
ZZZZ347 – Validation des câbles frottants CABLE_GAINE

Résumé :

L'objectif de ce test est de valider la modélisation de câbles de précontrainte CABLE_GAINE.

La modélisation A sert à valider l'utilisation de DEFI_CABLE_BP/CALC_PRECONT avec les éléments BARRE en l'absence de frottement dans les cas courbes, et sert de référence pour valider la modélisation CABLE_GAINE dans le cas ADHERENT, testée dans la modélisation B.

La modélisation C valide la modélisation CABLE_GAINE dans le cas GLISSANT.

La modélisation D valide l'utilisation de DEFI_CABLE_BP/CALC_PRECONT avec les éléments BARRE en présence de frottement. Elle sert également de référence à la modélisation E, qui valide la modélisation CABLE_GAINE dans le cas FROTTANT, avec prise en compte des frottements linéique et courbe, dans le cas où il n'y a qu'un ancrage actif ou les deux, et enfin, avec et sans recul d'ancrage.

Les modélisations F et G sont des copies de la modélisation E avec le béton modélisé en coque (DKT et Q4GG), elles permettent de valider la nouvelle procédure de mise en précontrainte avec des éléments de coque.

Enfin, la modélisation H teste la cinématique PETIT_REAC en comparaison avec les éléments BARRE.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

1.1.1 Modélisations A à G

On considère un demi-anneau de béton, de section carrée, avec un câble au centre de la section. Le demi anneau est de rayon $r=5\text{ m}$, de centre l'origine, dans un plan (xy) et la moitié de l'anneau considéré est à y positif. Une section de l'anneau dans le plan $y=0$ est donnée par les deux points de la diagonale suivants $(4.5;0;-0.5)$ et $(5.5;0;0.5)$ (soit une surface de 1 m par 1 m). La section du câble est de $2,5 \times 10^{-3}\text{ m}^2$.

Pour les modélisations A à E, la modélisation du béton est volumique, pour les modélisations F et G, la modélisation est plane.

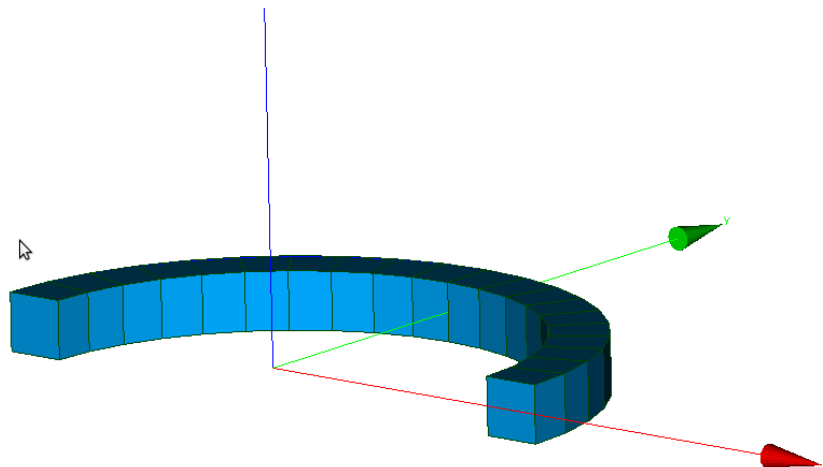


Figure 1-1: vue du maillage béton utilisé (modélisations A à E)

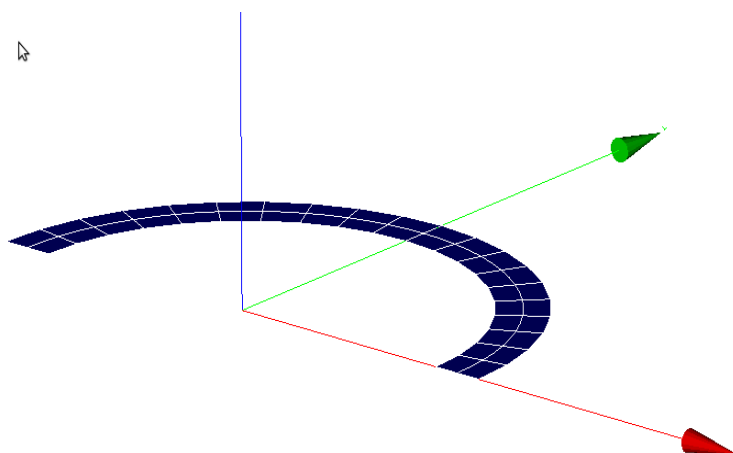


Figure 1-2: vue du maillage béton utilisé (modélisations F et G)

