

## SSLP310 - Fissure pressurisée dans un domaine plan illimité

---

### Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

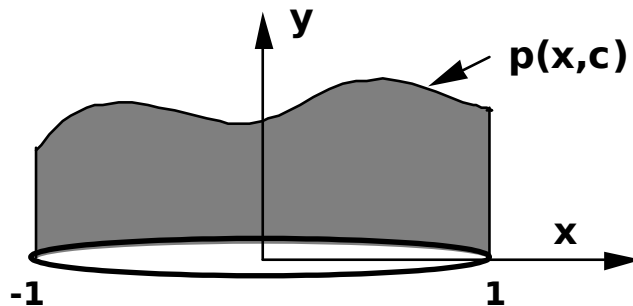
Il s'agit d'un test bidimensionnel en statique (déformations ou contraintes planes) qui a pour objectif la vérification de  $G$  et  $K_I$  sous chargement par pression répartie non uniforme sur les lèvres, en milieu illimité. On vérifie également la nullité de  $K_{II}$  avec l'option **CALC\_K\_G** de l'opérateur **CALC\_G**.

Le comportement de la structure est élastique linéaire isotrope.

Le cas test comprend une seule modélisation 2D plane dans laquelle on étudie l'influence du paramètre  $c$  intervenant dans le chargement. Le calcul mécanique se fait par appel à la macro-commande **MACRO\_ELAS\_MULT**.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



On considère la fissure rectiligne  $-1 \leq x \leq 1$  dans le domaine plan illimité.

### 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique linéaire homogène de module d'Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ .  
 $E=1000 \text{ MPa}$ ,  $\nu=0,3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

#### Conditions aux limites

Relation linéaire  $UX(-1,0)+UX(1,0)=0$

Condition de symétrie  $UY=0$  pour  $x \leq 1$ ,  $x \geq 1$  et  $y=0$ .

#### Chargement n° 1

$$p(x)=1$$

#### Chargement n° 2

$$p(x,c)=\exp(cx) \text{ où } c \text{ est un paramètre}$$

#### Chargement n° 3

$$p(x,c)=Sh(cx) \text{ où } c \text{ est un paramètre}$$

#### Chargement n° 4

$$p(x,c)=Ch(cx) \text{ où } c \text{ est un paramètre}$$

#### Chargement n° 5

$$p(x,c)=\cos(cx) \text{ où } c \text{ est un paramètre}$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Calcul symbolique exact à l'aide du logiciel MAPLE V [bib1].

### 2.2 Résultats de référence

#### Chargement n° 1

$$K_I(x=1) = \sqrt{\pi}$$

#### Chargement n° 2

$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi} (I_0(c) + I_1(c))$  où  $I_0$  et  $I_1$  sont les fonctions de Bessel modifiées de première espèce d'indices 0 et 1 [bib2].

#### Chargement n° 3

$$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi} I_1(c)$$

#### Chargement n° 4

$$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi} I_0(c)$$

#### Chargement n° 5

$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi} J_0(c)$  où  $J_0$  est la fonction de Bessel de première espèce d'indice 0 [bib2].

#### Dans tous les cas de chargement

$$G = \frac{K_I^2}{E} \text{ en contraintes planes}$$

$$G = \frac{(1-\nu^2) K_I^2}{E} \text{ en déformations planes}$$

### 2.3 Références bibliographiques

- [1] On the evaluation of stress intensity factors for a simple crack under parametric loading. Technical note. N.I. IOKADIMIS et G.T. ANASTASSELOS. Computers and Structures, 51, n°6, 791-794, 1994.
- [2] Handbook of mathematical functions, Chapitre 9. M. ABRAMOWITZ et I.A. STEGUN (Editeurs). United States Dept. of Commerce, National Bureau of Standards.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est limité à la région finie  $-x_{max} \leq x \leq x_{max}$ ,  $-y_{max} \leq y \leq y_{max}$  avec  $x_{max} = y_{max} = 15$ .

Il est constitué de 1156 quadrangles à 8 noeuds et de 3398 triangles à 6 noeuds.  
Il comporte 10372 noeuds.

On utilise l'hypothèse des contraintes planes.

