

SSLS111 - Excentrement de plaque simple

Résumé :

Ce test permet de valider l'excentrement des plaques simples (c'est à dire qu'il ne s'agit ni d'un multicouche, ni d'un comportement homogénéisé).

Huit modélisations sont utilisées : DST (modélisation A), DKT (modélisation B) et DST (modélisation C), Q4G (modélisation D), Q4G (modélisation E), DKT (modélisation F), DST (modélisation G) et DKT (modélisation O).

Modélisations A et B : on modélise 2 plaques excentrées par rapport au plan moyen et on compare les résultats à une solution analytique.

Modélisation C :

La référence est donnée par une première résolution où l'on modélise un bicouche constitué de 2 matériaux. La validation se fait dans un second calcul où l'on modélise les 2 couches du modèle précédent par 2 plaques excentrées par rapport au plan moyen du premier calcul.

Modélisation D , E , F , G :

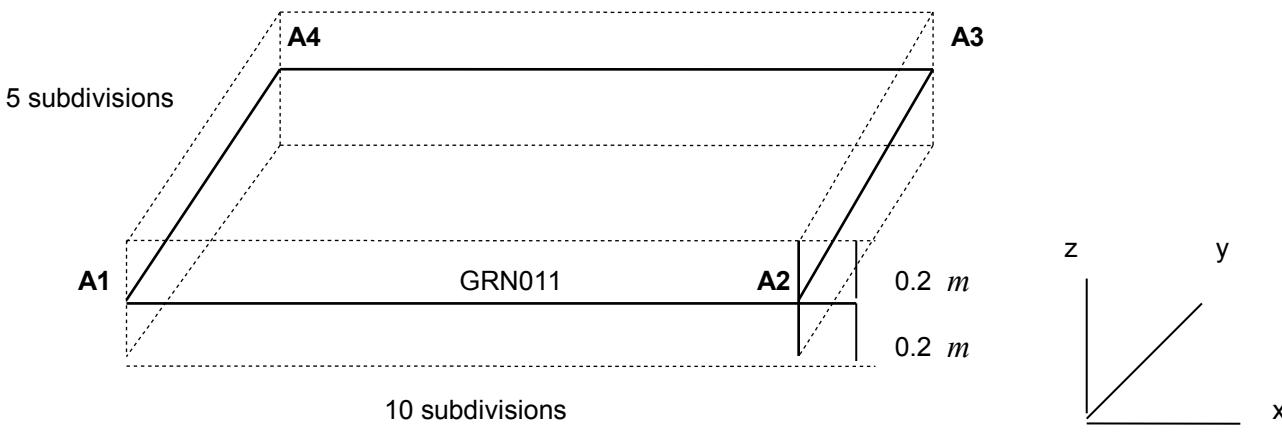
On modélise une seule plaque excentrée par rapport au plan moyen et on compare les résultats à une solution analytique.

Modélisation O :

On modélise une seule plaque excentrée par rapport au plan moyen afin de valider le calcul des composantes des contraintes SIXZ et SIYZ . Deux calculs sont effectués, le premier en mono-couche servant de référence au second en multi-couche.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Les coordonnées des points sont données en mètres (m):

$$\begin{array}{ll} A1(0,0,0) & A3(10,5,0) \\ A2(10,0,0) & A4(0,5,0) \end{array}$$

1.2 Propriétés de matériaux

1.2.1 Modélisations A, B et D

Le matériau a un comportement élastique isotrope :

$$\text{Module d'Young : } E = 200000 \text{ MPa}$$

$$\text{Coefficient de Poisson: } \nu = 0.$$

$$\text{Masse volumique : } \rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

1.2.2 Modélisation C

Le matériau est un bicouche.

Le matériau constituant la première couche est élastique orthotrope et est caractérisé par les données suivantes :

$$EL = 20000 \text{ MPa} \quad ET = 20000 \text{ MPa} \quad VLT = 0.3 \quad GLT = 2000 \text{ MPa.}$$

Le matériau constituant la seconde couche est aussi élastique orthotrope et est caractérisé par les données suivantes :

$$EL = 15000 \text{ MPa} \quad ET = 15000 \text{ MPa} \quad VLT = 0.3 \quad GLT = 1500 \text{ MPa}$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

1.3.1 Modélisations A et B

L'arête $A1A4$ est encastrée.