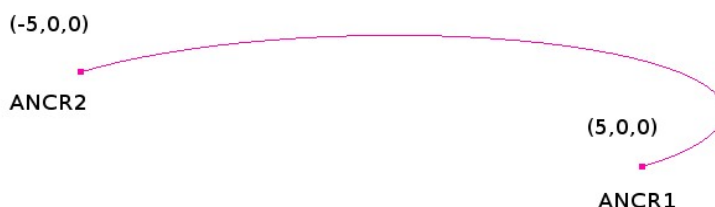


Figure 1-3: vue du câble de précontrainte noyé dans le béton

1.1.2 Modélisation H

On considère une poutre en béton de longueur 10 m , de section carrée de 1 m de côté avec un câble au centre de la section. La section du câble est de $2,5 \times 10^{-3}\text{ m}^2$.

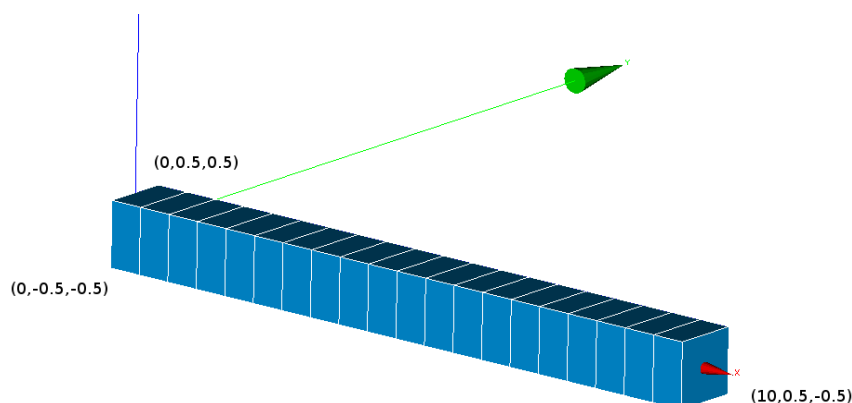


Figure 1-4: vue du maillage du béton de la modélisation H

1.2 Propriétés du matériau

Le béton est élastique isotrope, ses propriétés sont :

- $E = 45\,000\text{ MPa}$
- $\nu = 0$

L'acier est élastique isotrope, ses propriétés sont :

- $E = 185\,000\text{ MPa}$
- $\nu = 0$

1.3 Conditions aux limites et chargements

1.3.1 Modélisations A à G

La section à $y=0$ et $x<0$ de l'anneau est encastree (face contenant ANCR2).

1.3.2 Modélisation H

La face dans le plan $x=0$ est encastree et on exerce une pression répartie sur la face inférieure de la poutre ($z=-0,5$) d'une valeur de $10^5 P_d$. Il n'y a pas de mise en précontrainte dans ce test.

1.4 Conditions initiales

Néant.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Dans le cas d'un câble glissant sans frottement (modélisation C), avec béton et gaine du câble encastrés (seul le glissement du câble est alors autorisé), on exhibe la solution analytique suivante.

Le glissement imposé est noté \tilde{g} , la longueur du câble L , sa section A

La déformation du câble est uniforme (pas de frottement) et vaut alors $\frac{\tilde{g}}{L}$, la contrainte $E \frac{\tilde{g}}{L}$ et la

tension $T = A E \frac{\tilde{g}}{L}$.

La réaction sur l'ensemble du béton vaut $R = 2T$.

Sur une section de câble, la réaction vaut $S = T \Delta \alpha$ avec $\Delta \alpha$ la déviation angulaire.

Si le câble est discrétisé en n éléments de même taille, on a $S = T \frac{\pi}{n}$.

Pour les calculs de tension BPEL, les références analytiques sont obtenues grâce aux formules données dans [R7.01.02].

2.2 Grandeurs et résultats de référence

2.2.1 Tension et réactions pour la modélisation C

En prenant $\tilde{g} = 0.1$, $L = r \pi$, $A = 2.5 \text{e-}3$, $E = 185\,000 \text{ MPa}$, on trouve :

- la tension $T = 2.9443664 \cdot 10^6 \text{ N}$
- la réaction sur l'ensemble du béton $R = 5.888734 \cdot 10^6 \text{ N}$ et sur une section de câble $S = 462\,500 \text{ N}$ avec $n = 20$.

