

## Notice d'utilisation de la sous-structuration statique

---

### Résumé

Ce document est une introduction à l'utilisation de la sous-structuration statique.

En s'appuyant sur un exemple détaillé, le cas test SSLP100B :

- on lira les paragraphes 1, 2, 3, 4 ;
- on se reportera à la description des commandes spécifiques :  
MACR\_ELEM\_STAT [U4.44.01]  
DEFI\_MALLAGE [U4.12.04] et,  
DEPL\_INTERNE [U4.65.01],
- on reviendra aux commentaires détaillés du fichier de commandes [§6].

## 1 Généralités

La sous-structuration statique implantée dans *Aster* est utilisable en **mécanique linéaire** et en **mécanique non linéaire sur des parties linéaires d'un modèle**. Elle peut se faire a priori à **plusieurs niveaux** : une sous-structure peut contenir d'autres sous-structures de niveau inférieur. Tous les types d'éléments du phénomène "MECANIQUE" sont acceptés ainsi que tous les chargements supportés par ces éléments.

La sous-structuration est implantée actuellement dans le cadre des commandes ordinaires [U4.4-] et [U4.5-]. Elle n'est cependant pas implantée dans le cadre des commandes globales : MECA\_STATIQUE, CALC\_CHAMP, POST\_ELEM, ...

Une exception existe : les commandes STAT\_NON\_LINE et DYNA\_NON\_LINE acceptent des macro-éléments statiques (voir [§2]).

La sous-structuration statique consiste à "condenser" statiquement le problème à traiter : on élimine un certain nombre d'inconnues (internes). Il reste alors les inconnues dites "externes" en moins grand nombre.

C'est une méthode qui réduit la taille du problème. On peut donc en attendre des gains en temps CPU et en occupation des disques. Cette condensation statique s'applique naturellement à la matrice de rigidité et de masse et aux seconds membres représentant les divers chargements. Dans ce cas, la méthode de condensation peut être interprétée algébriquement comme une résolution du système linéaire par la méthode "d'élimination". La solution d'un problème de statique linéaire n'est donc pas modifiée par la sous-structuration. En revanche, il est possible de condenser statiquement la matrice de masse (condensation de Guyan) mais dans ce cas la recherche des modes propres de la structure condensée **est altérée** par la méthode de sous-structuration (voir par exemple IMBERT [bib1]). Il existe d'autres méthodes de sous-structuration pour les problèmes de dynamique dans *Aster* [U4.55].

Les principes théoriques de la sous-structuration statique sont bien expliqués dans le livre de IMBERT [bib1] et les manuels PERMAS [bib2].

L'utilisation de la sous-structuration statique en non linéaire est abordé dans un premier chapitre distinct.

Dans la suite de ce document, on supposera connus ces principes théoriques et on ne s'intéressera qu'aux aspects "utilisateur". Pour cela, on se servira beaucoup d'un exemple : le cas test SSLP100 du manuel de validation *Aster*. Nous avons essayé, à travers ce cas test, d'illustrer un grand nombre de possibilités du logiciel, en compliquant volontairement le test :

- sous-structuration à plusieurs niveaux (2),
- utilisation d'un macro-élément pour engendrer par rotations successives plusieurs sous-structures,
- conditions aux limites et chargements à plusieurs niveaux,
- mélange de sous-structures et d'éléments finis ordinaires,
- chargement "suiveur" ou non.

Le fichier de commandes de ce cas test dont on a numéroté les lignes est donné en annexe de ce document. Lorsque l'on voudra faire référence à la ligne n de ce fichier, on écrira {ligne n}.

## 2 Utilisation de macro-éléments dans STAT\_NON\_LINE (ou DYNA\_NON\_LINE)

On peut faire un calcul non linéaire avec STAT\_NON\_LINE [U4.51.03] sur un modèle contenant des macro-éléments. L'intérêt de ce type de calcul est un éventuel gain de performances (mémoire et/ou CPU).

Pour que le calcul avec macro-éléments soit plus économique, il faut que le modèle possède de larges zones élastiques linéaires (éventuellement répétitives). Il faut aussi que ces zones élastiques (que l'on condensera en macro-éléments) aient une frontière aussi petite que possible. Une situation favorable sera par exemple le cas d'une structure entièrement élastique avec une petite zone de plasticité confinée [Figure 2-a].

