

## TTLP303 - Transfert de chaleur dans une plaque orthotrope : températures imposées

---

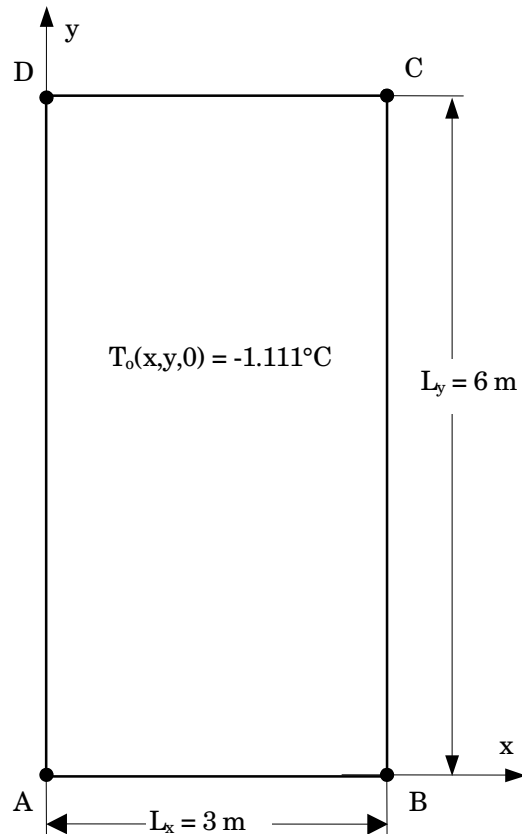
### Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en thermique.

|                           |                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Analyse :                 | Thermique transitoire linéaire                                                                                                                                                                                                              |
| Problème :                | 2D plan                                                                                                                                                                                                                                     |
| Fonctionnalités testées : | <ul style="list-style-type: none"><li>• élément thermique coque</li><li>• élément thermique plan</li><li>• matériau orthotrope</li><li>• algorithme de thermique transitoire</li><li>• conditions limites : températures imposées</li></ul> |
| Intérêt du test :         | <ul style="list-style-type: none"><li>• matériau orthotrope</li><li>• solution analytique</li></ul>                                                                                                                                         |
| Nombre de modélisations : | <ul style="list-style-type: none"><li>• 1 modélisation coque</li><li>• 1 modélisation plane</li></ul>                                                                                                                                       |

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés du matériau

|                                               |                                          |
|-----------------------------------------------|------------------------------------------|
| $\lambda_x = 1.319 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ | conductivité thermique suivant l'axe $x$ |
| $\lambda_y = 0.659 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ | conductivité thermique suivant l'axe $y$ |
| $\rho C = 1899.1 \text{ J/m}^3^\circ\text{C}$ | chaleur volumique                        |

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Contour  $ABCD$  :  $T = -17.778^\circ\text{C}$

### 1.4 Conditions initiales

$$T_0(t=0) = -1.111^\circ\text{C}$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$T(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{L_x} \sin \frac{j\pi y}{L_y} \exp \left[ - \left( \frac{\lambda_x n^2 \pi^2}{L_x^2} + \frac{\lambda_y j^2 \pi^2}{L_y^2} \right) t / \rho c \right]$$

où  $A_n = \left[ \frac{4(T_i)}{\pi^2 j n} [(-1)^n - 1][(-1)^j - 1] - 32 \right] \frac{5}{9}$   $T_i = \frac{5}{9} T_0 + 32$

| Température en °C à $t = 4320s$ |          |          |          |          |          |          |
|---------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 3.0                             | -17.7778 | -17.5742 | -17.3905 | -17.2448 | -17.1515 | -17.1189 |
| 2.7                             | -17.7778 | -17.5764 | -17.3948 | -17.2507 | -17.1581 | -17.1262 |
| 2.4                             | -17.7778 | -17.5832 | -17.4077 | -17.2684 | -17.1790 | -17.1482 |
| 2.1                             | -17.7778 | -17.5945 | -17.4291 | -17.2979 | -17.2137 | -17.1847 |
| 1.8                             | -17.7778 | -17.6102 | -17.4590 | -17.3391 | -17.2620 | -17.2355 |
| 1.5                             | -17.7778 | -17.6302 | -17.4970 | -17.3914 | -17.3235 | -17.3002 |
| 1.2                             | -17.7778 | -17.6542 | -17.5426 | -17.4541 | -17.3973 | -17.3777 |
| 0.9                             | -17.7778 | -17.6816 | -17.5949 | -17.5261 | -17.4819 | -17.4667 |
| 0.6                             | -17.7778 | -17.7120 | -17.6526 | -17.6056 | -17.5753 | -17.5649 |
| 0.3                             | -17.7778 | -17.7444 | -17.7142 | -17.6903 | -17.6749 | -17.6696 |
| 0.0                             | -17.7778 | -17.7778 | -17.7778 | -17.7778 | -17.7778 | -17.7778 |
| $Y \uparrow$<br>$X \rightarrow$ | 0.0      | 0.3      | 0.6      | 0.9      | 1.2      | 1.5      |