On applique une force nodale $F_z = -1000 \text{ N}$ sur l'arête $A1A2$.

1.3.2 Modélisation C

Le nœud $A1$ est encastré :

$$dx = 0, \quad dy = 0, \quad dz = 0.$$

$$dRx = 0, \quad dRy = 0, \quad dRz = 0.$$

Le nœud $A2$ est bloqué selon les degrés de liberté suivants :

$$dx = 0, \quad dy = 0.$$

On applique une force nodale $F_z = -1000 \text{ N}$ sur le nœud $A3$.

D'autre part, on applique sur 3 mailles (voir dessin en 5.2) le chargement réparti en repère local suivant (mot clé `FORCE_COQUE`) :

$$FI = 200 \text{ N/m}^2, \quad F2 = -500 \text{ N/m}^2, \quad F3 = -500 \text{ N/m}^2, \quad MFI = 100 \text{ N/m}, \quad MF2 = 40 \text{ N/m}$$

dans le plan du maillage.

1.3.3 Modélisation D, E, F et G

L'arête $A1A4$ est encastrée. La plaque a pour épaisseur $0,8 \text{ m}$. La plaque est excentrée de $e = 0,4 \text{ m}$.

On applique une force nodale répartie transverse $F_z = -1000 \text{ N/m}$ sur l'arête $A2A3$ et une force nodale répartie de traction $F_x = 4000 \text{ N/m}$ sur la même arête $A2A3$.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

2.1.1 Modélisations A et B

La flèche f_l est donnée par la formule : $f_l = F_l L^3 / 3EI$
où l est la largeur, L la longueur de la plaque, et $I = lh^3 / 12$, h étant l'épaisseur.

2.1.2 Modélisation C

Le calcul avec matériau bicouche sert de référence. La non régression des résultats obtenus pour ce premier calcul est vérifiée.

2.2 Résultats de référence

2.2.1 Modélisations A et B

Ils sont constitués des valeurs du champ de déplacement DZ au point $A3$ et des efforts au point $A1$. D'autre part, on calcule les 4 plus petites fréquences de la structure.

2.2.2 Modélisation C

Ils sont constitués des valeurs du champ de déplacement DX, DY, DZ, DRX, DRY au point $A3$ (nœud $N1$ pour Code_Aster) et au point de coordonnées $(9,2,0)$.

On compare aussi les efforts au point $A1$.

D'autre part, on calcule les 4 plus petites fréquences de la structure.

2.2.3 Modélisation D

On ne représente dans ce cas qu'une seule plaque excentrée (excentrement $e = 0,4 \text{ m}$, épaisseur $h/2 = 0,4 \text{ m}$). La flèche w à l'extrémité libre est donnée par l'expression : $w = (2F_z L - 3F_x e) \ell L^2 / 6EI + F_z L / (6Gh5/6)$. Les sollicitations globales sur le bord encastré $A1A4$, de longueur $\ell = 5 \text{ m}$ sont : $N_x = F_x$ et $V_z = -F_z$.

2.3 Incertitude sur la solution

Pour les modélisations A et B , la solution de référence est analytique. Il n'y a donc pas d'incertitude.

Pour la modélisation C , les incertitudes sont nulles puisqu'il s'agit d'un même calcul réalisé par deux voies différentes.

2.3.1 Modélisation D, E, F, G

On utilise comme solution de référence pour la fréquence propre une autre solution venant d'un calcul non excentré.

3 Modélisation A

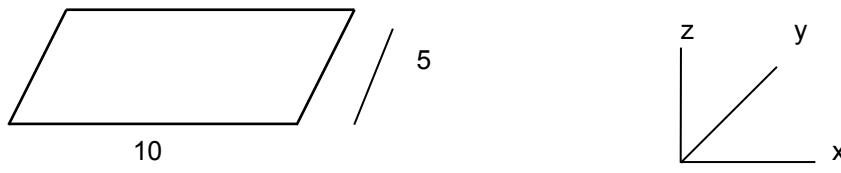
3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué de 2 plaques excentrées des distances -0.1 m et 0.1 m .

Les éléments utilisés sont des éléments de plaque DSQ.



3.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 10 subdivisions selon x et 5 subdivisions selon y ; soit au total 50 mailles DSQ (QUAD4) et 66 nœuds.