2.2.2 Tension BPEL pour les modélisations E, F et G

Les points de Gauss testés sont les points de Gauss 1 des mailles 105 et 96 pour la modélisation E correspondant aux mailles 59 et 50 pour les modélisations F et G. Tout point P appartenant au câble peut être défini par la valeur de l'angle $a = \overrightarrow{(OA_1, OP)}$ ou $b = \overrightarrow{(OA_2, OP)}$ où O est le centre du demi-cercle, A_1 est ANCR1 et A_2 est ANCR2.

Le premier nœud de la maille 96 est défini par $a = 67,5$ ou $b = 112,5$. Le premier point de Gauss de la maille 96 est alors défini par $a_{96} = 67,5 + \frac{4,5}{\sqrt{3}}$ ou $b_{96} = 112,5 - \frac{4,5}{\sqrt{3}}$.

Le premier nœud de la maille 105 est défini par $a = 148,5$ ou $b = 31,5$. Le premier point de Gauss de la maille 105 est alors défini par $a_{96} = 148,5 + \frac{4,5}{\sqrt{3}}$ ou $b_{96} = 31,5 - \frac{4,5}{\sqrt{3}}$.

Il est nécessaire de calculer la déviation angulaire cumulée α de ces points qui servira ensuite au calcul des tensions. La déviation angulaire cumulée utilisée dans la formule BPEL de la tension doit être calculée à partir de l'ancrage actif le plus proche. Dans la modélisation E, deux calculs sont faits : un avec ANCR1 passif et ANCR2 actif et l'autre avec les deux ancrages actifs. La maille 105 est plus proche de ANCR2 qui est toujours actif, on a donc dans les deux cas : $\alpha_{105} = b_{105} * \pi / 180$.

On remarque que dans notre cas la déviation angulaire cumulée est égale aux angles a ou b , on se contente seulement de passer en radians.

La maille 96 est plus proche de ANCR1 on a donc deux valeurs différentes :

$$\alpha_{96} = b_{96} * \pi / 180 \text{ pour le cas PASSIF/ACTIF}$$

$$\alpha_{96} = a_{96} * \pi / 180 \text{ pour le cas ACTIF/ACTIF}$$

Les abscisses curvilignes de ces points sont également nécessaires au calcul de la tension, elles aussi sont données par rapport à l'ancrage actif le plus proche. On a alors : $s_{105} = \alpha_{105} * r$ et $s_{96} = \alpha_{96} * r$.

Pour le cas sans recul d'ancrage, on utilise la formule $F_c = F_0 \exp(-f \alpha - \phi s)$, avec $F_0 = 10^6 N$, $\phi = 0,01$; $f = 0,03$, on obtient :

- pour le cas PASSIF/ACTIF : $F_{105} = 960448.709086365 N$ et $F_{96} = 857741.905702382 N$
- pour le cas ACTIF/ACTIF : $F_{105} = 960448.709086365 N$; $F_{96} = 906761.8988894981 N$

Le champ de déformation EPSI_ELGA est testé dans la modélisation E dans le cas PASSIF/ACTIF, sur les mêmes points de Gauss que la tension N. Le calcul est élastique, donc :

$$EPXX_{105} = F_{105} / E / A$$

$$EPXX_{96} = F_{96} / E / A$$

Pour le cas avec recul d'ancrage, avec les notations de [R7.01.02], on montre que la distance d sur laquelle agit le recul d'ancrage vaut :

$$d = \frac{-1}{f} \ln(1 - \sqrt{(f * E_a * S_a * \Delta / F_0)})$$

Avec un recul d'ancrage $\Delta = 5.10^4$, on obtient ici $d = 3.9222$. En gardant les notations définies ci-dessus, cela signifie qu'un point est concerné si $a < 44,94$ ou $b < 44,94$. La maille 105 est donc concernée par la modification due au recul d'ancrage, mais pas la maille 96.

En utilisant alors $F_c = \frac{(F(d))^2}{F_0} \exp(-f \alpha - \phi s)$ pour la maille 105 et $F_c = F_0 \exp(-f \alpha - \phi s)$ pour la maille 96, on obtient :

$$F_{105} = 918367.3641803192 ; F_{96} = 906761.8988894981$$

2.2.3 Référence pour la modélisation H

Compte-tenu du chargement imposé, en DEFORMATION = 'PETIT' il n'y aurait pas de contraintes dans le câble. Par contre en DEFORMATION = 'PETIT_REAC', des contraintes doivent apparaître. La solution de référence dans ce cas est obtenue par un calcul avec des éléments BARRE.

