

SDLD34 – Lâcher d'un simple masse/ressort

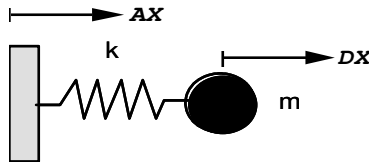
Résumé :

Un oscillateur simple, constitué d'une masse reliée à un support par un ressort, est soumis à un lâcher en partant du ressort tendu. On vérifie que *Code_Aster* calcule bien la réponse oscillatoire aux conditions initiales sans forces extérieures.

On teste les fonctionnalités de calcul transitoire linéaire sur base physique et sur base modale de l'opérateur DYNA_VIBRA.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



On s'intéresse au mouvement de la masse m .

1.2 Propriétés de matériaux

Masse ponctuelle : $m = 1 \text{ kg}$
Ressort élastique : $k = \pi^2 \text{ N/m}$

Cas 1 : système conservatif (sans amortissement)

Cas 2 : système dissipatif $c = 0,2 \pi \text{ N.s/m}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le problème est unidimensionnel dans la direction x , et à un degré de liberté : le déplacement de la masse m .

La masse est laissée libre, sans excitation extérieure.

Initialement elle est hors équilibre : le ressort est tendu avec une élongation de 1 mètre.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est analytique. En l'absence d'amortissement, c'est une simple sinusoïde dont la période est égale à la pulsation propre de l'oscillateur, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, et dont l'amplitude est l'allongement initial (x_0) du ressort. La position $x(t)$ de la masse est donnée par l'équation :

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t) \quad (1)$$

La vitesse de la masse est donc:

$$v(t) = -\omega_0 x_0 \sin(\omega_0 t) \quad (2)$$

En présence d'un amortissement visqueux ($c_{[N.s/m]}$), les oscillations deviennent amorties et la position $x(t)$ s'écrit :

$$x(t) = x_0 e^{-\zeta \omega_0 t} \left[\cos(\omega t) + \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \sin(\omega t) \right] \quad (3)$$

où ζ est l'amortissement réduit donné par $\zeta = \frac{c}{2\omega_0 m}$. ζ est considéré être inférieur à 1 pour conserver les oscillations. La pulsation est donné par la formule $\omega = \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}$. Elle est donc différente de la pulsation propre (ω_0) du système.

2.2 Résultats

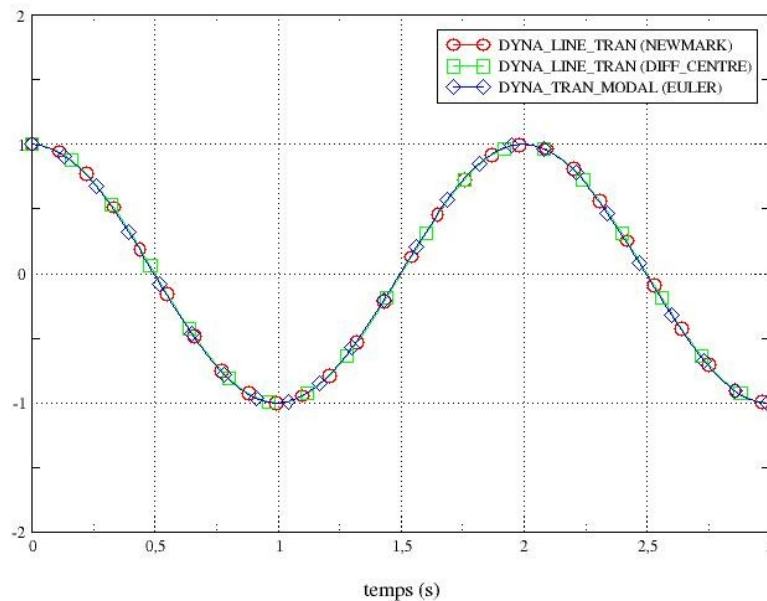
Cas 1 : système conservatif (sans amortissement)

Pour ce système, la pulsation propre $\omega_0 = \pi \text{ rad/s}$. La fréquence propre est donc $f_0 = \omega_0 / 2\pi = 0,5 \text{ Hz}$.

Le déplacement (en m) et la vitesse (en m/s) de la masse, donnés respectivement par Eqs.1 et 2 sont :

$$x(t) = \cos(\pi t) \quad \text{et} \quad v(t) = -\pi \sin(\pi t)$$

déplacement de la masse (en mètres)



Cas 2 : système dissipatif visqueux

L'amortissement réduit est de $\zeta = 0,1$. La pulsation est $\omega = 0,995 \pi \text{ rad/s}$ et la fréquence est donc $f = \omega / 2 \pi = 0,4975 \text{ Hz}$.

Le déplacement (en m) peut ensuite être calculé selon Eq.3.

