

SSLV307 - Cylindre oblique sous charge axiale uniforme

Résumé :

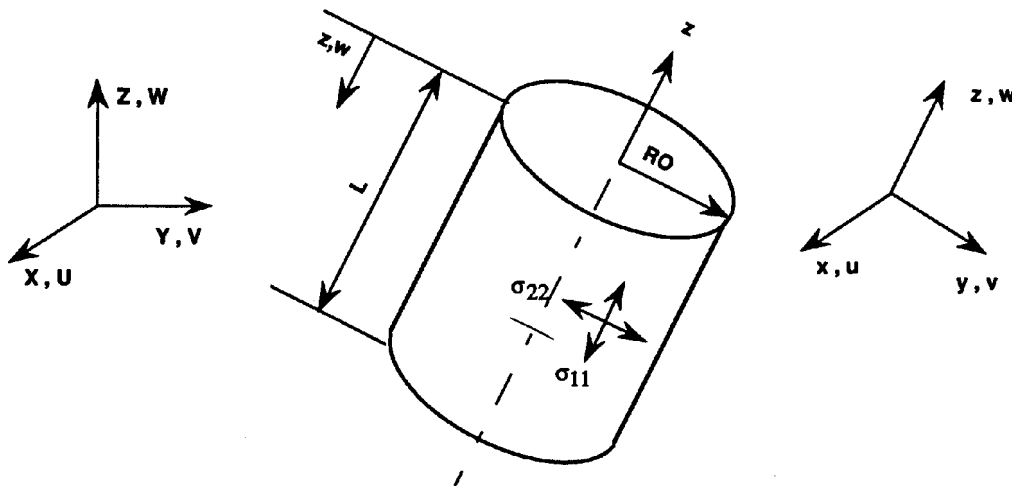
Le test a pour but de valider les divers types de relations linéaires, définis par les mots-clés `LIAISON_DDL` , `LIAISON_OBLIQUE` , `LIAISON_GROUP` .

Il permet aussi de tester l'option « symétries cycliques » à partir de la modélisation d'un secteur du cylindre.

L'analyse est réalisée en 3D.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Rayon moyen : $R_0 = 1 \text{ m}$
Épaisseur : $h = 0.02 \text{ m}$
Hauteur : $L = 4 \text{ m}$

Cosinus directeurs de l'axe du cylindre : $(0.0, 0.5, \frac{\sqrt{3}}{2})$

Axe local x parallèle à l'axe global X .

1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$\nu = 0.3$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Déplacement axial nul à l'extrémité basse ($w=0$)
Pour les autres conditions aux limites (relations linéaires), voir paragraphe [§3].
- Charge axiale uniforme par unité de longueur $q = 10000 \text{ N/m}$, appliquée à l'extrémité haute.

1.4 Conditions initiales

Sans objet pour l'analyse statique.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Déplacement radial en repère local (x, y, z) :

$$u_r = \frac{qvRo}{Eh} = -\frac{1}{4}U^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}V - 0.5W \quad \text{avec } U, V, W \text{ en } 10^{-7} \text{ m}$$

où U, V, W = composantes du déplacement dans le repère global (X, Y, Z) .

- Si $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz} = \sigma_{11}$ sont les contraintes dans le repère local, les contraintes exprimées dans le repère global valent :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \sigma_{11} \\ &= 3/4 \sigma_{yy} + 1/4 \sigma_{11} \quad \sigma_{11} = q/h \\ \sigma_{zz} &= 1/4 \sigma_{yy} + 3/4 \sigma_{11} \\ \sigma_{yz} &= -\frac{\sqrt{3}}{4} \sigma_{yy} + \frac{\sqrt{3}}{4} \sigma_{11}\end{aligned}$$

Dans le plan local (x, z) , $\sigma_{yy} = 0$ (contrainte circonférentielle),

d'où $\sigma_{yy} = 1/4 \sigma_{11}, \sigma_{zz} = 3/4 \sigma_{11}$

2.2 Résultats de référence

- Déplacement radial : $u_r = -7.14 \times 10^{-7} \text{ m}$
- Dans le plan local (x, z) , $\sigma_{yy} = 1.25 \times 10^5 \text{ Pa}$, $\sigma_{zz} = 3.75 \times 10^5 \text{ Pa}$