3.3 Grandeur testées et résultats

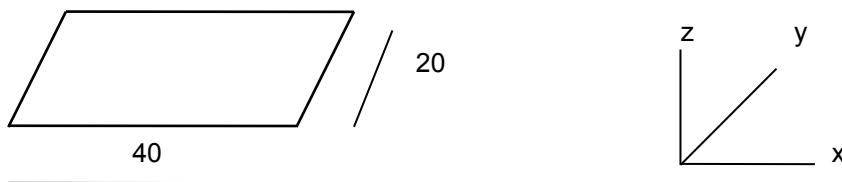
Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DZ(A 3)	'ANALYTIQUE'	$-3.90625 \cdot 10^{-5}$	0.005
MXX(A 1)	'ANALYTIQUE'	5000.	0.001
QX(A 1)	'ANALYTIQUE'	-500.	0.001
SIXX(M1,PT1,SSPT1)	'ANALYTIQUE'	0.	1.0E-8
SIXX(M1,PT1,SSPT2)	'ANALYTIQUE'	990.585	0.0001
Fréquence 1 ^{er} mode	'NON_REGRESSION'	18.2	0.0001
Fréquence 2 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	84.6	0.0001
Fréquence 3 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	101.21	0.0001
Fréquence 4 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	111.28	0.0001

4 Modélisation B

4.1 Caractéristique de la modélisation

Le modèle est le même que celui de la modélisation A, à ceci près qu'au lieu d'avoir des éléments de plaque DSQ, on a des éléments DKT.

4.2 Caractéristique du maillage



Le maillage est régulier. On a 40 subdivisions selon x et 20 subdivisions selon y ; soit au total 1600 mailles DKT et 861 nœuds.

4.3 Grandeur testées et résultats

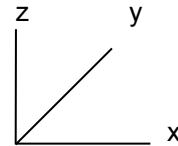
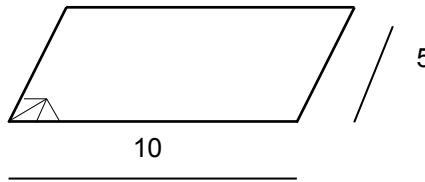
Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DZ (A3)	'ANALYTIQUE'	- 3.90625 10 ⁻⁵	0.005
MXX(AI)	'ANALYTIQUE'	5000.	0.3
QX(AI)	'ANALYTIQUE'	-500.	0.15
Fréquence 1 ^{er} mode	'NON_REGRESSION'	18.25	0.0001
Fréquence 2 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	88.35	0.0001
Fréquence 3 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	100.1	0.0001
Fréquence 4 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	113.5	0.0001

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est le même que celui de la modélisation A , à ceci près qu'au lieu d'avoir des éléments de plaque DSQ, on a des éléments DST. (Modélisation DST avec des mailles TRIA3).

5.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 10 subdivisions selon x et 5 subdivisions selon y ; soit au total 100 mailles DST et 66 nœuds.

5.3 Grandeur testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DX N66	'AUTREASTER'	-6.49678E-06	0.0015
DEPL DY N66	'AUTREASTER'	-6.08932E-07	0.004
DEPL DZ N66	'AUTREASTER'	-5.33844E-03	0.004
DEPL DRX N66	'AUTREASTER'	-4.29182E-04	0.003
DEPL DRY N66	'AUTREASTER'	4.75601E-04	0.003
DEPL DX N53	'AUTREASTER'	-3.58293E-06	0.003
DEPL DY N53	'AUTREASTER'	-1.18788E-06	0.002
DEPL DZ N53	'AUTREASTER'	-3.63885E-03	0.004
DEPL DRX N53	'AUTREASTER'	-4.05175E-04	0.004
DEPL DRY N53	'AUTREASTER'	4.23116E-04	0.0035
EFGE NXX N6	'AUTREASTER'	1.70005E+04	0.0035
EFGE NYY N6	'AUTREASTER'	1.14438E+04	0.0035
EFGE NXY N6	'AUTREASTER'	3.53598E+03	0.005
EFGE MXX N6	'AUTREASTER'	2.14585E+04	0.009
EFGE MYY N6	'AUTREASTER'	1.53094E+04	0.004
EFGE MXY N6	'AUTREASTER'	5.71331E+03	0.005
EFGE QX N6	'AUTREASTER'	-3.03380E+03	0.0065
EFGE QY N6	'AUTREASTER'	1.76436E+03	0.015
MODE 1	'AUTREASTER'	1.01181E+00	0.003
MODE 2	'AUTREASTER'	4.27003E+00	0.003
MODE 3	'AUTREASTER'	8.39151E+00	0.004
MODE 4	'AUTREASTER'	1.72305E+01	0.006

5.4 Remarques

On note une différence entre la solution obtenue pour une coque bicouche et celle issue de deux coques monocouches excentrées, sans qu'il soit possible au moment de la rédaction du test de déterminer d'où vient l'écart.

