FORMA12 – Travaux pratiques de la formation « introduction à l'analyse dynamique linéaire & non-linéaire »

Résumé :

Ce cas est est une introduction à l'usage de Code_Aster pour l'analyse transitoire dynamique (linéaire et non-linéaire). Il traite d'une plaque épaisse d'acier, sujette à une excitation sinusoïdale sur une table vibrante.
La plaque est modélisée en éléments 3D. On compare l'analyse transitoire sur base modale avec une analyse transitoire directe. Dans la dernière partie on prend en compte la plasticité de l'acier par une une loi non-linéaire.

Les différentes modélisations abordées sont :

- modélisation A : analyse modale ;
- modélisation B : transitoire direct ;
- modélisation C : transitoire sur base modale ;
- modélisation D : t transitoire sur base modale avec correction statique ;
- modélisation E : transitoire non-linéaire.

Le premier chapitre présente la géométrie et les données communes à toutes les modélisations.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduction

1.1 Géométrie

L'étude concerne une plaque épaisse d'acier. Sa géométrie est simple. Il s'agit d'un simple cube aplati :
longueur $2{,}0\,mètres$, largeur $2{,}0\,mètres$ et épaisseur $0{,}003\,mètre$ [Figure 1.1-1].

La plaque est fermement encastrée sur l'un de ses côtés (ENCAS) et fixée sur une table vibrante.

On souhaite calculer le déplacement d'un point situé sur la face supérieure dans un coin de plaque, à l'opposé de l'encastrement (point P) [Figure 1.1-2].

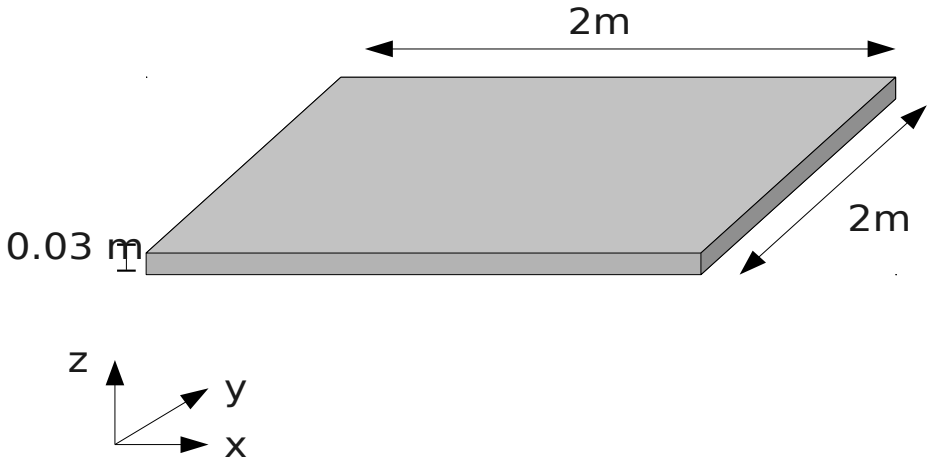


Figure 1.1-1

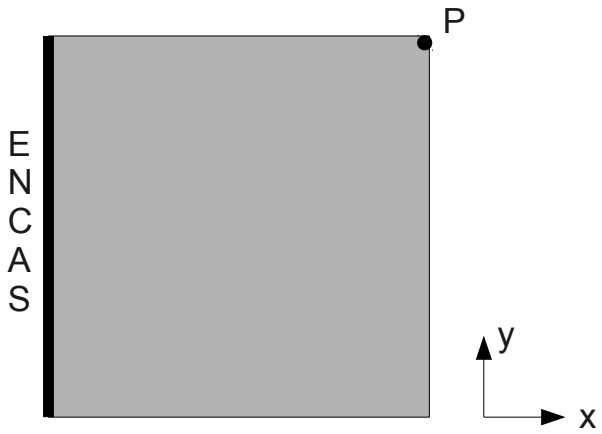


Figure 1.1-2

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.2 Matériaux

L'acier est, pour les analyses linéaires, considéré comme un matériau isotrope, élastique linéaire :S

- module d'Young : $E = 200\,000.10^{+6}\,Pa$,
- coefficient de Poisson : $\nu = 0{,}3$,
- masse volumique : $\rho = 8\,000\,kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargement

La plaque est encastrée sur un de ses côtés.

Un ingénieur distrait (ou quelque peu facétieux) a fait une erreur dans les paramètres de la table vibrante. Au lieu de la sollicitation prévue (un accélérogramme synthétique), il a envoyé un simple signal sinusoïdal mais de très forte amplitude. La plaque n'a pas été conçue pour une telle secousse et on cherche à déterminer le mouvement que la plaque a pu subir lors de cet essai malencontreux.

Le signal d'entrée est un simple sinus de fréquence $15\,Hertz$.
L'amplitude est $30\mathrm{g}$ horizontalement et $30\mathrm{g}$ verticalement vers le bas ($g = 10\,m/s^2$).

La durée du signal est $0.5\,s$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modélisation A – Analyse modale

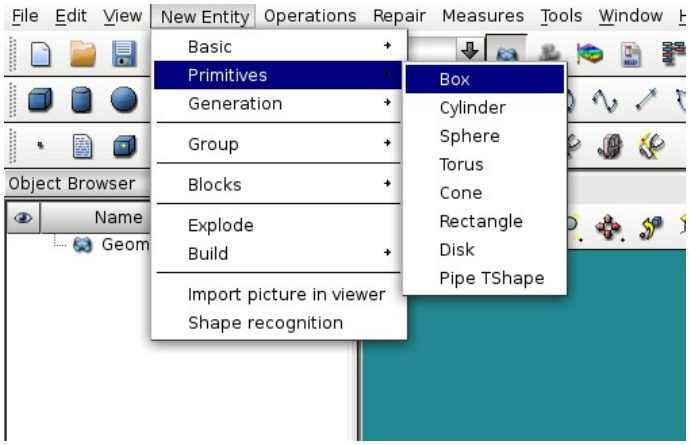
2.1 Objectifs

Pour avoir une idée des propriétés dynamiques du système, on commence par une analyse modale. La géométrie est dessinée puis maillée sous SALOME-MECA. Les premiers modes de la plaque sont ensuite calculés avec *Code_Aster*.

