

---

## SSLS143 - Poutre cantilever à âme excentrée

---

### Résumé :

L'objectif de ce test est de valider le calcul des options `EPSI_ELGA` et `DEGE_ELNO` pour les poutres multifibres d'Euler-Bernoulli `POU_D_EM`, y compris si l'axe de référence n'est pas confondu avec la ligne des centres élastiques.

Le cas test valide également le calcul de la matrice élastique ( `RIGI_MECA` ) lorsque l'axe de référence n'est pas confondu avec la ligne des centres élastiques (excentrement).

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Une poutre console de longueur  $L=1\text{ m}$  (voir Figure 1).

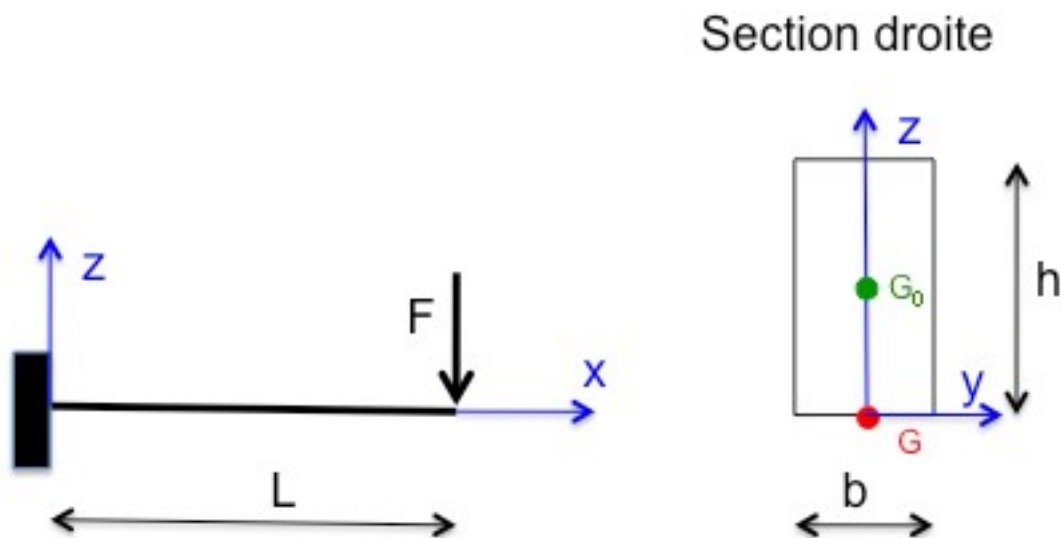


Figure 1 : Poutre console

### 1.2 Propriétés du matériau

La section droite est rectangulaire  $b \times h = 0.4 \times 1\text{ m}^2$ , et homogène avec un matériau de module d'Young  $E = 3 \times 10^{10}\text{ Pa}$ .

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

La poutre est encastree à une extrémité et chargée par une force  $F = 10^6\text{ N}$  à son autre extrémité (voir Figure 1)

## 2 Solution de référence

### 2.1 Expressions analytiques

En partant de l'extrémité encastree, l'expression du moment fléchissant est :  $M(x) = F(x - L)$

La flèche à l'extrémité chargée de la poutre est  $f = \frac{FL^3}{EI_{G_0}}$  où  $I_{G_0}$  est le moment quadratique calculé au barycentre de la section  $G_0$  :  $I_{G_0} = \int_S (y - y_{G_0})^2 dS$ .

La courbure en un point situé à une distance  $x$  de l'encastrement est  $\chi_s(x) = -\frac{M(x)}{EI_{G_0}}$ . En raison de l'excentrement de l'axe de référence, l'allongement de la poutre (au niveau de cet axe) vaut :

$\epsilon_s(x) = -\frac{A_G}{S} \chi_s(x)$  où  $S$  est l'aire de la section et  $A_G$  le moment statique de la section par rapport à un axe passant par  $G$  :  $A_G = \int_S z dS$ .

La déformation d'un point de coordonnées  $(x, y, z)$  est :  $\epsilon = \epsilon_s(x) - \chi_s(x)z$ , et la contrainte au même point vaut :  $\sigma = E \epsilon$

### 2.2 Calcul des caractéristiques de la section droite

Afin d'éliminer l'incertitude du calcul numérique approché des caractéristiques géométrique de section droite (faible nombre de fibres), les valeurs utilisées dans la solution de référence sont calculées comme dans le calcul numérique :

$$S = \sum_{fibres} S_i \quad A_G = \sum_{fibres} z_i S_i \quad I_G = \sum_{fibres} z_i^2 S_i \quad I_{G_0} = \sum_{fibres} (z_i - z_{G_0})^2 S_i$$

où  $z_i$  est l'ordonnée du centre de la fibre  $i$  et  $S_i$  l'aire de cette fibre.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation POU\_D\_EM.

la poutre est modélisée avec 1 élément fini et la section est discrétisée avec 8 fibres. L'axe de référence est choisit volontairement différent du barycentre, excentré de  $h/2$  vers le bas, avec le mot-clé COOR\_AXE\_POUTRE de DEFI\_GEOM\_FIBRE.