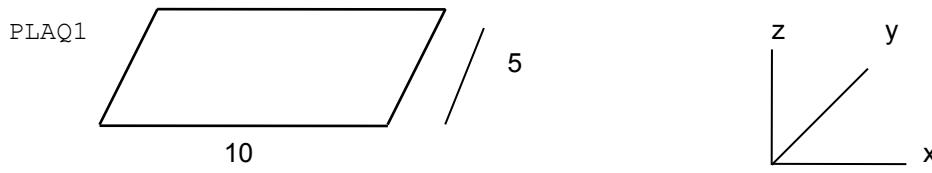
6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de 0.8 m . Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4G.



6.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 20 subdivisions selon x et 10 subdivisions selon y ; soit au total 200 mailles QUAD4 et 231 nœuds.

6.3 Grandeur testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL_DZ_A3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU_NXX_A1	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU_MXX_A1	'ANALYTIQUE'	10000	0.03
EFGE_NOEU_QX_A1	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO_MXX_NOEUD_N1_MAILLE_M1	'ANALYTIQUE'	8400.0	0,03
MODE_0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	1.e-9
MODE_1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	0.04

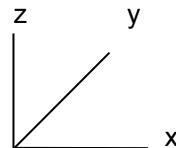
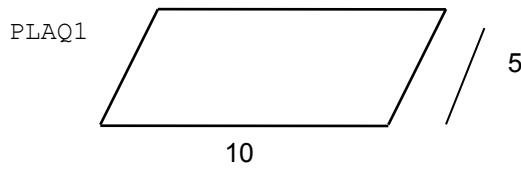
7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de 0.8 m . Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4G.



7.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 5300 maille et 5151 nœuds. Cette modélisation montre l'influence du maillage sur la modélisation Q4G.

7.3 Grandeur testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DZ A3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU NXX A1	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU MXX A1	'ANALYTIQUE'	10000	0.05
EFGE_NOEU QX A1	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO MXX NOEUD NI MAILLE M1	'ANALYTIQUE'	8400.0	0,01
MODE 0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	1.e-9
MODE 1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	0.01

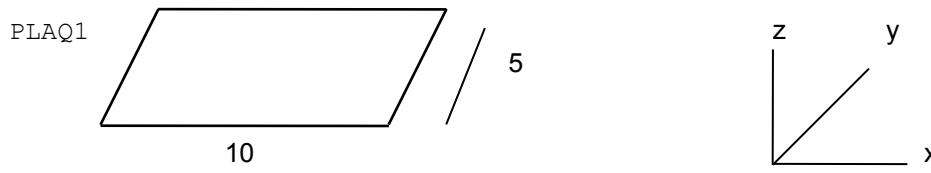
8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de 0.8 m . Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4G.



8.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 20 subdivisions selon x et 10 subdivisions selon y ; soit au total 200 mailles QUAD4 et 231 nœuds. Cette modélisation montre l'influence du maillage sur la modélisation DKT.

8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DX A3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU NXX A1	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU MXX A1	'ANALYTIQUE'	10000	1.e-9
EFGE_NOEU QX A1	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO MXX NOEUD N1 MAILLE M1	'ANALYTIQUE'	8400.0	1.e-9
MODE 0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	1.e-9
MODE 1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	0.005

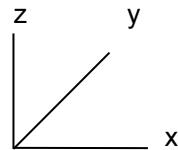
9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de 0.8 m . Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4G.



9.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 20 subdivisions selon x et 10 subdivisions selon y ; soit au total 200 mailles QUAD4 et 231 nœuds. Cette modélisation montre l'influence du maillage sur la modélisation DST.