2.1.1 Géometrie dans SALOME

On modélise le système dans SALOME.

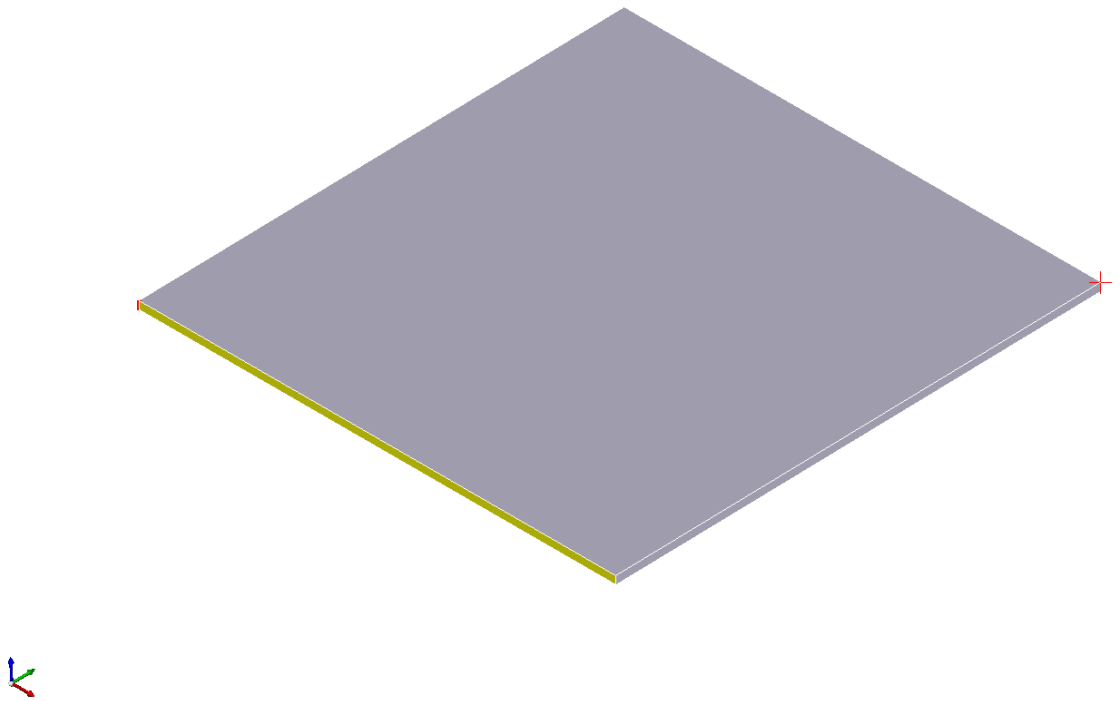
Dans le module `Geometry`, on utilise le menu `New Entity > Primitive > Box` pour construire une boîte avec les dimension du problème.



Pour spécifier dans *Code_Aster* les conditions aux limites et identifier les nœuds utiles aux post-traitements, on a besoin de nommer quelques éléments de la géométrie et quelques nœuds.
C'est fait grâce à `New Entity > Group > Create`.

La plaque est fixée sur un des côtés. On se sert d'un point de la face supérieure, dans un angle opposé au bord encastré, comme nœud de post-traitement.
Pour pouvoir préciser la finesse du maillage dans l'épaisseur de la plaque, il peut être utile de créer un groupe correspondant à l'arrête verticale d'un des coins de la plaque.

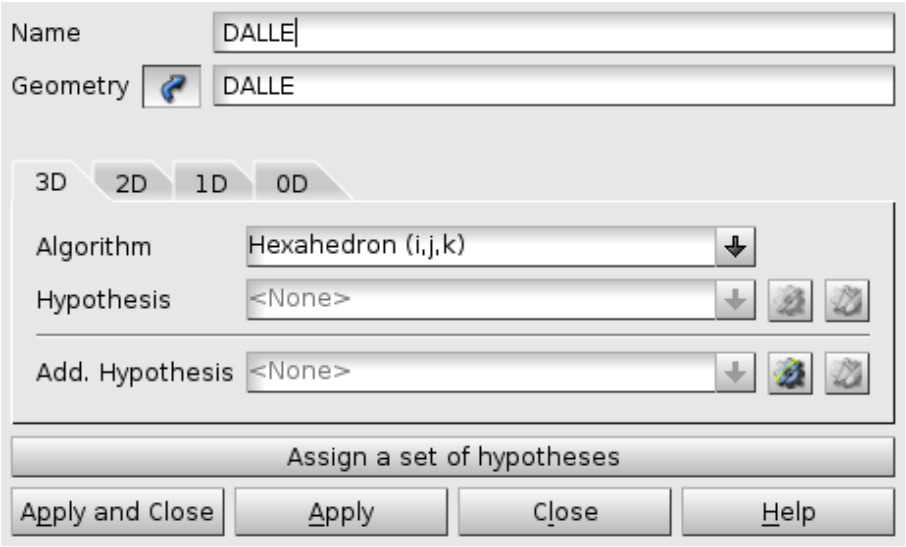
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