2.3 Incertitudes sur la solution

Néant

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D pour l'anneau en béton et BARRE pour le câble.

Le câble est de type PASSIF/ACTIF : PASSIF au groupe de nœuds ANCR1 et ACTIF au groupe de nœuds ANCR2. Le frottement linéaire BPEL est pris égal à 0,01 et le frottement courbe à 0,03.

Dans une première phase, le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ et sans recul d'ancrage.

Dans une deuxième phase, on impose un déplacement $DY = -0,1$ au groupe de nœuds ANCR2.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 20 éléments de type HEXA8 et 20 éléments de type SEG2.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Les résultats testés sont de type non-régression pour servir de référence dans la modélisation B et concernent les déplacements et la tension dans le câble (voir valeurs au §4.3).

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D pour l'anneau en béton et CABLE_GAINE pour le câble. La modélisation pour le câble est de type 'ADHERENT'.

Le câble est de type PASSIF/ACTIF : PASSIF au groupe de nœuds ANCR1 et ACTIF au groupe de nœuds ANCR2. Le frottement linéaire BPEL est pris égal à 0,01 et le frottement courbe à 0,03.

Dans une première phase, le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ sans recul d'ancrage.

Dans une deuxième phase, on impose un déplacement $DY = -0,1$ au groupe de nœuds ANCR2.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 20 éléments de type HEXA8 et 20 éléments de type SEG3.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les résultats grâce aux références obtenues dans la modélisation A, on vérifie ainsi que les modélisations BARRE et CABLE_GAINE/ADHERENT donnent les mêmes résultats.

Le numéro d'ordre 2 correspond à la fin de la première phase (CALC_PRECONT) et le numéro d'ordre 3 à la fin de la deuxième phase (déplacement $DY = -0,1$ au groupe de nœuds 'ANCR2').

La maille M89 est la première maille du câble en partant de ANCR1.

Nœud/Maille	Composante	NUME_ORDRE	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
ANCR2	DY	2	'AUTRE_ASTER'	3.0875640025E-04	0,5%
ANCR2	DY	3	'AUTRE_ASTER'	0.0423286048572	2E-4%
M89	N	2	'AUTRE_ASTER'	7.837433596E+05	0,05%
M89	N	3	'AUTRE_ASTER'	7.921749893E+05	0,05%

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D pour l'anneau en béton et CABLE_GAINE pour le câble. Le comportement pour le câble est de type 'GLISSANT'.

Le câble et le béton sont entièrement encastres, seul le glissement du câble est autorisé. Le degré de liberté GLIS est imposé à 0 pour le groupe de nœuds 'ANCR1' et à 0.1 pour le groupe de nœuds 'ANCR2'.

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 20 éléments de type HEXA8 et 20 éléments de type SEG3.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs testées sont analytiques et présentées au §2.2.1.

La maille M95 est définie par $a=55,06$ pour son premier nœud.

La maille M89 est la première maille du câble en partant de ANCR1.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Réaction totale	'ANALYTIQUE '	-5.888734E6	1%
Réaction sur l'élément M95	'ANALYTIQUE '	462500	1%
Maille M89 - point 1 - N	'ANALYTIQUE '	2.9443664E6	0,1%

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D pour l'anneau en béton et BARRE pour le câble.

Pour le premier calcul (EVOLNOL1), le câble est de type PASSIF/ACTIF : PASSIF au groupe de nœuds 'ANCR1' et ACTIF au groupe de nœuds 'ANCR2'. Pour les deux autres calculs (EVOLNOL2 et EVOLNOL3), le câble est de type ACTIF/ACTIF. Dans tous les cas, le frottement linéaire BPEL est pris égal à 0,01 et le frottement courbe à 0,03.

Le calcul est constitué d'une seule étape : le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ sans recul d'ancrage, sauf dans le cas EVOLNOL3 où le recul d'ancrage vaut $5.10^{-4} m$.

6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 20 éléments de type HEXA8 et 20 éléments de type SEG2.

6.3 Grandeurs testées et résultats

Les résultats testés sont de type non-régression pour servir de référence dans la modélisation E et concernent :

- Le déplacement suivant x et y au nœud N16 aux instants 1 et 2 ;
 - Les valeurs de contraintes dans la maille M193 au point d'intégration 1, aux instants 1 et 2.
- (voir les valeurs au §7.3).

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D pour l'anneau en béton et CABLE_GAINE pour le câble.

