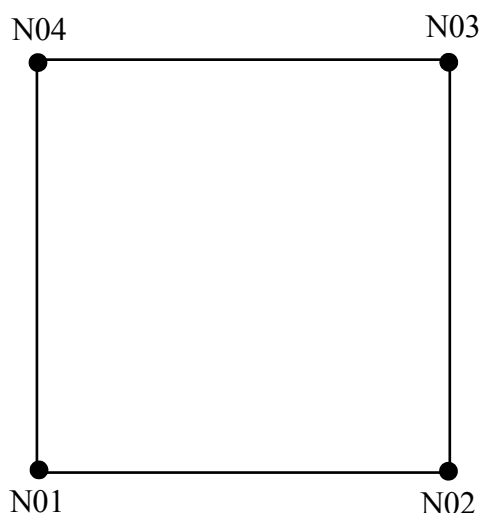
2.4 Références bibliographiques

- 1) Fundamental tests for two and three dimensional, small strain, elastoplastic finite element analysis, 1987, NAFEMS

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation A

Utilisation des éléments QUAD4



Modélisation en contraintes planes : C_PLAN

Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO : (Noeud N01 DX = 0 , DY = 0)
(Noeud N02 DX = 0 , DY = 0)
(Noeud N04 DX = 0)
- des forces imposées aux noeuds N02 et N03 .

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 3 MECPOU4

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instant	Référence	Aster	% différence
<i>SIXX</i> (maille 1)	1	1,500000E+00	1,500000E+00	0
<i>SIYY</i> (maille 1)	1	6,938894E-18	1,291047E-14	0
<i>SIXX</i> (maille 2)	1	9,000000E-01	9,000000E-01	0
<i>SIYY</i> (maille 2)	1	-1,040834E-17	-1,509903E-14	0
<i>SIXX</i> (maille 3)	1	6,000000E-01	6,000000E-01	0
<i>SIYY</i> (maille 3)	1	-6,938894E-18	-2,107830E-14	0
<i>SIXX</i> (maille 1)	2	3,000000E+00	3,000000E+00	0
<i>SIYY</i> (maille 1)	2	4,861944E-13	1,359551E-13	0
<i>SIXX</i> (maille 2)	2	1,800000E+00	1,800000E+00	0
<i>SIYY</i> (maille 2)	2	-2,081668E-17	-1,093097E-13	0
<i>SIXX</i> (maille 3)	2	1,200000E+00	1,200000E+00	0
<i>SIYY</i> (maille 3)	2	-3,469447E-18	-1,007126E-13	0
<i>SIXX</i> (maille 1)	3	3,147155E+00	3,145788E+00	-0,043
<i>SIYY</i> (maille 1)	3	3,199571E-01	3,167040E-01	-1,017
<i>SIXX</i> (maille 2)	3	3,511707E+00	3,512527E+00	0,023
<i>SIYY</i> (maille 2)	3	-1,900098E-01	-1,900224E-01	0,007
<i>SIXX</i> (maille 3)	3	2,341138E+00	2,341685E+00	0,023
<i>SIYY</i> (maille 3)	3	-1,279828E-01	-1,266816E-01	-1,017
<i>SIXX</i> (maille 1)	4	3,252919E+00	3,250728E+00	-0,067
<i>SIYY</i> (maille 1)	4	5,950074E-01	5,887464E-01	-1,052
<i>SIXX</i> (maille 2)	4	5,814267E+00	5,816159E+00	0,033
<i>SIYY</i> (maille 2)	4	-3,523377E-01	-3,521695E-01	-0,048
<i>SIXX</i> (maille 3)	4	3,878832E+00	3,882391E+00	0,092
<i>SIYY</i> (maille 3)	4	-2,380030E-01	-2,364650E-01	-0,646
<i>SIXX</i> (maille 1)	5	3,213822E+00	3,214367E+00	0,017
<i>SIYY</i> (maille 1)	5	4,873069E-01	4,887527E-01	0,297
<i>SIXX</i> (maille 2)	5	6,017834E+00	6,015985E+00	-0,031
<i>SIYY</i> (maille 2)	5	3,174572E-02	3,209818E-02	1,11
<i>SIXX</i> (maille 3)	5	5,768340E+00	5,769681E+00	0,023
<i>SIYY</i> (maille 3)	5	-5,231355E-01	-5,207413E-01	-0,458
<i>SIXX</i> (maille 1)	6	3,209297E+00	3,210194E+00	0,028
<i>SIYY</i> (maille 1)	6	4,753345E-01	4,777143E-01	0,501
<i>SIXX</i> (maille 2)	6	6,149462E+00	6,146791E+00	-0,043
<i>SIYY</i> (maille 2)	6	3,048490E-01	3,052330E-01	0,126
<i>SIXX</i> (maille 3)	6	7,571241E+00	7,572486E+00	0,016
<i>SIYY</i> (maille 3)	6	-7,863557E-01	-7,826545E-01	-0,471