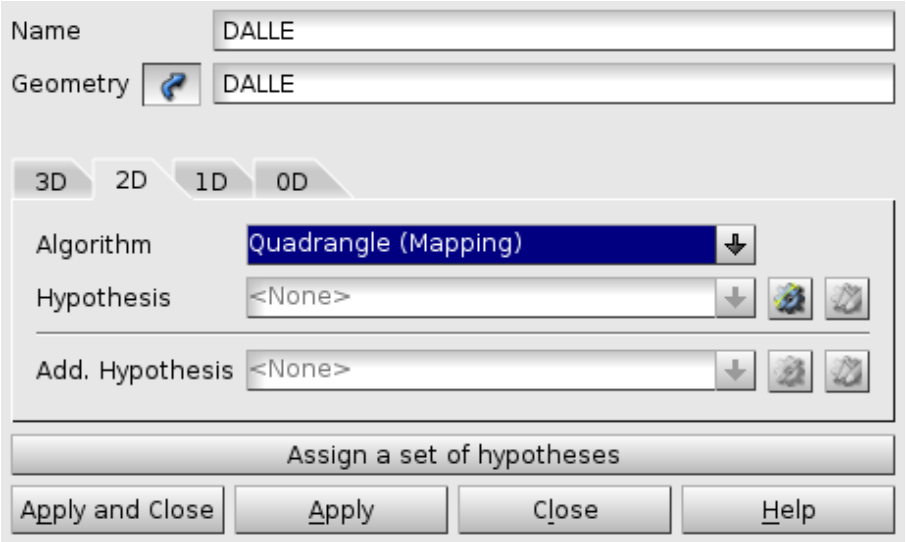


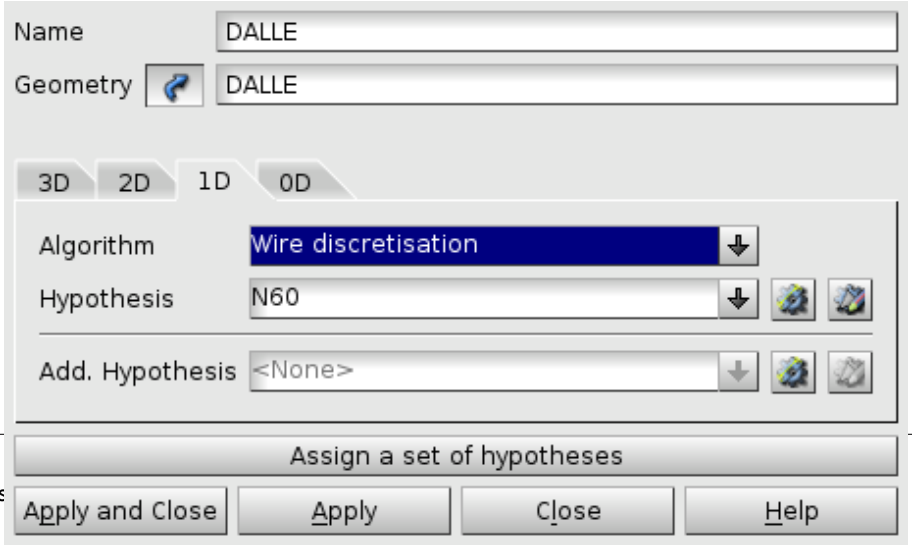
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.1.2 Maillage dans SALOME

L'étape suivante est la création du maillage par le module `Mesh`. De nombreux mailleurs sont disponibles dans le logiciel.
Pour obtenir un maillage réglé et prédictible, un choix possible est :
`Hexahedron(i,j,k)/Quadrangle(Mapping)/Wire discretisation`

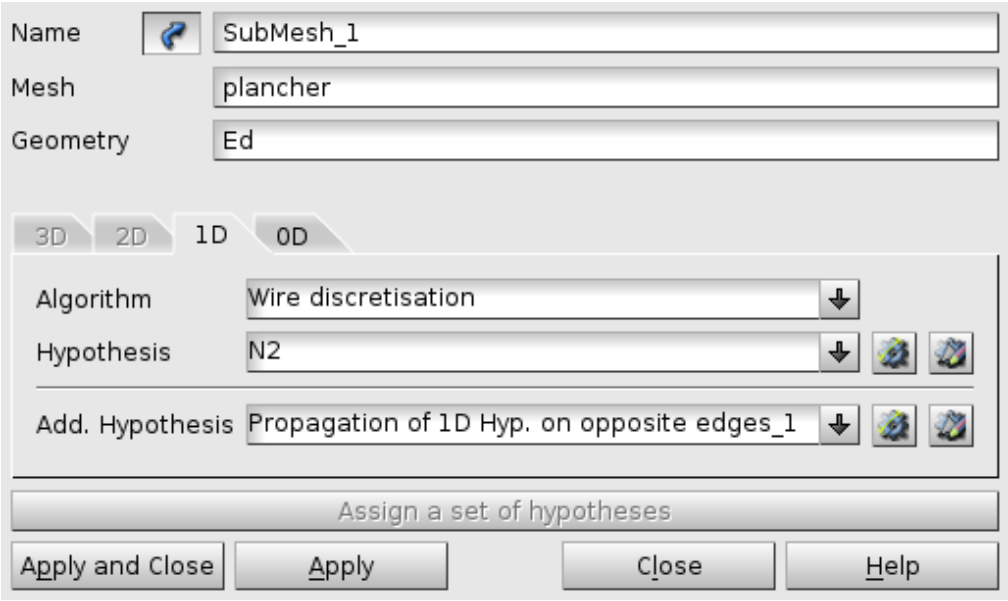






Pour éviter un maillage trop fin dans l'épaisseur de la plaque, on conseille de créer un sous-maillage sur l'une des arrêtes de coin.

N.B. : il ne faut pas oublier de « propager » la discrétisation de l'arrête de coin choisie sur les autres en le précisant dans « `Add. Hypothesis` ».



Comme compromis entre temps de calcul et précision, on pourra créer 40 éléments dans la largeur de la plaque et 2 dans l'épaisseur.
On obtient alors un maillage grossier mais ce défaut peut être compenser par des éléments quadratiques.
Pour passer d'éléments linéaires à des éléments quadratiques on utilise l'option suivante dans le menu `meshing :Modification > Convert to/from quadratic .`