2.3 Incertitude sur la solution

- Solution analytique

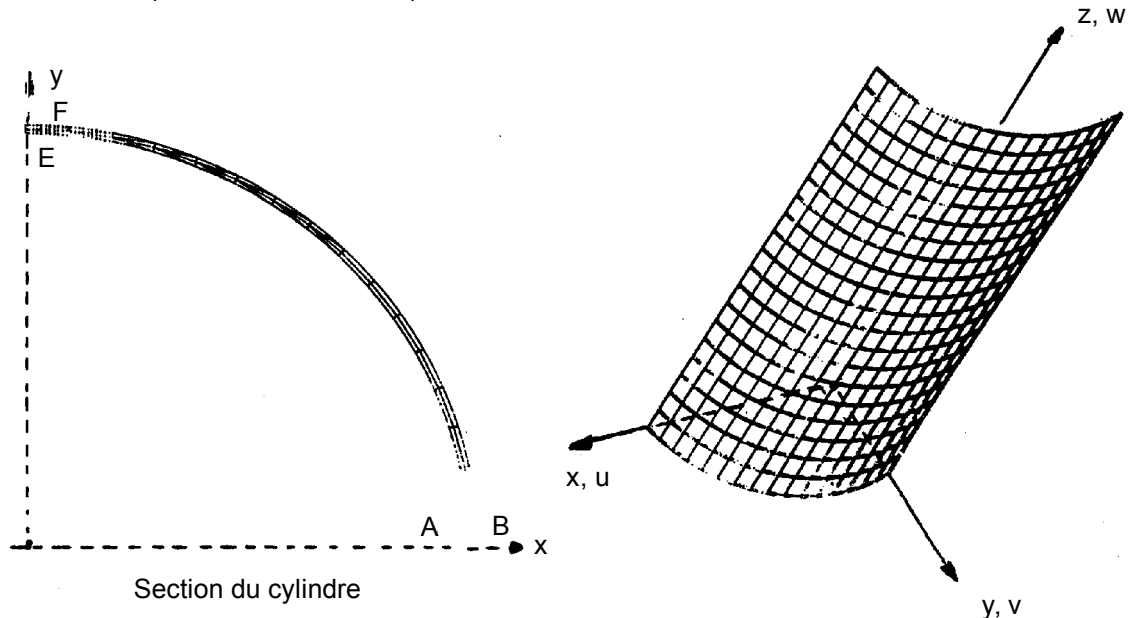
2.4 Références bibliographiques

- 1) R. J. ROARK et W. C. YOUNG : Formulas for stress and strain, 5^e édition. New-York, Mc Graw-Hill, 1975

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments 3D (PENTA15 + HEXA20)



Modélisation :

1/4 du cylindre suivant la circonférence
2 zones : zone 1 = partie inférieure ($0 \leq z \leq L/2$)
zone 2 = partie supérieure ($L/2 \leq z \leq L$)

Découpage :

20 éléments suivant la longueur
16 éléments suivant la circonférence
2 éléments dans l'épaisseur

Coordonnées des points (r, θ, z)

	A	G	B	E	G1	F	A2	H	B2	E2	H1	F2	A3	I	B3	E3	I1	F3
r	Ri	R	Re	Ri	R	Re	Ri	R	Re	Ri	R	Re	Ri	R	Re	Ri	R	Re
θ	0.	0.	0.	90.	90.	90.	0.	0	0.	90.	90.	90.	0.	0.	0.	90.	90.	90.
z	0.	0.	0.	0.	0.	0.	L/2	L/2	L/2	L/2	L/2	L/2	L	L	L	L	L	L

Ri = rayon intérieur

Re = rayon extérieur

les points $A2, H, B2, E2, H2, F2$ sont dans la section $z = L/2$ de la zone 1

les points $A'2, H', B'2, E'2, H'2, F'2$ sont les vis-à-vis respectifs dans la zone 2

Conditions aux limites :

- Conditions d'appui $w=0$ à la base (section $z=0$.) introduits par le mot-clé LIAISON_OBLIQUE
- Conditions de symétrie $v=0$. sur la face AB introduites par le mot-clé LIAISON_OBLIQUE
- Conditions de symétrie $u=0$. sur la face EF introduites par le mot-clé LIAISON_OBLIQUE
- Identification des nœuds communs aux 2 zones (section $z=L/2$) par le mot-clé LIAISON_GROUP.