3.4 Remarques

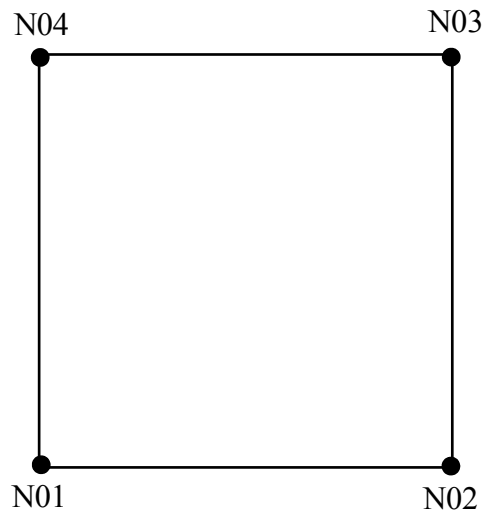
Pour obtenir une précision correcte, il faut imposer un nombre important d'incréments pour chaque étape de chargement (60 incréments).

Le nombre d'itérations est égal à 411.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation B

Utilisation des éléments QUAD4



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 3 MECPU4

Modélisation en contraintes planes : C_PLAN

Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO : (Nœud NO1 DX = 0 , DY = 0)
(Nœud NO2 DX = 0 , DY = 0)
(Nœud NO4 DX = 0)
- des forces imposées aux nœuds NO2 et NO3 .

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instant	Référence	Aster	% différence
<i>SIXX</i> (maille 1)	1	1,500000E+00	1,500000E+00	0.000
<i>SIYY</i> (maille 1)	1	6,938894E-18	1,351398E-14	0.000
<i>SIXX</i> (maille 2)	1	9,000000E-01	9,000000E-01	0.000
<i>SIYY</i> (maille 2)	1	-1,040834E-17	-2,142673E-14	0.000
<i>SIXX</i> (maille 3)	1	6,000000E-01	6,000000E-01	0.000
<i>SIYY</i> (maille 3)	1	-6,938894E-18	-2,924612E-14	0.000
<i>SIXX</i> (maille 1)	2	3,000000E+00	3,000000E+00	0.000
<i>SIYY</i> (maille 1)	2	4,861944E-13	9,617834E-14	0.000
<i>SIXX</i> (maille 2)	2	1,800000E+00	1,800000E+00	0.000
<i>SIYY</i> (maille 2)	2	-2,081668E-17	-8,301280E-14	0.000
<i>SIXX</i> (maille 3)	2	1,200000E+00	1,200000E+00	0.000
<i>SIYY</i> (maille 3)	2	-3,469447E-18	-9,360717E-14	0.000
<i>SIXX</i> (maille 1)	3	3,147155E+00	3,145788E+00	-0.043
<i>SIYY</i> (maille 1)	3	3,199571E-01	3,167038E-01	-1.017
<i>SIXX</i> (maille 2)	3	3,511707E+00	3,512527E+00	0.023
<i>SIYY</i> (maille 2)	3	-1,900098E-01	-1,900225E-01	0.007
<i>SIXX</i> (maille 3)	3	2,341138E+00	2,341685E+00	0.023
<i>SIYY</i> (maille 3)	3	-1,279828E-01	-1,266817E-01	-1.017
<i>SIXX</i> (maille 1)	4	3,252919E+00	3,250686E+00	-0.069
<i>SIYY</i> (maille 1)	4	5,950074E-01	5,886265E-01	-1.072
<i>SIXX</i> (maille 2)	4	5,814267E+00	5,816233E+00	0.034
<i>SIYY</i> (maille 2)	4	-3,523377E-01	-3,520332E-01	-0.086
<i>SIXX</i> (maille 3)	4	3,878832E+00	3,883081E+00	0.110
<i>SIYY</i> (maille 3)	4	-2,380030E-01	-2,365921E-01	-0.593
<i>SIXX</i> (maille 1)	5	3,213822E+00	3,214343E+00	0.016
<i>SIYY</i> (maille 1)	5	4,873069E-01	4,886891E-01	0.284
<i>SIXX</i> (maille 2)	5	6,017834E+00	6,015971E+00	-0.031
<i>SIYY</i> (maille 2)	5	3,174572E-02	3,207056E-02	1.023
<i>SIXX</i> (maille 3)	5	5,768340E+00	5,769686E+00	0.023
<i>SIYY</i> (maille 3)	5	-5,231355E-01	-5,207599E-01	-0.454
<i>SIXX</i> (maille 1)	6	3,209297E+00	3,210140E+00	0.026
<i>SIYY</i> (maille 1)	6	4,753345E-01	4,775720E-01	0.471
<i>SIXX</i> (maille 2)	6	6,149462E+00	6,146788E+00	-0.043
<i>SIYY</i> (maille 2)	6	3,048490E-01	3,052260E-01	0.124
<i>SIXX</i> (maille 3)	6	7,571241E+00	7,573072E+00	0.024
<i>SIYY</i> (maille 3)	6	-7,86		