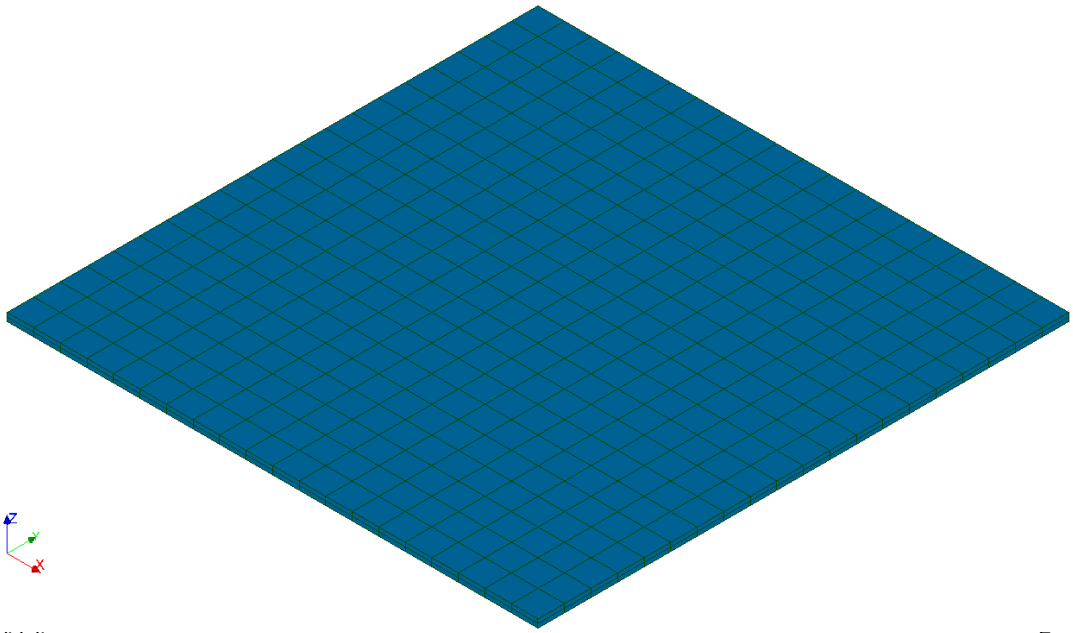
A la fin de la procédure, le maillage comprend 4725 nœuds et 800 éléments 3D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Base Info | Element Info | Additional Info

Name:	Plate		
Object:	Mesh		
Nodes:	4725		
Elements:	*Total*	*Linear*	*Quadratic*
0D:	0		
1D (edges):	168	0	168
2D (faces):	960	0	960
Triangles:	0	0	0
Quadrangles:	960	0	960
Polygons:	0		
3D (volumes):	800	0	800
Tetrahedrons:	0	0	0
Hexahedrons:	800	0	800
Pyramids:	0	0	0
Prisms:	0	0	0
Hexagonal Prisms:	0		
Polyhedrons:	0		

Ok Help



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Analyse modale avec *Code_Aster*

Pour calculer les premiers modes dans des cas simples avec *Code_Aster,* l'outil le plus simple est probablement l'assistant disponible dans SALOME-MECA.
Une fois activé le module Aster, on utilise `Aster Wizards > Modal Analysis` et on peut se laisser guider par les quelques boîtes de dialogue.

Si on demande le calcul de 4 modes, on devrait obtenir les modes jusqu'à une fréquence de $50\,Hz$. C'est un choix prudent puisque la fréquence d'excitation ne s'élève qu'à $15\,Hz$.

N.B. : grâce à l'éditeur de commandes `Eficas`, on peut modifier le fichier de commandes et choisir directement l'option de calcul sur une bande fréquences.
Il suffit simplement de préciser, dans `CALC_MODES`, l'option suivante :
`OPTION='BANDE', CALC_FREQ=_F(FREQ=(0.,50.),)`

2.3 Post-traitement dans `PARAVIS`

Le post-traitement dans SALOME/PARAVIS est assez intuitif. Toutefois il faut connaître quelques étapes :

- d'abord charger le module `PARAVIS`
- Pour explorer un résultat au format MED, on importe le fichier de résultats grâce à `File > Open Paraview File.`
- On « crée » les vecteurs de visualisation des déplacements en lisant les modes par l'action du bouton «`apply` » (ne pas oublier de cocher l'option « `GenerateVectors` »)
- Le filtre « warp » permet d'obtenir la déformée du mode.
- Par un menu de la barre du haut, On peut aussi choisir de colorier la déformée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Voici, à titre d'exemple quelques déformées modales :

Illustration 1: Premier mode (6,3 Hz)

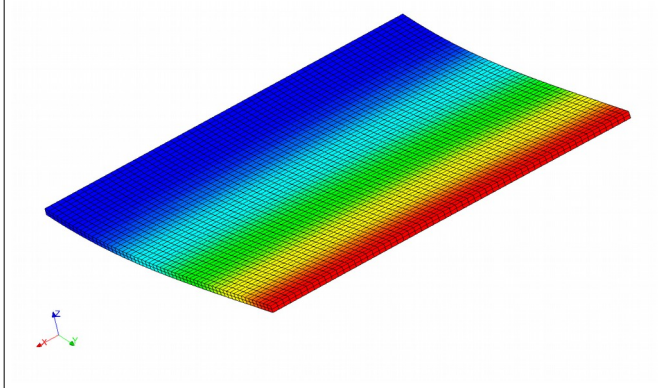


Illustration 2: Deuxième mode (13.4 Hz)

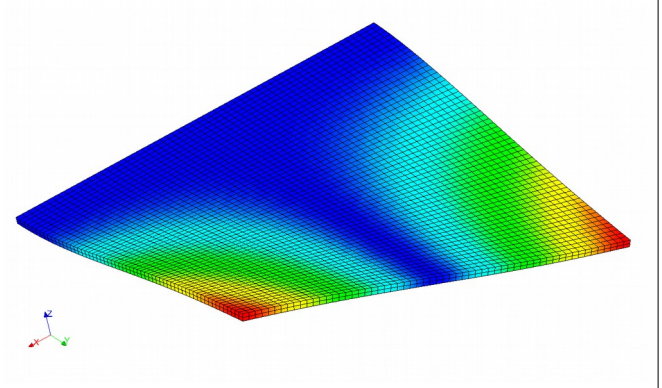


Illustration 3: Troisième mode (38.6 Hz)