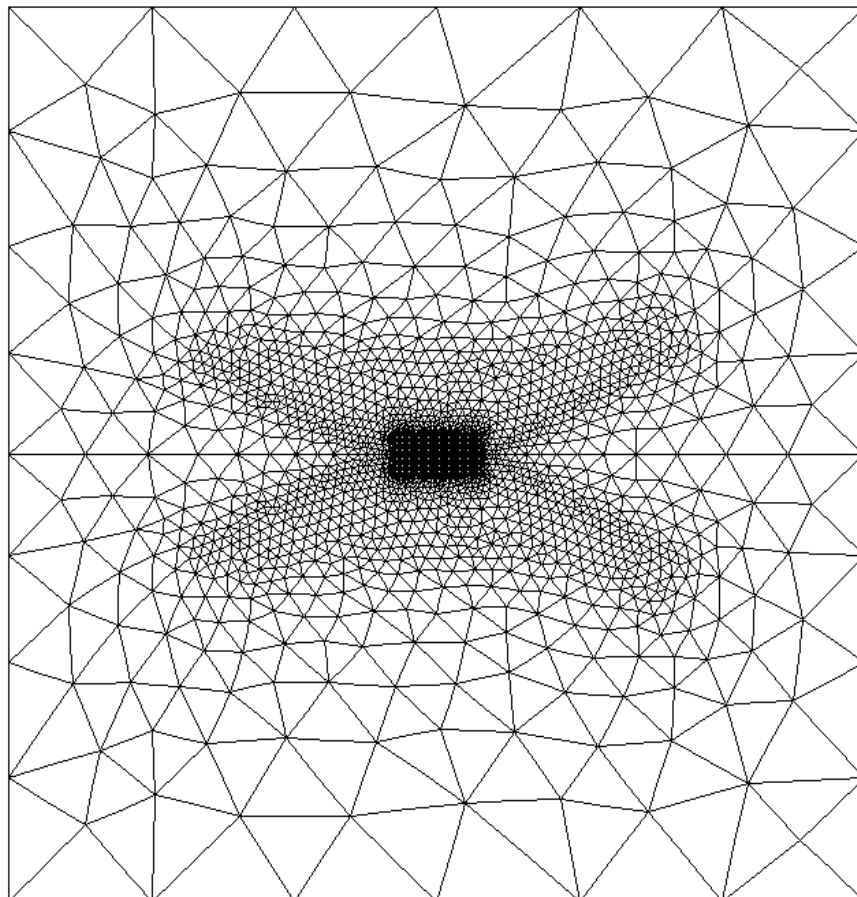
### 3.2 Caractéristiques du maillage

La maillage est généré avec *gibi* (utilisation de la procédure FISS2D). Les paramètres topologiques concernant le raffinement autour du fond de fissure (tore) sont:

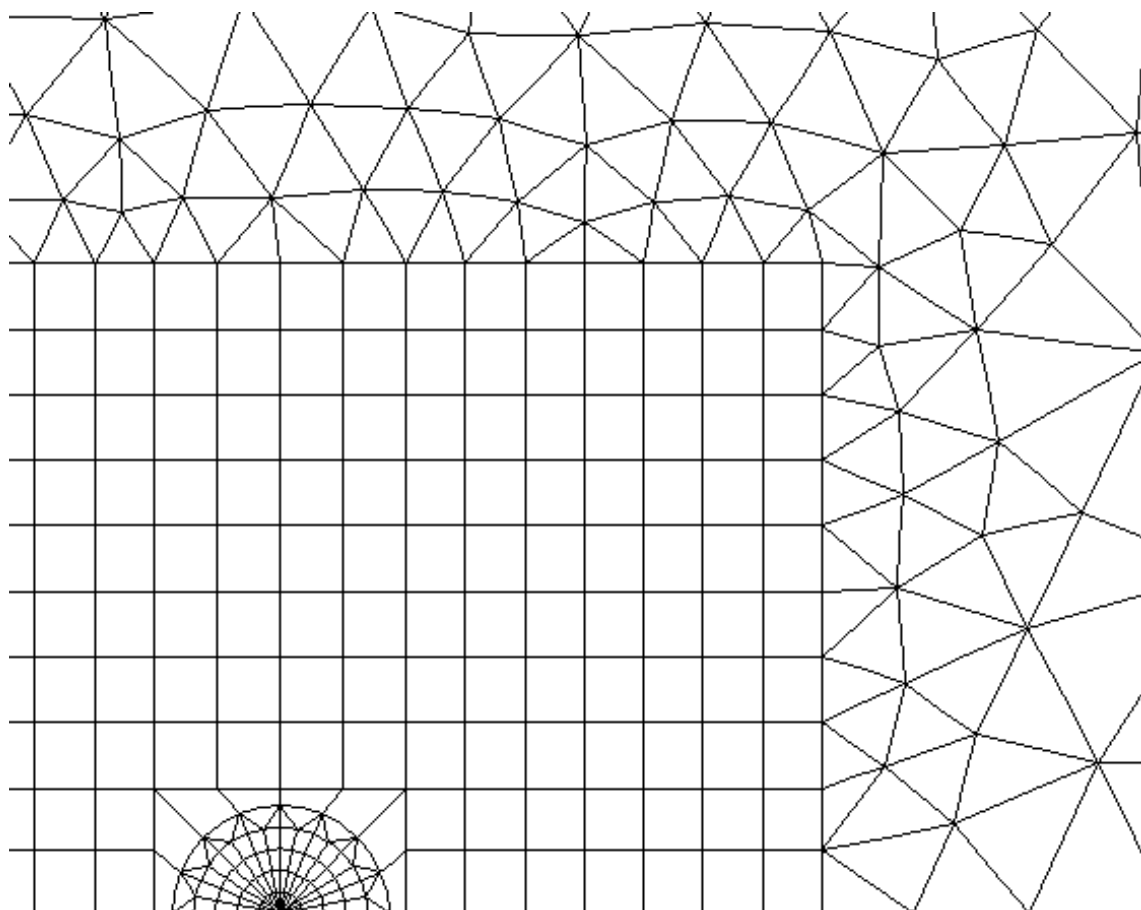
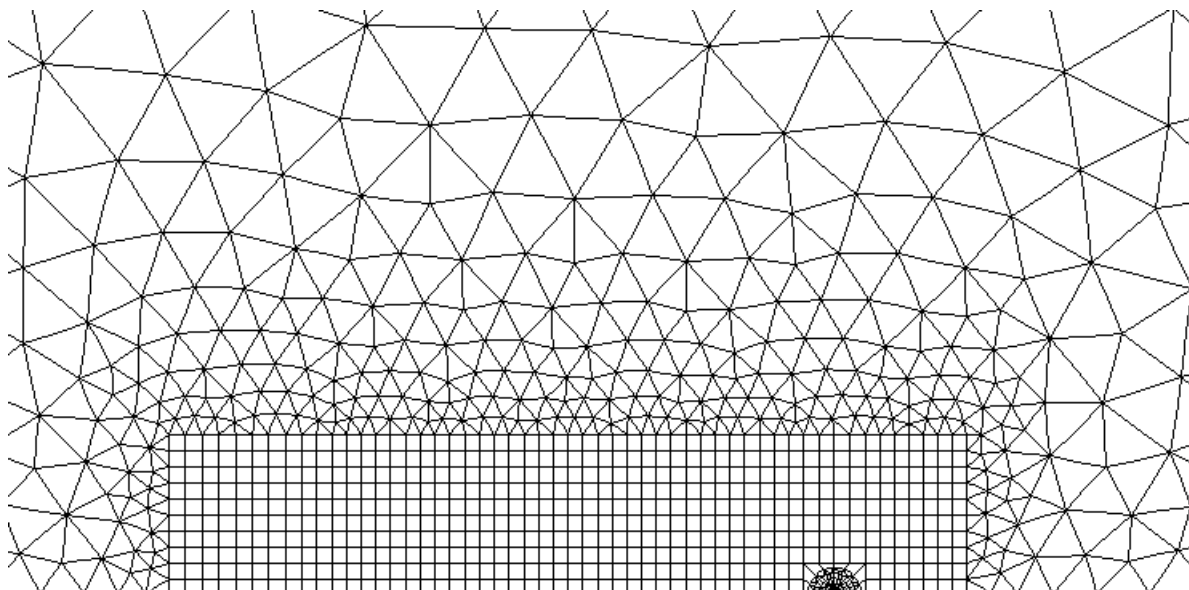
- $nc = 4$  (nombre de couronnes)
- $ns = 8$  (nombre de secteurs)
- $nt = 1$  (nombre de couronnes de déraffinement)

Le maillage fin rayonnant est limité à l'extrémité droite de la fissure.