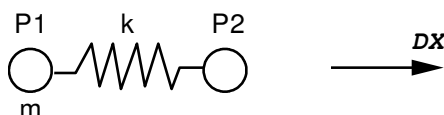
2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément discret en translation de type DIS_T



Caractéristiques des éléments :

Aux nœuds $P1$ et $P2$: matrices de masses de type $M_T_D_N$ avec $m = 100 \text{ kg}$.
Entre $P1$ et $P2$: une matrice de rigidité de type $K_T_D_L$ avec $K_x = 10^6 \text{ N/m}$

Conditions aux limites :

Tous les degrés de liberté sont bloqués sauf le degré de liberté DX du nœud $P2$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2

Nombre de mailles et types : 1 SEG2, 2 POI1

3.3 Fonctionnalités testées

On teste les fonctionnalités de calcul transitoire linéaire sur base physique et sur base modale de l'opérateur DYNA_VIBRA.

3.4 Grandeurs testées et résultats

Réponse dynamique

On teste la position de la masse au bout d'une période, c'est-à-dire 2 secondes. De plus, on teste la valeur de la participation modale du mode 1. Comme il s'agit d'un mode unique et qu'il est normé selon le nœud qui porte la masse, la participation modale est identique au déplacement.

Identification	Référence	Tolérance
DYNA_VIBRA/base physique (NEWMARK)	1 m	1.E-4 %
DYNA_VIBRA/base physique (DIFF_CENTRE)	1 m	1.E-4 %
DYNA_VIBRA/base modale (EULER)	1 m	0,01%
DYNA_VIBRA (participation modale)	1 m	0,01%

On teste aussi la valeur de la vitesse (en m/s) de la masse à $t = 1,5 \text{ s}$, c'est-à-dire lorsqu'elle passe par la position d'équilibre statique ($x=0$).

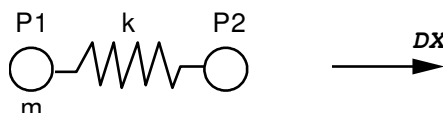
DYNA_VIBRA/base physique (NEWMARK)	π	1.E-4 %
DYNA_VIBRA/base modale (EULER)	π	0,1%

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On reprend la modélisation A, mais en ajoutant un amortissement au système masse/ressort.

Elément discret en translation de type DIS_T



Caractéristiques des éléments :

Aux nœuds $P1$ et $P2$: matrices de masses de type $M_T_D_N$ avec $m = 100\text{ kg}$.
Entre $P1$ et $P2$: une matrice de rigidité de type $K_T_D_L$ avec $K_x = 10^6\text{ N/m}$

Conditions aux limites :

Tous les degrés de liberté sont bloqués sauf le degré de liberté DX du nœud $P2$.

Amortissement : on ajoute au système un amortissement réduit de $0,1$.

Il est introduit dans le cas test, soit de façon habituelle par le mot clef `AMOR_REDUIT`, soit, pour valider la fonctionnalité `RELA_EFFO_VITE`, par une relation linéaire entre la vitesse du masse/ressort et une force appliquée au nœud $P2$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2

Nombre de mailles et types : 1 SEG2, 2 POI1

4.3 Fonctionnalités testées

On teste en particulier, de façon élémentaire, dans cette modélisation la fonctionnalité `RELA_EFFO_VITE` de l'opérateur `DYNA_VIBRA(BASE_CALCUL='GENE')`. Par son usage, on peut introduire un comportement non linéaire dépendant de la vitesse d'un point. Ici on valide de façon simple cette relation dans le cas linéaire en la comparant avec un comportement d'amortissement modal (qui, dans le cas à un seul mode, revient à un amortissement visqueux).

4.4 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance
<code>DYNA_VIBRA(BASE_CALCUL='GENE') AMOR_REDUIT</code>	0,53 m	1 %
<code>DYNA_VIBRA(BASE_CALCUL='GENE')</code> <code>RELA_EFFO_VITE</code>	0,53 m	1 %
<code>DYNA_VIBRA(BASE_CALCUL='GENE') AMOR_REDUIT</code>	0.531338 (non régression)	1.E-4%
<code>DYNA_VIBRA(BASE_CALCUL='GENE')</code> <code>RELA_EFFO_VITE</code>	0.531338 (non régression)	1.E-4%

5 Synthèse des résultats

Les résultats sont satisfaisants. L'erreur relative correspond à l'erreur numérique liée à l'intégration en temps. Les conditions initiales sont bien prises en compte. On en conclut que *Code_Aster* simule correctement un lâcher en dynamique linéaire.

Ce test est aussi une validation fonctionnelle de la récupération sous forme de fonction de l'évolution en temps de la participation d'un mode, ainsi qu'une validation, sur le cas d'une relation linéaire, de la fonctionnalité `RELA_EFFO_VITE`.