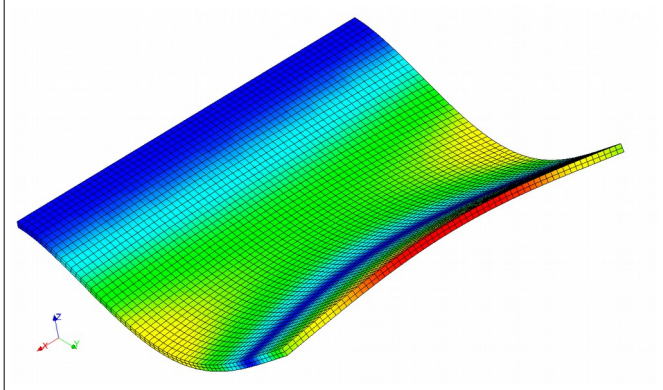
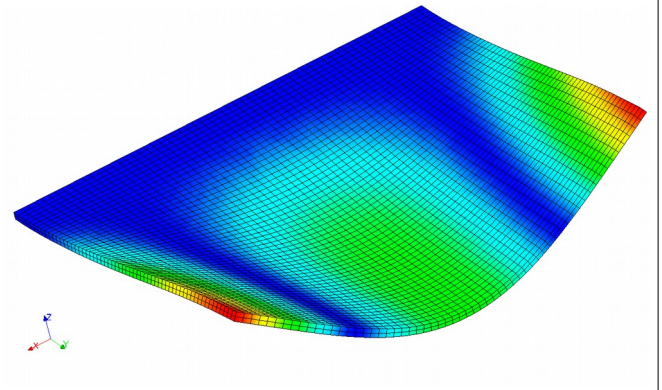


Illustration 4: Quatrième Mode (49.0 Hz)



Pour vérifier la qualité du maillage, on peut, bien entendu, faire une étude de convergence en fonction de la finesse du maillage. Mais sur une géométrie aussi simple, il est possible de trouver une bonne approximation par une formule analytique (par exemple dans *Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices* , Walter D. Pikey – éd. John Wiley & Sons, Inc. 1994).

Dans le cas étudié, on trouve :

$$f1 = 6.23\ Hz$$
$$f3 = 38.16\ Hz$$

Les résultats donnés par Code_Aster sont donc plutôt précis, malgré la grossièreté du maillage. Avec un maillage linéaire, les résultats n'auraient pas été aussi bons.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation B – Analyse transitoire directe

3.1 Problème et esquisse du calcul

On souhaite maintenant calculer le mouvement de la plaque sur sa table vibrante. On commence par le calcul le plus naturel, le calcul direct sur base physique. La plate-forme SALOME-MECA ne propose pas encore d'assistant. Mais on peut s'aider de l'aide graphique et syntaxique à la rédaction des fichiers de commande, EFICAS :

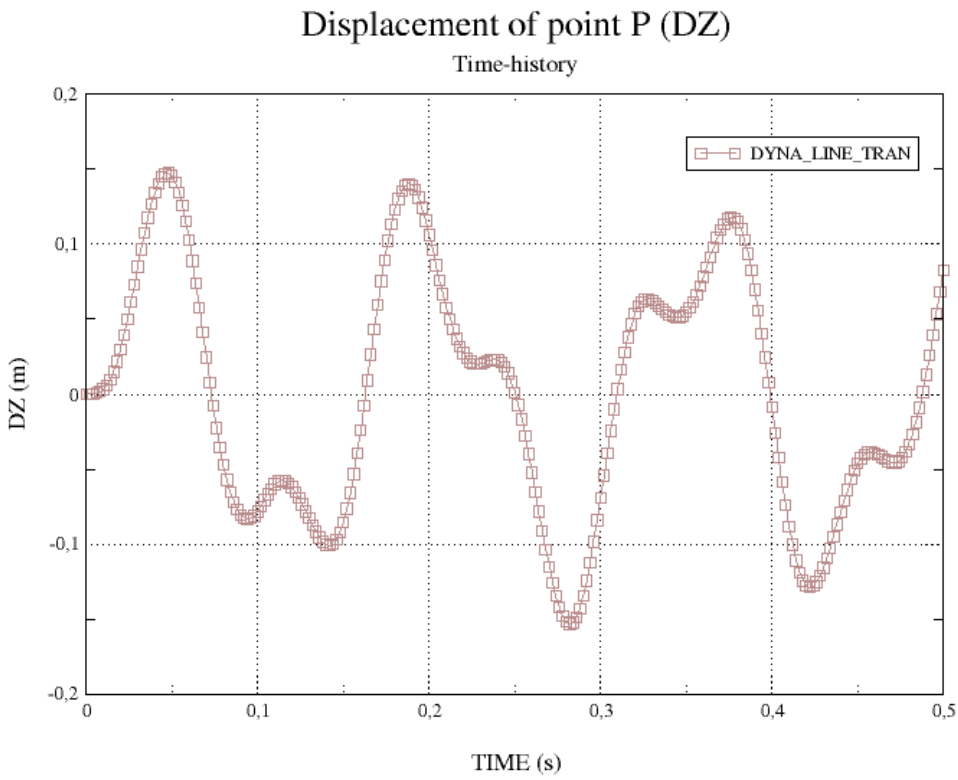
Les principales étapes du fichier de commande sont ;

- début : `DEBUT`
- lecture du maillage: `LIRE_MAILLAGE`
- construction du modèle: `AFFE_MODELE`
- définition des matériaux : `DEFI_MATERIAU`
- affection des matériaux aux différents groupes du maillage: `AFFE_MATERIAU`
- conditions aux limites : `AFFE_CHAR_MECA`
- définition du chargement : `AFFE_CHAR_MECA(PESANTEUR=_F(GRAVITE=300.,DIRECTION=(-1,0,1))`
- construction des matrices de masse et de raideur et du vecteur de second membre :`ASSEMBLAGE`
- définition d'une liste d'instants (On peut prendre une liste d'instants sur $0.5\,s$ avec un pas de temps de $0.002\,s$) : `DEFI_LIST_REEL`
- définition de la modulation en temps (sinus de période $15\times 2\pi$ secondes) : `FORMULE`
- analyse transitoire : `DYNA_VIBRA(TYPE_CALCUL='TRAN', BASE_CALCUL='PHYS')`
- récupération du déplacement en un point : `RECU_FONCTION`
- impression de la courbe : `IMPR_FONCTION`

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2 Résultats

Voyons la courbe des résultats :



On observe une réponse sinusoïdale à la fréquence d'excitation. Cette réponse sinusoïdale est néanmoins fortement modulée par la réponse du premier mode propre de la plaque.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation C – analyse transitoire sur base modale

4.1 Problème et indices

L'analyse transitoire peut aussi se faire plus efficacement en projetant le problème sur une base modale. On se propose de comparer cette méthode avec le calcul transitoire direct.