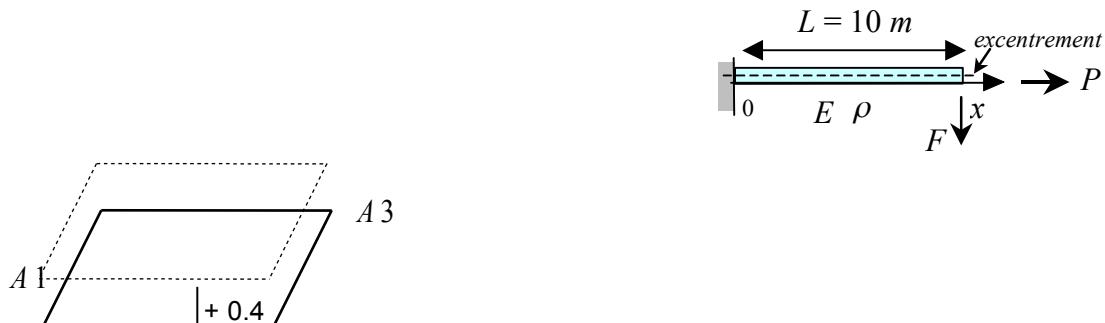
9.3 Grandeur testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DX A 3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU NXX A 1	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU MXX A 1	'ANALYTIQUE'	10000	1.e-9
EFGE_NOEU QX A 1	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO MXX NOEUD N1 MAILLE M 1	'ANALYTIQUE'	8400.0	1.e-9
MODE 0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	1.e-9
MODE 1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	1.e-9

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de 0.8 m . Les éléments utilisés sont des éléments de plaque DKTG avec MECA_STATIQUE.



10.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est composé de triangles TRIA3.

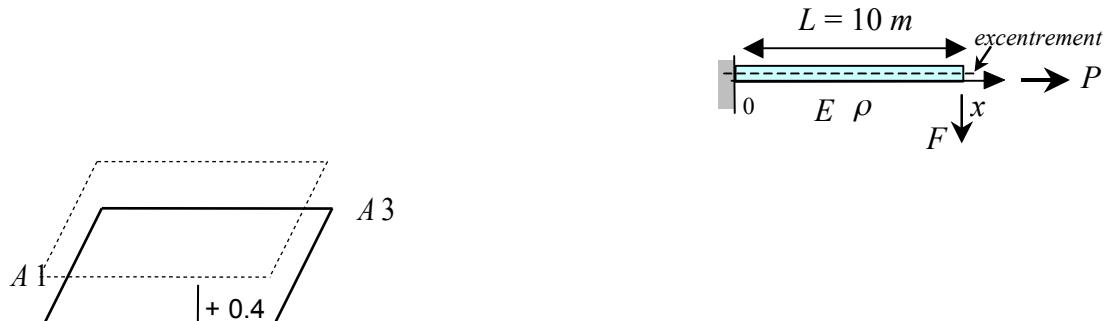
10.3 Grandeur testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL_DZ_A3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU_NXX_A1	'ANALYTIQUE'	4000	0,1%
EFGE_NOEU_MXX_A1	'ANALYTIQUE'	10000	0;1%
EFGE_NOEU_QX_A1	'ANALYTIQUE'	-1000	0;1%
EFGE_ELNO_MXX_NOEUD_N1_MAILLE_M1	'ANALYTIQUE'	8400.0	0;1%
MODE_0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	0;1%
MODE_1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	5%

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de 0.8 m . Les éléments utilisés sont des éléments de plaque DKTG avec MECA_STATIQUE.



11.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est composé de quadrangles QUAD4.

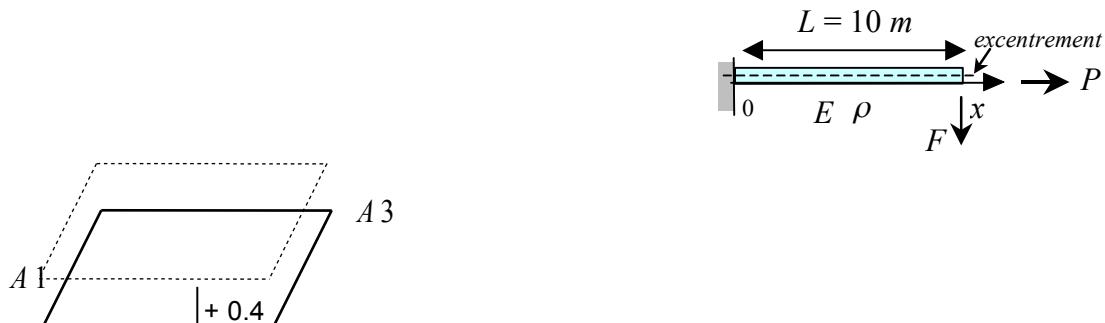
11.3 Grandeur testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DZ A3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.5%
EFGE_NOEU NXX A1	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU MXX A1	'ANALYTIQUE'	10000	3%
EFGE_NOEU QX A1	'ANALYTIQUE'	-1000	0,1%
EFGE_ELNO MXX NOEUD NI MAILLE M1	'ANALYTIQUE'	8400.0	3%
Calcul modal MODE 0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	0,0001%
Calcul modal MODE 1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	4%