Trois calculs sont effectués, dans tous les cas, le frottement linéaire est pris égal à 0,01 et le frottement courbe à 0,03 .

1. Pour le premier calcul (EVOLNOLI), le câble est de type PASSIF/ACTIF : PASSIF au groupe de nœuds 'ANCR1' et ACTIF au groupe de nœuds 'ANCR2'. Le chargement est réalisé en deux étapes. Dans un premier temps, le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ sans recul d'ancrage, dans un deuxième, un déplacement $DY = -0,1$ au groupe de nœuds 'ANCR2' est ensuite imposé.
2. Pour le deuxième calcul (EVOLNOL2) le câble est de type ACTIF/ACTIF. Le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ sans recul d'ancrage.
3. Pour le troisième calcul (EVOLNOL3) le câble est de type ACTIF/ACTIF. Le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ avec un recul d'ancrage de $5 \times 10^{-4} m$.

7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 20 éléments de type HEXA8 et 20 éléments de type SEG3.

7.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs de référence sont soit analytiques et présentées au §2.2.2 soit issues de la comparaison avec la modélisation D en BARRE.

On précise ici les coordonnées du nœud de béton $N57 : (-3.889, 3.889, 0,5)$.

$M193$ est la troisième maille de béton en partant de ANCR2.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
EVOLNOLI Maille $M105$ - point 1 - N	'ANALYTIQUE'	960448.709086365	1%
EVOLNOLI Maille $M96$ - point 1 - N	'ANALYTIQUE'	857741.905702382	1%
EVOLNOLI Maille $M105$ - point 1 - $EPXX$	'ANALYTIQUE'	2.07664585748E-3	1%
EVOLNOLI Maille $M96$ - point 1 - $EPXX$	'ANALYTIQUE'	1.85457709341E-3	1%
EVOLNOLI Nœud $N57$ - DX	'AUTRE_ ASTER'	1.75362396368528E-04	1%
EVOLNOLI Nœud $N57$ - DY	'AUTRE_ ASTER'	1.73862669805773E-04	1%
EVOLNOLI	'AUTRE_ ASTER'	-1.4385853954159E+05	1%

Maille <i>M193</i> - point 1 - <i>SIXX</i>			
EVOLNOLI Maille <i>M193</i> - point 1 - <i>SIYY</i>	'AUTRE_ASTER'	-8.2927316052597E+05	1%
EVOLNOLI Maille <i>M193</i> - point 1 - <i>SIXY</i>	'AUTRE_ASTER'	-3.4252241782541E+05	1%
EVOLNOL2 Maille <i>M105</i> - point 1 - <i>N</i>	'ANALYTIQUE'	960448.709086365	1%
EVOLNOL2 Maille <i>M96</i> - point 1 - <i>N</i>	'ANALYTIQUE'	906761.8988894981	1%
EVOLNOL3 Maille <i>M105</i> - point 1 - <i>N</i>	'ANALYTIQUE'	918367.3641803192	1%
EVOLNOL3 Maille <i>M96</i> - point 1 - <i>N</i>	'ANALYTIQUE'	906761.8988894981	1%

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est DKT pour l'anneau en béton et CABLE_GAINE pour le câble.

Trois calculs sont effectués, dans tous les cas, le frottement linéaire est pris égal à 0,01 et le frottement courbe à 0,03 .

1. Pour le premier calcul (EVOLNOLI), le câble est de type PASSIF/ACTIF : PASSIF au groupe de nœuds 'ANCR1' et ACTIF au groupe de nœuds 'ANCR2'. Le chargement est réalisé en deux étapes. Dans un premier temps, le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ sans recul d'ancrage. Dans un second temps, un déplacement $DY = -0,1$ au groupe de nœuds 'ANCR2' est ensuite imposé.
2. Pour le deuxième calcul (EVOLNOL2) le câble est de type ACTIF/ACTIF. Le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ sans recul d'ancrage.
3. Pour le troisième calcul (EVOLNOL3) le câble est de type ACTIF/ACTIF. Le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ avec un recul d'ancrage de $5 \times 10^{-4} m$.

8.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 20 éléments de type QUAD4 et 20 éléments de type SEG3.