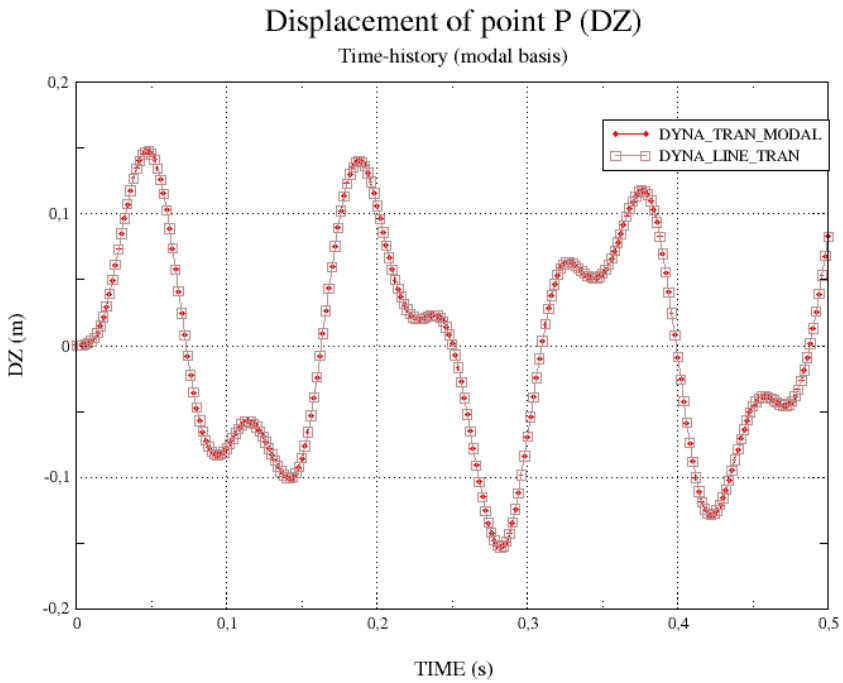
La procédure est proche de celle de la modélisation B. On doit simplement faire attention à projeter (`PROJ_BASE`) les équations sur les modes, que l'on a déjà calculés avec la modélisation A. Pour gagner du temps, si on a pris la précaution de sauver la base modale dans une « base » ASTER , on peut éviter de reprendre le calcul modal et commencer directement le fichier de commande par `POURSUITE`.

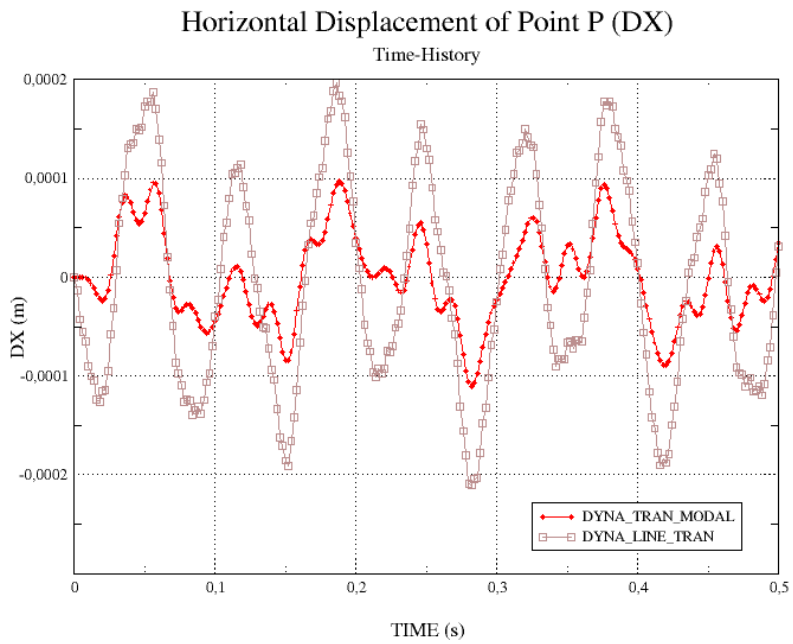
- récupération des résultats de la modélisation A: `POURSUITE`
- définition du chargement de pesanteur : `AFFE_CHAR_MECA(PESANTEUR=_F(GRAVITE=300.,DIRECTION=(-1,0,1))`
- calcul élémentaire du second membre : `CALC_VECT_ELEM`
- assemblage du vecteur de chargement au second membre : `ASSE_VECTEUR`
- projection des matrices de masse, de raideur et du vecteur de chargement : `PROJ_BASE`
- donnée de la fonction multiplicative en temps (sinus de période $15\times 2\pi$ s) : `FORMULE`
- définition d'une liste d'instants (On peut prendre une liste d'instants sur $0.5\,s$ avec un pas de temps de $0.002\,s$) : `DEFI_LIST_REEL`
- calcul transitoire sur base modale : `DYNA_VIBRA(TYPE_CALCUL='TRANS', BASE_CALCUL='GENE')`
- récupération du déplacement du point P `RECU_FONCTION(RESU_GENE)`
- impression de la courbe déplacement P/temps : `IMPR_FONCTION`

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.2 Résultats

Pour le déplacement vertical on obtient des résultats très proches du calcul transitoire direct.





Mais si on examine les déplacements dans la direction horizontale, ils sont assez différents !!!
Quoique la base modale ait été calculée au-delà de $45\ Hz$ et qu'on ait respecté la règle habituelle recommandant de couvrir deux fois la fréquence maximale de l'excitation, dans la direction horizontale, la méthode par projection modale s'éloigne du résultat direct.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Que s'est-il passé ?
La plaque est en fait très raide dans son plan (direction horizontale). Les modes propres ne représentent donc qu'imparfaitement ce mouvement. Pour le restituer correctement, il faudrait prendre bien plus de modes propres.
Une méthode se montre toutefois bien plus performante. Il s'agit de la méthode de la correction statique, qui permet de prendre en compte la contribution « statique » de la structure au mouvement.
La modélisation suivante est un exemple de son utilisation.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modèle D- correction statique *a posteriori*