12 Modélisation J

12.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de 0.8 m . Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4GG avec MECA_STATIQUE.



12.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est composé de triangles TRIA3.

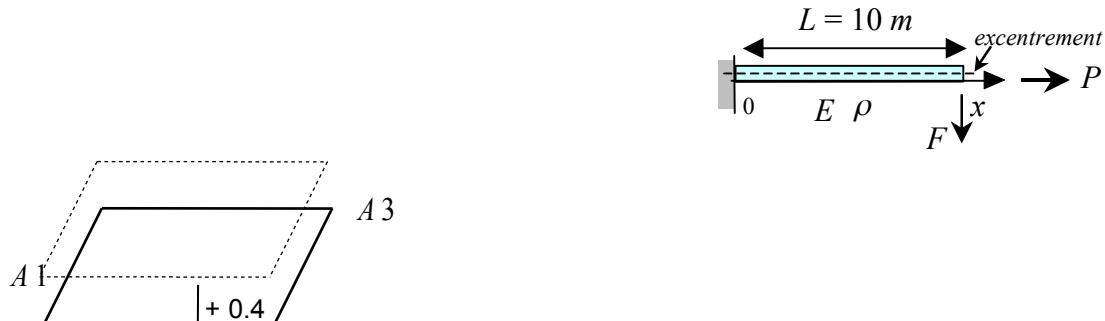
12.3 Grandeur testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DZ <i>A3</i>	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU NXX <i>A1</i>	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU MXX <i>A1</i>	'ANALYTIQUE'	10000	1.e-9
EFGE_NOEU QX <i>A1</i>	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO MXX NOEUD <i>N1</i> MAILLE <i>M1</i>	'ANALYTIQUE'	8400.0	1.e-9
MODE 0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	1.e-9
MODE 1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	1.e-9

13 Modélisation K

13.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de 0.8 m . Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4GG avec MECA_STATIQUE.



13.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est composé de quadrangles QUAD4.

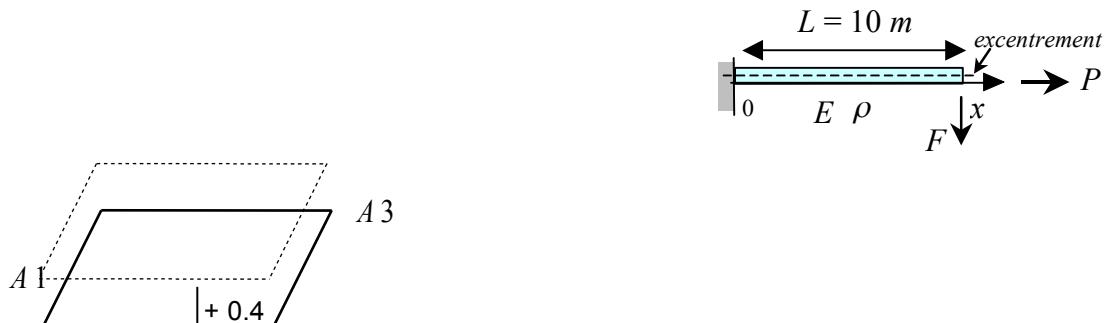
13.3 Grandeur testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DZ A3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU NXX A1	'ANALYTIQUE'	4000	15%
EFGE_NOEU MXX A1	'ANALYTIQUE'	10000	0,1%
EFGE_NOEU QX A1	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO MXX NOEUD NI MAILLE M1	'ANALYTIQUE'	8400.0	5%

14 Modélisation M

14.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de 0.8 m . Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4GG avec STAT_NON_LINE.



14.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est composé de triangles TRIA3.