8.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs de référence sont analytiques et présentées au §2.2.2.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
EVOLNOLI Maille M59 - point 1 - N	'ANALYTIQUE '	960448.709086365	1%
EVOLNOLI Maille M50 - point 1 - N	'ANALYTIQUE '	857741.905702382	1%
EVOLNOL2 Maille M59 - point 1 - N	'ANALYTIQUE '	960448.709086365	1%
EVOLNOL2 Maille M50 - point 1 - N	'ANALYTIQUE '	906761.8988894981	1%
EVOLNOL3 Maille M59 - point 1 - N	'ANALYTIQUE '	918367.3641803192	1%
EVOLNOL3 Maille M50 - point 1 - N	'ANALYTIQUE '	906761.8988894981	1%

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est Q4GG pour l'anneau en béton et CABLE_GAINE pour le câble.

Trois calculs sont effectués, dans tous les cas, le frottement linéaire est pris égal à 0,01 et le frottement courbe à 0,03 .

1. Pour le premier calcul (EVOLNOLI), le câble est de type PASSIF/ACTIF : PASSIF au groupe de nœuds 'ANCR1' et ACTIF au groupe de nœuds 'ANCR2'. Le chargement est réalisé en deux étapes. Dans un premier temps, le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ sans recul d'ancrage. Dans un second temps, un déplacement $DY = -0,1$ au groupe de nœuds 'ANCR2' est ensuite imposé.
2. Pour le deuxième calcul (EVOLNOL2) le câble est de type ACTIF/ACTIF. Le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ sans recul d'ancrage.
3. Pour le troisième calcul (EVOLNOL3) le câble est de type ACTIF/ACTIF. Le câble est mis en précontrainte avec CALC_PRECONT et une tension de $10^6 N$ avec un recul d'ancrage de $5 \times 10^{-4} m$.

9.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 20 éléments de type QUAD4 et 20 éléments de type SEG3.

9.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs de référence sont analytiques et présentées au §2.2.2.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
EVOLNOLI Maille M59 - point 1 - N	'ANALYTIQUE'	960448.709086365	1%
EVOLNOLI Maille M50 - point 1 - N	'ANALYTIQUE'	857741.905702382	1%
EVOLNOL2 Maille M59 - point 1 - N	'ANALYTIQUE'	960448.709086365	1%
EVOLNOL2 Maille M50 - point 1 - N	'ANALYTIQUE'	906761.8988894981	1%
EVOLNOL3 Maille M59 - point 1 - N	'ANALYTIQUE'	918367.3641803192	1%
EVOLNOL3 Maille M50 - point 1 - N	'ANALYTIQUE'	906761.8988894981	1%

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

La poutre en béton est modélisée par des éléments 3D. Le câble est modélisé en BARRE dans un premier calcul et en CABLE_GAINE dans le second.

10.2 Caractéristiques du maillage

Le premier maillage contient 20 éléments de type HEXA8 et 20 éléments de type SEG2.
Le second maillage contient 20 éléments de type HEXA8 et 10 éléments de type SEG3.

10.3 Grandeurs testées et résultats

C'est le premier calcul réalisé avec les éléments BARRE qui sert de référence pour le calcul réalisé avec les éléments CABLE_GAINE. On compare les contraintes aux nœuds (SIEF_NOEU) au nœud milieu (N10) et au nœud situé à l'extrémité non encastree de la poutre (N20) et les forces internes en DX et DZ au nœud extrémité (N20).

Nœud	Champ / Composante	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
N20	SIEF_NOEU / N	'AUTRE_ASTER'	5373.5429318889	1%
N10	SIEF_NOEU / N	'AUTRE_ASTER'	4145.3863764751	1%
N20	FORC_NODA / DX	'AUTRE_ASTER'	5373.5008825388	1%
N20	FORC_NODA / DZ	'AUTRE_ASTER'	21.258085693706	1%

11 Synthèse des résultats

Les résultats montrent que sous les mêmes hypothèses, la modélisation `CABLE_GAINE` donne les mêmes résultats que la modélisation `BARRE`, que cela soit dans le cas adhérent avec un frottement courbe ou dans le cas frottant. Dans ce dernier cas, on constate que la procédure de mise en tension mise en place donne les mêmes profils que ceux calculés par les formules du BPEL, y compris avec prise en compte d'un recul d'ancrage. On trouve également les mêmes résultats entre les deux modélisations avec la cinématique `PETIT_REAC`.

De plus, la modélisation `CABLE_GAINE` en version `GLISSANT` est validée par un test analytique sur la tension et les réactions dans le béton et le câble.

La nouvelle procédure de mise en tension est opérationnelle avec du béton modélisé en 3D ou en coque (modélisation `DKT` ou `Q4GG`).