5.1 Procédure de calcul

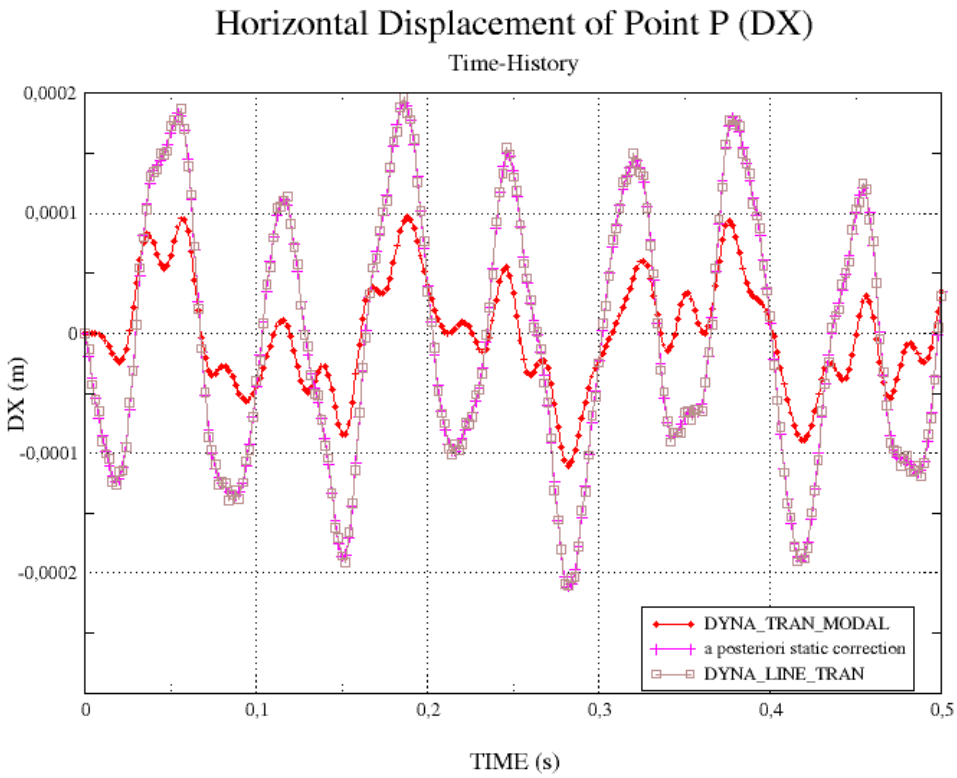
Les étapes sont assez proches de la méthode sans correction statique. Mais on ajoute quelques étapes pour prendre en compte les déformations dues aux effets statiques du chargement.
Attention ! Il ne faut pas oublier d'inclure la correction lors du retour vers la base physique.

- reprise de la base modale :`POURSUITE`
- définition du chargement de pesanteur : `AFFE_CHAR_MECA(PESANTEUR=_F(GRAVITE=300.,DIRECTION=(-1,0,1))`
- calcul élémentaire du second membre : `CALC_VECT_ELEM`
- assemblage du vecteur de chargement au second membre : `ASSE_VECTEUR`
- **calcul de la correction statique : `MACRO_ELAST_MULT`**
- projection des matrices de masse, de raideur et du vecteur de chargement : `PROJ_BASE`
- donnée de la fonction multiplicative en temps (sinus de période $15 \times 2\pi$ s) : `FORMULE`
- définition d'une liste d'instants (On peut prendre une liste d'instants sur $0.5\,s$ avec un pas de temps de $0.002\,s$) : `DEFI_LIST_REEL`
- **On a aussi besoin des dérivées premières et secondes de la fonction multiplicative en temps : `formule` (si on connaît leur forme analytique ou `CALC_FONCTION` pour une approximation numérique)**
- calcul transitoire sur base modale : `DYNA_VIBRA(TYPE_CALCUL='TRANS', BASE_CALCUL='GENE')` – **donner derrière `MODE_CORR` la déformée statique et spécifier derrière `D_FONC_DT` et `D_FONC_DT2` les dérivées premières et secondes**
- récupération du déplacement du point P `RECU_FONCTION(RESU_GENE)`. Ne pas oublier **`CORR_STAT='OUI'`**
- impression de la courbe déplacement P/temps :`IMPR_FONCTION`

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.2 Résultats

Grâce à la correction statique, les résultats sont bien meilleurs.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation E – dynamique non-linéaire

6.1 Objectif

On cherche maintenant à déterminer l'endommagement de la plaque provoqué par l'amplitude excessive de la consigne en accélération. On utilise une loi de plasticité pour estimer la déformation résiduelle, suite à l'essai malencontreux.

6.2 Procédure de calcul

Pour calculer le comportement non-linéaire dynamique, on utilise l'opérateur d'usage général DYNA_NON_LINE. Il est proche de STAT_NON_LINE et son usage en proche. La principale différence tient au schéma d'intégration en temps et à l'influence de l'inertie (matrice de masse).

Pour comparer les résultats linéaires et non-linéaires, on peut partir de la modélisation B.
Les premières commandes (lecture du maillage, définition du modèle, des matériaux ...°) sont les mêmes.

Les principales étapes sont :

- début : DEBUT
- lecture du maillage : LIRE_MAILLAGE
- construction du modèle _AFFE_MODELE
- définition des propriétés **non linéaires** des matériaux: DEFI_MATERIAU
- affectation des matériaux : AFFE_MATERIAU
- conditions aux limites : AFFE_CHAR_MECA
- chargements : AFFE_CHAR_MECA
- définition d'une liste d'instants (on peut faire le calcul sur $0.5\,s$ avec un pas de $0.002\,s$) : DEFI_LIST_REEL puis DEFI_LIST_INST
- modulation en temps (sinus de pulsation $15\times 2\pi$) : FORMULE
- calcul transitoire : DYNA_NON_LINE (on peut utiliser le schéma de NEWMARK)
- récupération du déplacement au point P RECU_FONCTION
- impression de la courbe :IMPR_FONCTION

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.3 Entrer un comportement non-linéaire

On considère, pour le comportement de la plaque, un comportement élastoplasique avec un amortissement cinématique.

La limite d'élasticité est $200\,MPa$.
Et on prend $E/100$ comme taux d'écrouissage.