La section est « découpée » en 8 fibres (Figure 2). Les coordonnées des centres des fibres et leurs aires sont données dans le tableau 1.

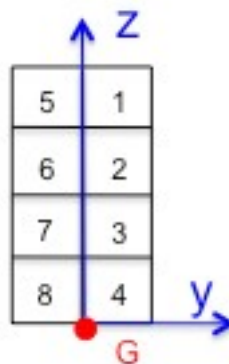


Figure 2 : Découpage de la section en 8 fibres

| Fibres | $y_i$ | $z_i$ | $S_i$ | Fibres | $y_i$ | $z_i$ | $S_i$ |
|--------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|
| 1      | 0.1   | 0.875 | 0.05  | 5      | -0.1  | 0.875 | 0.05  |
| 2      | 0.1   | 0.625 | 0.05  | 6      | -0.1  | 0.625 | 0.05  |
| 3      | 0.1   | 0.375 | 0.05  | 7      | -0.1  | 0.375 | 0.05  |
| 4      | 0.1   | 0.125 | 0.05  | 8      | -0.1  | 0.125 | 0.05  |

Tableau 1 : Caractéristiques des fibres

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 éléments de type SEG2.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Le calcul numérique des grandeurs de la section droite donne :

$$S=0.4\text{ m}^2 \quad A_G=0.2\text{ m}^3 \quad I_G=0.13125\text{ m}^4 \quad \text{et} \quad I_{G_0}=0.03125\text{ m}^4$$

La flèche à l'extrémité chargée de la poutre est :  $f=0.00035555\text{ m}$

Au niveau de l'encastrement  $x=0$  on a les valeurs suivantes :

$$M=-10^{-6}\text{ Nm} \quad \chi_s=0.00106666\text{ m}^{-1} \quad \epsilon_s=-0.00053333\text{ m}^{-1}$$

Au niveau du premier point de Gauss  $x=(1-\frac{1}{\sqrt{3}})/2=0.21132486540518503\text{ m}$  on a les valeurs

$$\text{suivantes : } M=-788675.13\text{ Nm} \quad \chi_s=0.00084125\text{ m}^{-1} \quad \epsilon_s=-0.0004206\text{ m}^{-1}$$

pour la fibre n°1 ( $z=0.875\text{ m}$ ) :  $\epsilon=0.00031547$  et  $\sigma=9464101.6\text{ Pa}$  et pour la fibre n°4 à  $z=0.125\text{ m}$   
 $\epsilon=-0.00031547$  et  $\sigma=-9464101.6\text{ Pa}$

Flèche à l'extrémité de la poutre (DEPL) :

| Point | Composante | Valeur de référence  | Tolérance |
|-------|------------|----------------------|-----------|
| APPUI | DZ         | -3.55555555555555E-4 | 1.E-6     |

Déformations généralisées à l'encastrement (DEGE\_ELNO) :

| Maille | Noeud | Composante | Valeur de référence  | Tolérance |
|--------|-------|------------|----------------------|-----------|
| M1     | N1    | KY         | 1.06666666666667E-3  | 1.E-6     |
| M1     | N1    | EPXX       | -5.33333333333333E-3 | 1.E-6     |

Déformations et contraintes dans les fibres (EPSI\_ELGA et SIEF\_ELGA) :

| Maille | Point | Sous-Point | Composante | Valeur de référence  | Tolérance |
|--------|-------|------------|------------|----------------------|-----------|
| M1     | 1     | 1          | EPXX       | 3.15470053837926E-4  | 1.E-6     |
| M1     | 1     | 1          | SIXX       | 9.46410161513778E6   | 1.E-6     |
| M1     | 1     | 4          | EPXX       | -3.15470053837926E-4 | 1.E-6     |
| M1     | 1     | 4          | SIXX       | -9.46410161513778E6  | 1.E-6     |

---

## 4 Synthèse des résultats

---

Sous réserve d'utiliser les caractéristiques approchées de la section droite maillée grossièrement pour le calcul des valeurs analytiques de référence, la flèche, les contraintes et les déformations calculées numériquement sont identiques à ces valeurs de référence.