Chargement :

Charge surfacique $p = q/h = 500000 \text{ N/m}^2$, suivant l'axe, soit en repère global :

$$F_x = 0.$$

$$F_y = p/2$$

$$F_z = p \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Nom des nœuds :

plan $z=0$. $A=N 1$ $B=N 321$ $E=N 1740$ $F=N 1541$ $G=N 1540$

plan $z=2$ $A2=N 961$ $B2=N 993$ $E2=N 2141$ $F2=N 2122$ $H=N 962$ $HI=N 2121$
(zone 1)

plan $z=2$ $A'2=N 3361$ $B'2=N 3364$ $E'2=N 2151$ $F'2=N 2151$ $H'=N 3360$ $H'1=N 2156$
(zone 2)

plan $z=4$ $A3=N 3359$ $B3=N 3355$ $I=N 3356$ $E3=N 2151$ $F3=N 2154$ $II=N 2150$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4298

Nombre de mailles et types : 160 HEXA20, 320 PENTA15

3.3 Valeurs testées

Valeurs des déplacements U, V, W lues sur fichier

Localisation	Type de valeur	Référence
Point G	$U(m)$	-7.143×10^{-7}
	$V(m)$	0.
	$W(m)$	0.
Point H, H'	$U(m)$	-7.143×10^{-7}
Point I	$U(m)$	-7.143×10^{-7}
Point GI	$U(m)$	0.

Points $HI, H'1$ $U(m)$ 0.

Valeurs des déplacements u, v, u_r en repère local calculés à partir de U, V, W

Localisation	Type de valeur	Référence
Point G	$u_r(m)$	-7.143×10^{-7}
	$v(m)$	0.
Point H, H'	$u_r(m)$	-7.143×10^{-7}
	$v(m)$	0.
Point I	$u_r(m)$	-7.143×10^{-7}
	$v(m)$	0.
Point $A2, A'2$	$v(m)$	0.
Points $B2, B'2$		
Point GI	$u(m)$	0.
	$u_r(m)$	-7.143×10^{-7}
Points $HI, H'1$	$u(m)$	0.
	$u_r(m)$	-7.143×10^{-7}
Point II	$u(m)$	0.
	$u_r(m)$	-7.143×10^{-7}
Points $E2, E'2$	$u(m)$	0.
Points $F2, F'2$	$u(m)$	0.
Points A, B, G		
$A2, B2, H$	$\sigma_{YY}(Pa)$	1.25×10^5
$A'2, B'2, H'$		
$A3, B3, I$		
Points A, B, G		
$A2, B2, H$	$\sigma_{ZZ}(Pa)$	3.75×10^5
$A'2, B'2, H'$		
$A3, B3, I$		

3.4 Remarques

- Le déplacement radial u_r est obtenu avec une bonne précision.
- Les conditions de symétrie sur la face AB ($v=0$ en local, soit $\frac{\sqrt{3}}{2}V - 0.5W = 0$) sont vérifiées aux points $A2, A'2, G, B2, B'2, H, H', I$ considérés.

De même, les conditions de symétrie sur la face EF ($u=U=0$) sont vérifiées aux points $E2, E'2, F2, F'2, G1, H1, H'1, I1$ envisagés.

Le mot-clé `LIAISON_OBLIQUE` est ainsi validé.

- L'identification des nœuds communs aux 2 zones par le mot-clé `LIAISON_GROUP` est également validée : les déplacements U, V, W sont identiques aux points $A'2, B'2, H', E'2, F'2, H'1$ en comparaison des déplacements aux vis-à-vis respectifs $A2, B2, H, E2, F2, H1$.