Les propriétés de l'acier sont donc entrées ainsi :

```
E = 2.E11
BA_PLAS=DEFI_MATERIAU(ELAS=_F(E=E,NU=.3,RHO=8000.,),
                      ECRO_LINE=_F( D_SIGM_EPSI = E/100, SY = 200.0E6),)
```

Dans DYNA_NON_LINE on spécifie un comportement incrémental avec un domaine d'élasticité délimité par un critère de Von Mises :

```
COMPORTEMENT=_F( RELATION = 'VMIS_CINE_LINE',
                 DEFORMATION='PETIT',
                 TOUT='OUI',),
```

Pour faciliter la convergence, on peut jouer sur le nombre d'itérations avant que la procédure de linéarisation de Newton-Raphson ne se déclare en échec :

```
CONVERGENCE=_F( ITER_GLOB_MAXI=30, ),
```

Si l'algorithme ne converge toujours pas, le pas de temps sera réduit. Pour ce faire, on doit créer une heuristique de choix de pas de temps à l'aide de DEFI_LIST_INST. Si les critères de convergence ne sont pas atteints avec un pas de temps, il sera subdivisé en 5 pas de temps plus petits.

```
LIS=DEFI_LIST_INST(DEFI_LIST=_F(METHODE='MANUEL',
                                LIST_INST=LIR,),
                   ECHEC=_F(SUBD_NIVEAU=5,
                            SUBD_PAS_MINI=1e-5,
                            SUBD_METHODE='MANUEL',),);
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.4 Analyse des résultats

6.4.1 Déroulement du calcul

A la lecture du fichier de message « .mess », on observe que le nombre d'itération s'accroît lorsque le matériau entre dans un domaine non-linéairre, *a contrario* des pas élastiques linéaires, où la convergence se fait en une unique itération.

Par exemple du temps $t=0.264\,s$ au temps $0.266\,s$:

```
-----------------------------------------------------------------------

INSTANT DE CALCUL :  2.640000000E-01

-----------------------------------------------------------------------
|   ITERATIONS   |     RESIDU     |     RESIDU     |     OPTION     |
|     NEWTON     |     RELATIF    |     ABSOLU     |   ASSEMBLAGE   |
|                | RESI_GLOB_RELA | RESI_GLOB_MAXI |                |
-----------------------------------------------------------------------
|     0          | 4.08427E-15    | 2.33520E-10    |TANGENTE        |
-----------------------------------------------------------------------
```

…

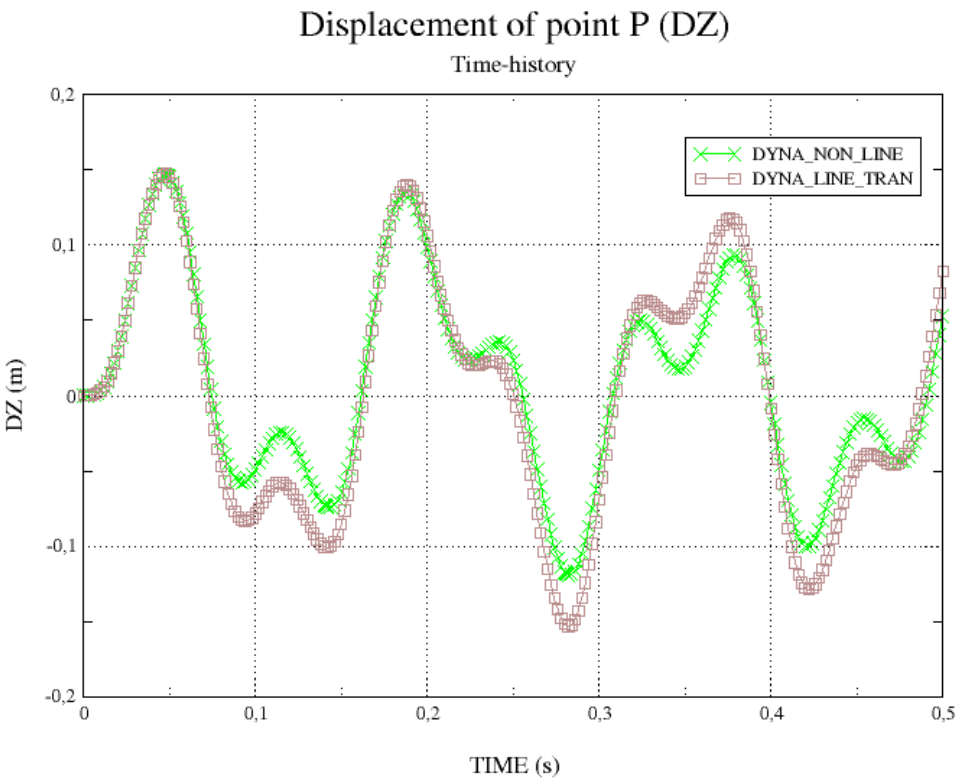
```
-----------------------------------------------------------------------

INSTANT DE CALCUL :  2.660000000E-01

-----------------------------------------------------------------------
|   ITERATIONS   |     RESIDU     |     RESIDU     |     OPTION     |
|     NEWTON     |     RELATIF    |     ABSOLU     |   ASSEMBLAGE   |
|                | RESI_GLOB_RELA | RESI_GLOB_MAXI |                |
-----------------------------------------------------------------------
|     0        X | 3.15414E-03  X | 2.09053E+02    |TANGENTE        |
|     1        X | 3.65097E-04  X | 2.41984E+01    |                |
|     2        X | 4.13886E-05  X | 2.74321E+00    |                |
|     3        X | 4.69114E-06  X | 3.10926E-01    |                |
|     4          | 5.31736E-07    | 3.52431E-02    |                |
```

Dans certains cas, l'algorithme peut ne pas converger avant les 30 itérations permises. Cela provoque une subdivision du pas de temps. Le temps CPU total augmente.

On peut comparer les temps de calcul requis par `DYNA_LINE_TRAN` et `DYNA_NON_LINE` dans le fichier «.resu ».
Par exemple on trouve $7\,s$ pour `DYNA_VIBRA(TYPE_CALCUL='TRAN', BASE_CALCUL='PHYS')` et $692\,s$ pour `DYNA_NON_LINE`.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.4.2 Analyse de la courbe de déplacement



On observe que, comparé au calcul élastique :

- la plasticité « amortit » l'amplitude de la réponse ;
- la fréquence apparente de la structure diminue légèrement.

Ces observation sont un signe de l'assouplissement de la structure sous l'effet de la plasticité.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)