

## SSLV07 - Étirement d'un parallélépipède sous son propre poids

---

### Résumé :

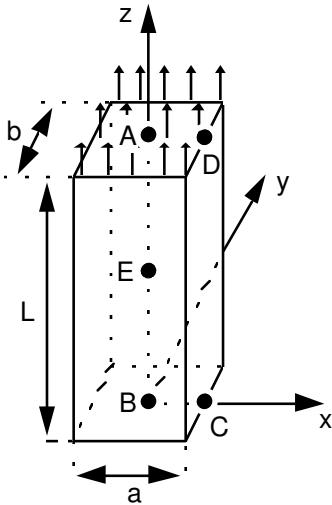
Ce test statique 3D permet de valider les fonctionnalités suivantes :

- chargement en poids propre (pesanteur ou force interne) et en pression uniforme,
- calcul de l'énergie potentielle de la structure,
- estimateur d'erreur en résidu (modélisation B)
- éléments incompressibles (modélisation D).
- utilisation de `MACR_LIGN_COUP` sur un concept `mult_elas` (modélisation A)

Il comprend 4 modélisations. Son intérêt réside dans la mise en évidence de l'effet du coefficient de Poisson (contraction transversale).

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Hauteur :  $L = 3 \text{ m}$

Largeur :  $a = 1 \text{ m}$

Epaisseur :  $b = 1 \text{ m}$

Coordonnées des points (en mètres) :

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>x</i>	0.	0.	0.5	0.5	0.
<i>y</i>	0.	0.	0.	0.	0.
<i>z</i>	3.	0.	0.	3.	1.5

### 1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Point *A* : ( $u = v = w = 0$  ,  $\theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$  )

Poids propre suivant l'axe *z*

Contrainte uniforme à la traction pour la face supérieure :  $\sigma_z = \rho g L = +229554 \text{ Pa}$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche SSLV07/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :

Déplacements :

$$u = -\frac{\nu \rho g x z}{E}$$

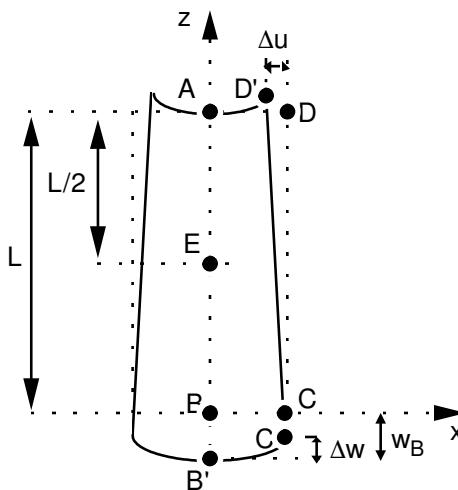
$$v = -\frac{\nu \rho g y z}{E}$$

$$w = \frac{\rho g z^2}{2E} + \frac{\nu \rho g}{2E} (x^2 + y^2) - \frac{\rho g L^2}{2E}$$

Contraintes :

$$\sigma_{zz} = \rho g z$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$$



### 2.2 Résultats de référence

Déplacement des points  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$ .

Contraintes  $\sigma_{zz}$  en  $A$  et  $E$ .

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

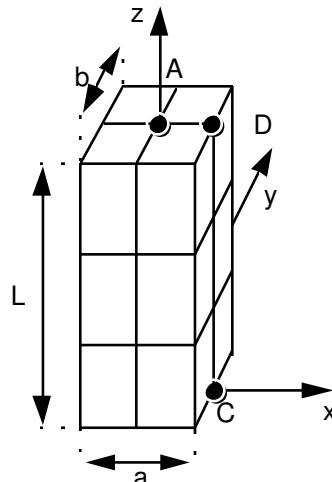
### 2.4 Références bibliographiques

- 1) S.P. TIMOSHENKO. Théorie de l'élasticité. Paris. Librairie Polytechnique. Ch. Béranger, p.279 à 282 (1961).

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D



Découpage : 3 en hauteur  
2 en largeur et épaisseur  
mailles hexa20

Conditions limites :  $DX=DY=0$  sur  $AB$ ,  $DY=0$  en  $D$ ,  $DZ=0$  en  $A$

Noms des nœuds :	<i>Point A=N59</i>	<i>Point B=N53</i>
	<i>Point C=N12</i>	<i>Point D=N18</i>
	<i>Point E=N56</i>	

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 111

Nombre de mailles et types : 12 HEXA20

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Type de valeur (m)	Référence
Point $B$	$U_B$	0.
	$V_B$	0.
	$W_B$	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$
Point $C$	$U_C$	0.
	$V_C$	0.
	$W_C$	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$
Point $D$	$U_D$	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$
	$V_D$	0.

	$W_D$	$1.434713 \cdot 10^{-8}$
Point $E$	$U_E$	0.
	$V_E$	0.
	$W_E$	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$
	(Pa)	
Point $A$	$\sigma_{zz}$	$2.29554 \cdot 10^5$
Point $E$	$\sigma_{zz}$	$1.14777 \cdot 10^5$

### Résultats issus de MACR\_LIGN\_COUP sur le segment AB :

Les tests de NON\_REGRESSION sont faits sur les tables issues de MACR\_LIGN\_COUP appliquée à un CHAMP\_GD . Ils constituent les valeurs de référence 'AUTRE\_ASTER' pour les tables issues de MACR\_LIGN\_COUP appliquée à un résultat de type mult\_elas .