Les valeurs de référence sont obtenues avec  $n = j = 1000$

### 2.2 Résultats de référence

$t = 4320s (1.2hr)$  : température aux points suivants :

- en  $x = 0.6$  : pour  $y = 0.6, 1.5, 2.4, 3.0$
- en  $x = 1.5$  : pour  $y = 0.6, 1.5, 2.4, 3.0$

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

### 2.4 Références bibliographiques

1. J.C. Bruch Jr., G. Zyroloski, 'Transient two-dimensional heat conduction problems solved by the finite element method', Int. J. num. Meth. Engng, vol 8, n°3, pp 481-494, 1974.

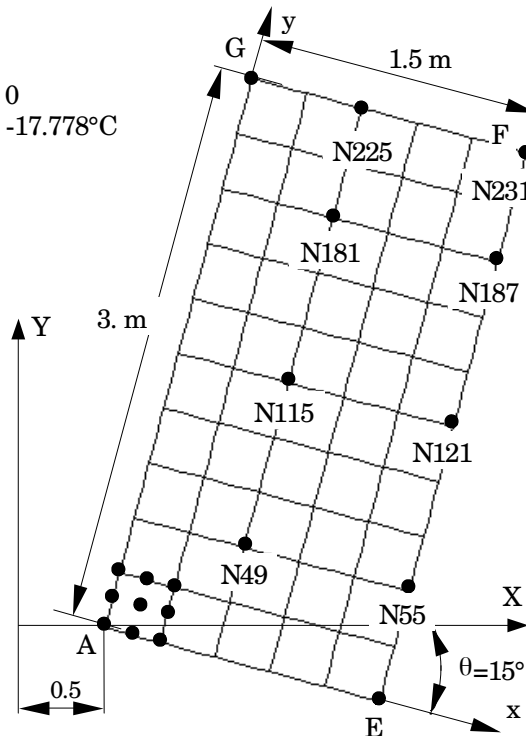
## 3 Modélisation C

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

#### PLAN (QUAD9)

##### Conditions limites

- cotés EF, FG:  $\phi = 0$
- cotés AE, AG:  $T = -17.778^\circ\text{C}$



### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 231  
Nombre de mailles et types : 50 QUAD9

### 3.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :  
240 pas pour  $[0., 4320.D0]$  soit  $\Delta t = 18.D0$

## 4 Résultats de la modélisation C

### 4.1 Valeurs testées

| Identification    | Référence | Aster    | Écart relatif % |           | Écart Absolu |           |
|-------------------|-----------|----------|-----------------|-----------|--------------|-----------|
|                   |           |          | différence      | tolérance | différence   | tolérance |
| Température en °C |           |          |                 |           |              |           |
| x=0.6             |           |          |                 |           |              |           |
| N49 (y=0.6)       | -17.6526  | -17.6515 | -0.006          | 1%        | 0.001        | 0.05      |
| N115 (y=1.5)      | -17.4970  | -17.4942 | -0.016          | 1%        | 0.003        | 0.05      |
| N181 (y=2.4)      | -17.4077  | -17.4040 | -0.021          | 1%        | 0.004        | 0.05      |
| N225 (y=3.0)      | -17.3905  | -17.3867 | -0.022          | 1%        | 0.004        | 0.05      |
| x=1.5             |           |          |                 |           |              |           |
| T (y=0.6)         | -17.5649  | -17.5627 | -0.012          | 1%        | 0.002        | 0.05      |
| T (y=1.5)         | -17.3002  | -17.2952 | -0.029          | 1%        | 0.005        | 0.05      |
| T (y=2.4)         | -17.1482  | -17.1418 | -0.037          | 1%        | 0.006        | 0.06      |
| T (y=3.0)         | -17.1189  | -17.1123 | -0.039          | 1%        | 0.007        | 0.05      |

---

## 5 Synthèse des résultats

---

La modélisation PLAN, effectuée avec des mailles QUAD9, donne des résultats satisfaisants, l'écart maximum obtenu est de 0.039%.