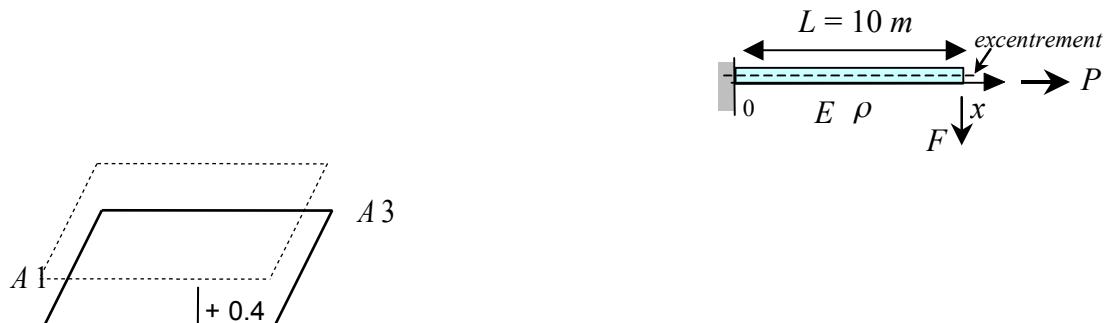
14.3 Grandeur testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DX <i>A3</i>	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU NXX <i>A1</i>	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU MXX <i>A1</i>	'ANALYTIQUE'	10000	10%
EFGE_NOEU QX <i>A1</i>	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO MXX NOEUD <i>N1</i> MAILLE <i>M1</i>	'ANALYTIQUE'	8400.0	5%

15 Modélisation N

15.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de 0.8 m . Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4GG avec STAT_NON_LINE.



15.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est composé de quadrangles QUAD4.

15.3 Grandeur testées et résultats

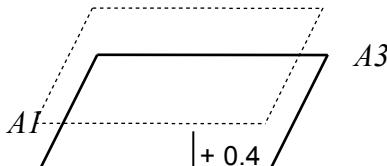
Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DX A3	'ANALYTIQUE'	-2.96875E-05	7%
EFGE_NOEU_NXX A1	'ANALYTIQUE'	4000	0,1%
EFGE_NOEU_MXX A1	'ANALYTIQUE'	10000	0,1%
EFGE_NOEU_QX A1	'ANALYTIQUE'	-1000	0,1%
EFGE_ELNO_MXX_NOEUD NI MAILLE M1	'ANALYTIQUE'	8400.0	0,1%

16 Modélisation O

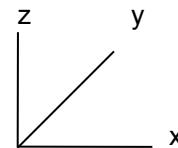
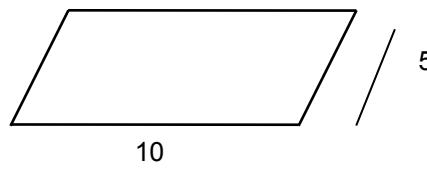
16.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque d'une épaisseur de 0.8 m excentrée de 0.4 m .

Les éléments utilisés sont des éléments de plaque DKQ.



16.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 10 subdivisions selon x et 5 subdivisions selon y ; soit au total 50 mailles DKQ (QUAD4) et 66 nœuds.

16.3 Grandeurs testées et résultats

Calcul mono-couche :

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
SIXZ(M11, PT1, SSPT1)	'ANALYTIQUE'	0.	0.001
SIXZ(M11, PT1, SSPT2)	'NON_REGRESSION'	-1.875000000E+03	-
SIXZ(M11, PT1, SSPT3)	'ANALYTIQUE'	0.	0.001

Calcul bi-couche :

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
SIXZ(M11, PT1, SSPT1)	'ANALYTIQUE'	0.	0.001
SIXZ(M11, PT1, SSPT3)	'AUTRE_ASTER'	-1.875000000E+03	0.001
SIXZ(M11, PT1, SSPT6)	'ANALYTIQUE'	0.	0.001

17 Synthèse des résultats

Les résultats des 3 modélisations sont très bons, sauf pour les efforts tranchants des modélisations B et C (respectivement 10% et 7% d'erreur). Les modélisations D, E, F, G donnent aussi de bons résultats. Toutefois, il faut noter que la modélisation $Q4G$ dépend du maillage (à cause de l'interpolation isoparamétrique des rotations-translations). En d'autres termes, avec un raffinement de maillage on réduit les erreurs commises avec la modélisation D. Pour la modélisation O , les résultats sont conformes à ce qui est attendu pour une plaque excentrée.