Localisation	Grandeur	Valeur de référence	Type de référence	Précision
Point $E$ : ABSC_CURV = 1,5	Champ DEPL, Comp. DZ	-	'NON_REGRESSION'	-
Point $B$ : ABSC_CURV = 3	Champ DEPL, Comp. DZ	-	'NON_REGRESSION'	-
Point $E$ : ABSC_CURV = 1,5	Champ DEPL, Comp. DZ	-1.29126028088E-06	'AUTRE_ASTER'	0,1%
Point $B$ : ABSC_CURV = 3	Champ DEPL, Comp. DZ	-1.72167375533E-06	'AUTRE_ASTER'	0,1%

## 3.4 Remarques

La modélisation en HEXA20 est tout à fait acceptable pour ce maillage grossier. Cette modélisation permet également de tester la bonne prise en compte de l'application de la pesanteur à une liste de mailles ou de groupes de mailles ciblée.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

#### 3D

Découpage : 12 en hauteur  
8 en largeur et épaisseur  
mailles HEXA8

Conditions limites :  $DX=DY=0$  sur  $[AB]$ ,  $DY=0$  en  $D$ ,  $DZ=0$  en  $A$

Noms des nœuds :	$Point A=N533$	$Point B=N521$
	$Point C=N989$	$Point D=N1001$
	$Point E=N527$	

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1053

Nombre de mailles et types : 768 HEXA8

### 4.3 Remarques

Cette modélisation permet de tester l'estimateur d'erreur en résidu en 3D.

### 4.4 Grandeur testées et résultats

Localisation	Type de valeur (m)	Référence
Point $B$	$U_B$	0.
	$V_B$	0.
	$W_B$	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$
Point $C$	$U_C$	0.
	$V_C$	0.
	$W_C$	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$
Point $D$	$U_D$	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$
	$V_D$	0.
	$W_D$	$1.434713 \cdot 10^{-8}$
Point $E$	$U_E$	0.
	$V_E$	0.
	$W_E$	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$
	(Pa)	
Point $A$	$\sigma_{zz}$	$2.29554 \cdot 10^5$
HEX12	erreur relative	1.15
HEX600	erreur relative	1.30

## 4.5 Remarques

Le maillage reste insuffisant pour une modélisation en HEXA8. L'erreur relative globale est faible (3%) mais dépasse 20% sur certaines mailles.

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

3D

Découpage : 12 en hauteur  
8 en largeur et épaisseur  
mailles hexa8

Conditions limites :  $DX=DY=0$  sur  $[AB]$ ,  $DY=0$  en  $D$ ,  $DZ=0$  en  $A$

Noms des nœuds :	$Point A=N533$	$Point B=N521$
	$Point C=N989$	$Point D=N1001$
	$Point E=N527$	

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1053

Nombre de mailles et types : 768 HEXA8

### 5.3 Remarques

Cette modélisation permet de tester le mot-clé FORCE \_ INTERNE dans AFFE \_ CHAR \_ Meca \_ F.

### 5.4 Grandeur testées et résultats

Localisation	Type de valeur ( $m$ )	Référence
Point $B$	$U_B$	0.
	$V_B$	0.
	$W_B$	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$
Point $C$	$U_C$	0.
	$V_C$	0.
	$W_C$	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$
Point $D$	$U_D$	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$
	$V_D$	0.
	$W_D$	$1.434713 \cdot 10^{-8}$
Point $E$	$U_E$	0.
	$V_E$	0.
	$W_E$	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$
(Pa)		
Point $A$	$\sigma_{zz}$	$2.29554 \cdot 10^5$

### 5.5 Remarques

Le maillage reste insuffisant pour une modélisation en HEXA8.



## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

3D

Découpage : 3 en hauteur  
2 en largeur et épaisseur  
mailles hexa20

Conditions limites :  $DX=DY=0$  sur  $AB$ ,  $DY=0$  en  $D$ ,  $DZ=0$  en  $A$

Noms des nœuds :  $Point A=N59$   $Point B=N53$   
 $Point C=N12$   $Point D=N18$   
 $Point E=N56$

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 111

Nombre de mailles et types : 12 HEXA20

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Type de valeur (m)	Référence
Point $B$	$U_B$	0.
	$V_B$	0.
	$W_B$	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$
Point $C$	$U_C$	0.
	$V_C$	0.
	$W_C$	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$
Point $D$	$U_D$	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$
	$V_D$	0.
	$W_D$	$1.434713 \cdot 10^{-8}$
Point $E$	$U_E$	0.
	$V_E$	0.
	$W_E$	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$
$(Pa)$		
Point $A$	$\sigma_{zz}$	$2.29554 \cdot 10^5$
Point $E$	$\sigma_{zz}$	$1.14777 \cdot 10^5$

### 6.4 Remarques

Les éléments incompressibles HEXA20 donnent les mêmes résultats que les éléments standards.



## 7 Synthèse des résultats

Type de valeur ( <i>m</i> )	Référence	Aster Hexa20 (A)	Aster Hexa8 (B)
$U_B$	0.		
$V_B$	0.		
$W_B$	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$	< 0.1%	< 0.1%
$U_C$	0.		x
$V_C$	0.		
$W_C$	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$	< 0.1%	0.1%
$U_D$	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$	< 0.1%	-2.2%
$V_D$	0.		
$W_D$	$1.434713 \cdot 10^{-8}$	-0.2%	-15.5%
$U_E$	0.		
$V_E$	0.		
$W_E$	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$	< 0.1%	< 0.1%
( <i>Pa</i> )			
$A \ \sigma_{zz}$	$2.29554 \cdot 10^5$	< 0.1%	-5.3%
$E \ \sigma_{zz}$	$1.14777 \cdot 10^5$	< 0.1%	< 0.1%

Modélisation :  
A ( HEXA20 découpage : 3 en *Z*, 2 en *X* et *Y* )  
B ( HEXA8 découpage : 12 en *Z*, 8 en *X* et *Y* )

La modélisation en HEXA8 nécessiterait un maillage beaucoup plus fin.