La densité du maillage en partie courante de la fissure est choisie de façon à pouvoir discrétiser convenablement le chargement  $p(x, c)$ .



Zooms sur le maillage de la fissure :



## 3.3 Fonctionnalités testées

L'ensemble des cas de chargement est traité simultanément dans la macro-commande **MACRO\_ELAS\_MULT**. Le taux de restitution d'énergie  $G$  est calculé en post-traitement par la méthode thêta (opérateur **CALC\_G**) pour chaque cas de chargement successivement et pour différentes couronnes d'intégration.

## 3.4 Grandeurs testées et résultats

## 3.5 Valeurs testées

### Couronne 0 (triangles)

$$R_{\text{inf}} = 0 \text{ mm} , R_{\text{sup}} = 0,02 \text{ mm}$$

Identification	Référence	Aster	% différence
$G$ , chargement n°1	3,14158E-3	3,04077E-3	-3,209
$K_I$ , chargement n°1	1,77245	1,66	-6,57
$G$ , chargement n°2, $c=1$	1,05349E-2	0,01	-3,738
$K_I$ , chargement n°2, $c=1$	3,24576	3,03108	-6,61
$G$ , chargement n°2, $c=5$	8,356742	7,9065	-5,39
$K_I$ , chargement n°2, $c=5$	91,41522	85,4189	-6,56
$G$ , chargement n°3, $c=1$	1,00344E-3	9,6006E-4	-4,323
$K_I$ , chargement n°3, $c=1$	1,00172	0,93505	-6,66
$G$ , chargement n°3, $c=5$	1,86052	1,760148	-5,4
$K_I$ , chargement n°3, $c=5$	43,13380	40,33829	-6,48
$G$ , chargement n°4, $c=1$	5,03571E-3	4,86064E-3	-3,477
$K_I$ , chargement n°4, $c=1$	2,24404	2,09602	-6,6
$G$ , chargement n°4, $c=5$	2,331095	2,20566	-5,38
$K_I$ , chargement n°4, $c=5$	48,28142	45,08068	-6,63
$G$ , chargement n°5, $c=1$	1,839487E-3	1,78707E-3	-2,849
$K_I$ , chargement n°5, $c=1$	1,356277	1,267569	-6,54
$G$ , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,1738E-8	-
$K_I$ , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	2,0383E-3	-

## Couronne 1 (quadrangles)

$$R_{\text{inf}} = 0,02 \text{ mm} , R_{\text{sup}} = 0,04 \text{ mm}$$

Identification	Référence	Aster	% différence
$G$ , chargement n°1	3,14158E-3	3,1669E-3	0,807
$K_I$ , chargement n°1	1,77245	1,78079	0,471
$G$ , chargement n°2, $c=1$	1,05349E-2	1,056655E-2	0,30
$K_I$ , chargement n°2, $c=1$	3,24576	3,256597	0,334
$G$ , chargement n°2, $c=5$	8,356742	8,25545	-1,212
$K_I$ , chargement n°2, $c=5$	91,41522	91,528	0,123
$G$ , chargement n°3, $c=1$	1,00344E-3	1,000804E-3	- 0,263
$K_I$ , chargement n°3, $c=1$	1,00172	1,003475	0,175
$G$ , chargement n°3, $c=5$	1,86052	1,83815	-1,202
$K_I$ , chargement n°3, $c=5$	43,13380	43,2091	0,175
$G$ , chargement n°4, $c=1$	5,03571E-3	5,06348E-3	0,552
$K_I$ , chargement n°4, $c=1$	2,24404	2,25312	0,405
$G$ , chargement n°4, $c=5$	2,331095	2,302636	-1,221
$K_I$ , chargement n°4, $c=5$	48,28142	48,3188	0,078
$G$ , chargement n°5, $c=1$	1,839487E-3	1,86066E-3	1,152
$K_I$ , chargement n°5, $c=1$	1,356277	1,363914	0,563
$G$ , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	3,98377E-8	-
$K_I$ , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,721938E-3	-