4.4 Remarques

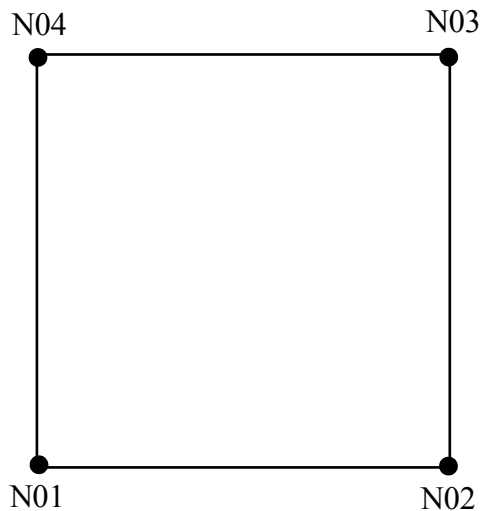
Idem modélisation A concernant le nombre d'incrémentes sur la précision des résultats.

Le nombre d'itérations est égal à 361.

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation C

Utilisation des éléments QUAD4



5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 3 MECPU4

Modélisation en contraintes planes : C_PLAN

Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO :
 - (Noeud NO1 DX = 0 , DY = 0)
 - (Noeud NO2 DY = 0)
 - (Noeud NO4 DX = 0)
- des forces imposées aux nœuds NO2 et NO3 .

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instant	Référence	Aster	% différence
<i>SIXX</i> (maille 1)	1	1,500000E+00	1,500000E+00	0
<i>SIYY</i> (maille 1)	1	6,938894E-18	1,351398E-14	0
<i>SIXX</i> (maille 2)	1	9,000000E-01	9,000000E-01	0
<i>SIYY</i> (maille 2)	1	-1,040834E-17	-2,142673E-14	0
<i>SIXX</i> (maille 3)	1	6,000000E-01	6,000000E-01	0
<i>SIYY</i> (maille 3)	1	-6,938894E-18	-2,924612E-14	0
<i>SIXX</i> (maille 1)	2	3,000000E+00	3,000000E+00	0
<i>SIYY</i> (maille 1)	2	4,861944E-13	9,617834E-14	0
<i>SIXX</i> (maille 2)	2	1,800000E+00	1,800000E+00	0
<i>SIYY</i> (maille 2)	2	-2,081668E-17	-8,301280E-14	0
<i>SIXX</i> (maille 3)	2	1,200000E+00	1,200000E+00	0
<i>SIYY</i> (maille 3)	2	-3,469447E-18	-9,360717E-14	0
<i>SIXX</i> (maille 1)	3	3,147155E+00	3,145788E+00	-0,043
<i>SIYY</i> (maille 1)	3	3,199571E-01	3,167040E-01	-1,017
<i>SIXX</i> (maille 2)	3	3,511707E+00	3,512527E+00	0,023
<i>SIYY</i> (maille 2)	3	-1,900098E-01	-1,900224E-01	0,007
<i>SIXX</i> (maille 3)	3	2,341138E+00	2,341685E+00	0,023
<i>SIYY</i> (maille 3)	3	-1,279828E-01	-1,266816E-01	-1,017
<i>SIXX</i> (maille 1)	4	3,252919E+00	3,250686E+00	-0,069
<i>SIYY</i> (maille 1)	4	5,950074E-01	5,886268E-01	-1,072
<i>SIXX</i> (maille 2)	4	5,814267E+00	5,816233E+00	0,034
<i>SIYY</i> (maille 2)	4	-3,523377E-01	-3,520328E-01	-0,087
<i>SIXX</i> (maille 3)	4	3,878832E+00	3,883081E+00	0,11
<i>SIYY</i> (maille 3)	4	-2,380030E-01	-2,365919E-01	-0,593
<i>SIXX</i> (maille 1)	5	3,213822E+00	3,214343E+00	0,016
<i>SIYY</i> (maille 1)	5	4,873069E-01	4,886892E-01	0,284
<i>SIXX</i> (maille 2)	5	6,017834E+00	6,015971E+00	-0,031
<i>SIYY</i> (maille 2)	5	3,174572E-02	3,207066E-02	1,024
<i>SIXX</i> (maille 3)	5	5,768340E+00	5,769686E+00	0,023
<i>SIYY</i> (maille 3)	5	-5,231355E-01	-5,207598E-01	-0,454
<i>SIXX</i> (maille 1)	6	3,209297E+00	3,210140E+00	0,026
<i>SIYY</i> (maille 1)	6	4,753345E-01	4,775721E-01	0,471
<i>SIXX</i> (maille 2)	6	6,149462E+00	6,146788E+00	-0,043
<i>SIYY</i> (maille 2)	6	3,048490E-01	3,052262E-01	0,124
<i>SIXX</i> (maille 3)	6	7,571241E+00	7,573072E+00	0,024
<i>SIYY</i> (maille 3)	6	-7,863557E-01	-7,827982E-01	-0,452

5.4 Remarques

Idem modélisation A concernant le nombre d'incréments sur la précision des résultats.

Le nombre d'itérations est égal à 360.

6 Synthèse des résultats

Un nombre important d'incréments est nécessaire pour obtenir une précision correcte : pour information, dix incréments par étape de chargement ne sont pas suffisants.