## Couronne 2 (quadrangles)

$$R_{\text{inf}} = 0,04 \text{ mm} , R_{\text{sup}} = 0,06 \text{ mm}$$

Identification	Référence	Aster	% différence
$G$ , chargement n°1	3,14158E-3	3,1678E-3	0,835
$K_I$ , chargement n°1	1,77245	1,78075	0,468
$G$ , chargement n°2, $c=1$	1,05349E-2	1,056949E-2	0,328
$K_I$ , chargement n°2, $c=1$	3,24576	3,256529	0,332
$G$ , chargement n°2, $c=5$	8,356742	8,257967	-1,182
$K_I$ , chargement n°2, $c=5$	91,41522	9,1527E1	0,123
$G$ , chargement n°3, $c=1$	1,00344E-3	1,001087E-3	-0,234
$K_I$ , chargement n°3, $c=1$	1,00172	1,0034589	0,174
$G$ , chargement n°3, $c=5$	1,86052	1,838717	-1,172
$K_I$ , chargement n°3, $c=5$	43,13380	43,2088	0,174
$G$ , chargement n°4, $c=1$	5,03571E-3	5,064887E-3	0,579
$K_I$ , chargement n°4, $c=1$	2,24404	2,25307	0,402
$G$ , chargement n°4, $c=5$	2,331095	2,30333	-1,191
$K_I$ , chargement n°4, $c=5$	48,28142	48,31838	0,077
$G$ , chargement n°5, $c=1$	1,839487E-3	1,86117E-3	1,179
$K_I$ , chargement n°5, $c=1$	1,356277	1,363877	0,560
$G$ , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,0008E-8	-
$K_I$ , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,711869E-3	-

## Couronne 3 (quadrangles)

$$R_{\inf}=0,06 \text{ mm} , R_{\sup}=0,08 \text{ mm}$$

Identification	Référence	Aster	% différence
$G$ , chargement n°1	3,14158E-3	3,16794E-3	0,839
$K_I$ , chargement n°1	1,77245	1,78078	0,471
$G$ , chargement n°2, $c=1$	1,05349E-2	1,05699E-2	0,333
$K_I$ , chargement n°2, $c=1$	3,24576	3,2566	0,334
$G$ , chargement n°2, $c=5$	8,356742	8,25837	1,177
$K_I$ , chargement n°2, $c=5$	91,41522	91,5293	0,125
$G$ , chargement n°3, $c=1$	1,00344E-3	1,001132E-3	- 0,230
$K_I$ , chargement n°3, $c=1$	1,00172	1,003481	0,176
$G$ , chargement n°3, $c=5$	1,86052	1,838809	- 1,167
$K_I$ , chargement n°3, $c=5$	43,13380	43,20984	0,176
$G$ , chargement n°4, $c=1$	5,03571E-3	5,065103E-3	0,584
$K_I$ , chargement n°4, $c=1$	2,24404	2,25312	0,405
$G$ , chargement n°4, $c=5$	2,331095	2,303447	- 1,186
$K_I$ , chargement n°4, $c=5$	48,28142	48,31948	0,079
$G$ , chargement n°5, $c=1$	1,839487E-3	1,86124E-3	1,183
$K_I$ , chargement n°5, $c=1$	1,356277	1,363907	0,563
$G$ , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,00631E-8	-
$K_I$ , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,71155E-3	-

## 3.6 Remarques

La couronne 0 (entourant le fond de fissure et constituée de triangles) donne des résultats médiocres par rapport aux autres couronnes.

Les écarts relatifs maximums entre les couronnes 1,2 et 3 pour  $G$  et  $K_I$  sont donnés ci-dessous pour les divers chargements.

	Chargement 1	Chargement 2	Chargement 3	Chargement 4	Chargement 5
Ecart sur $G$	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%
Ecart sur $K_I$	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%

Les écarts sur  $G$  et  $K_I$  sont négligeables.

Dans tous les cas de chargement et pour toutes les couronnes, on a vérifié également que le  $K_{II}$  est nul.

---

## 4 Synthèse des résultats

---

A l'exception des résultats obtenus sur la couronne 0, les calculs de  $K$  et  $G$  sont très voisins de la solution théorique exacte. En effet, les écarts sont toujours inférieurs à 1,2 % pour le calcul de  $G$  et inférieurs à 0,6 % pour le calcul de  $K_I$ .