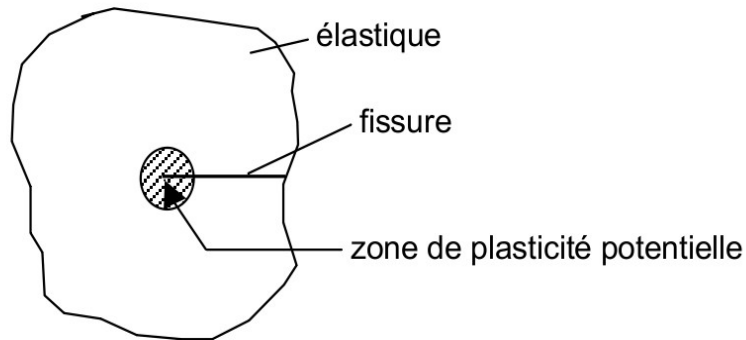


Figure 2-a

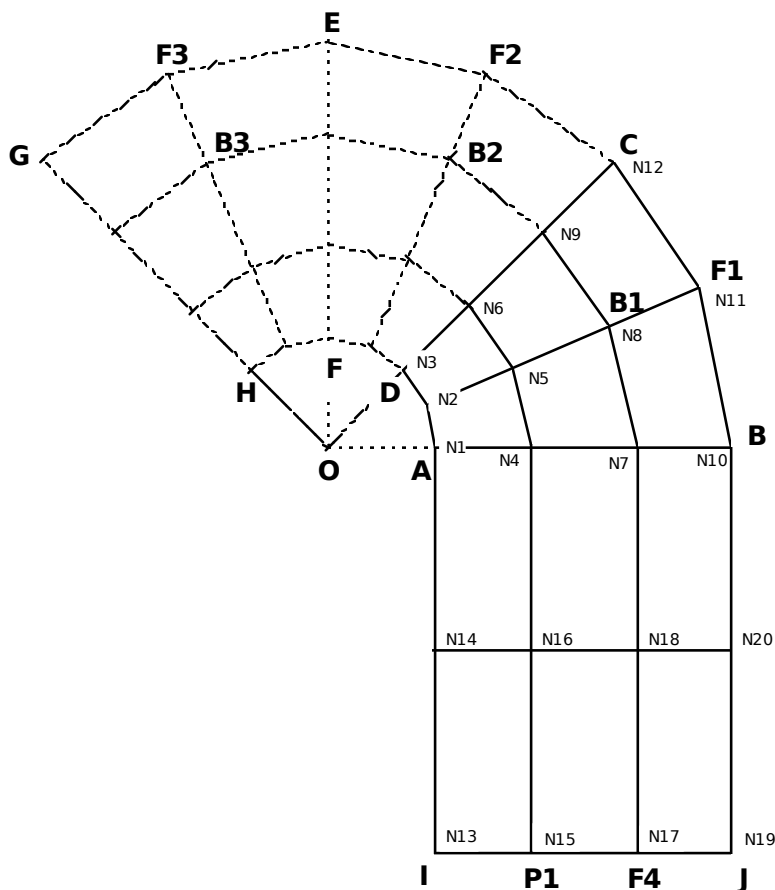
On condensera alors toute la partie élastique sur les seuls nœuds de l'interface avec la zone de plasticité potentielle.

L'utilisation de macro-éléments dans STAT\_NON\_LINE (voir cas tests SSLP100C et D) est conditionné par les exigences suivantes :

- 1) chaque macro-élément doit être élastique linéaire, sa température ne doit pas varier au cours du temps,
- 2) il ne peut y avoir de contact avec des macro-éléments,
- 3) les chargements affectés aux macro-éléments sont "constants" (pas multipliés par "FONC\_MULT"),
- 4) les macro-éléments ne doivent pas subir de grandes rotations,
- 5) la "recherche linéaire" n'est pas possible.

Une fois le calcul fait avec STAT\_NON\_LINE, les post-traitements habituels (CALC\_CHAMP, POST\_ELEM) n'auront d'effet que sur les éléments finis ordinaires du modèle (les macro-éléments sont ignorés). Si l'on veut examiner par exemple l'état de contrainte à l'intérieur d'un macro-élément, il faut utiliser les commandes de base : CREA\_CHAMP/EXTR, DEPL\_INTERNE, ... (voir [§4.3] et [§4.4]).

## 3 Présentation du cas test SSLP100B servant d'exemple



Il s'agit d'une structure plane soumise aux conditions aux limites suivantes :

- sur le côté  $[GH]$  :  $u+v=0$  (appui glissant)
- nœuds  $B1$ ,  $B2$ ,  $B3$  :  $u=v=0$
- nœud  $J$  :  $u=2.0$
- cas de charge 1 : chf1 : pression répartie sur  $ADFH$   $p=10.0$
- cas de charge 2 : chf2 : forces ponctuelles sur les nœuds  $F1$ ,  $F2$ ,  $F3$ ,  $F4$  et  $P1$  :  $F_y=-20.0$

## 4 Traitement du cas test par la méthode de sous-structuration

- le maillage initial ne contient que les mailles (et les noeuds) du polygone *IJB CDA* ,
- on définit un macro-élément (*S\_1*) correspondant au polygone *ABCD* ,
- le macro-élément (*S\_1*) est répété 2 fois par rotation autour de *O* ,
- on obtient alors le macro-élément (*S\_123*) correspondant au polygone *ABCEGHFD* ,
- le modèle final (sur lequel on fait la résolution) est obtenu en ajoutant au macro-élément (*S\_123*) les éléments finis du quadrilatère *IJBA* .

## 5 Organisation générale des calculs et définitions

### 5.1 Construction du modèle global

Le principe de l'implantation de la sous-structuration statique dans *Code\_Aster* est celui d'une démarche ascendante :

un **modèle** ayant été défini, on le condense (opérateur *MACR\_ELEM\_STAT*) sur certains de ses noeuds. On obtient alors un **macro-élément** qui, fonctionnellement ressemble beaucoup à un nouvel élément fini "plus gros". Ce macro-élément peut alors être intégré dans un **modèle** de niveau supérieur (opérateurs *DEFI\_MALLAGE* et *AFFE\_MODELE*). Ce nouveau modèle peut alors être condensé à son tour et ainsi de suite sans limitation a priori du nombre de niveaux.

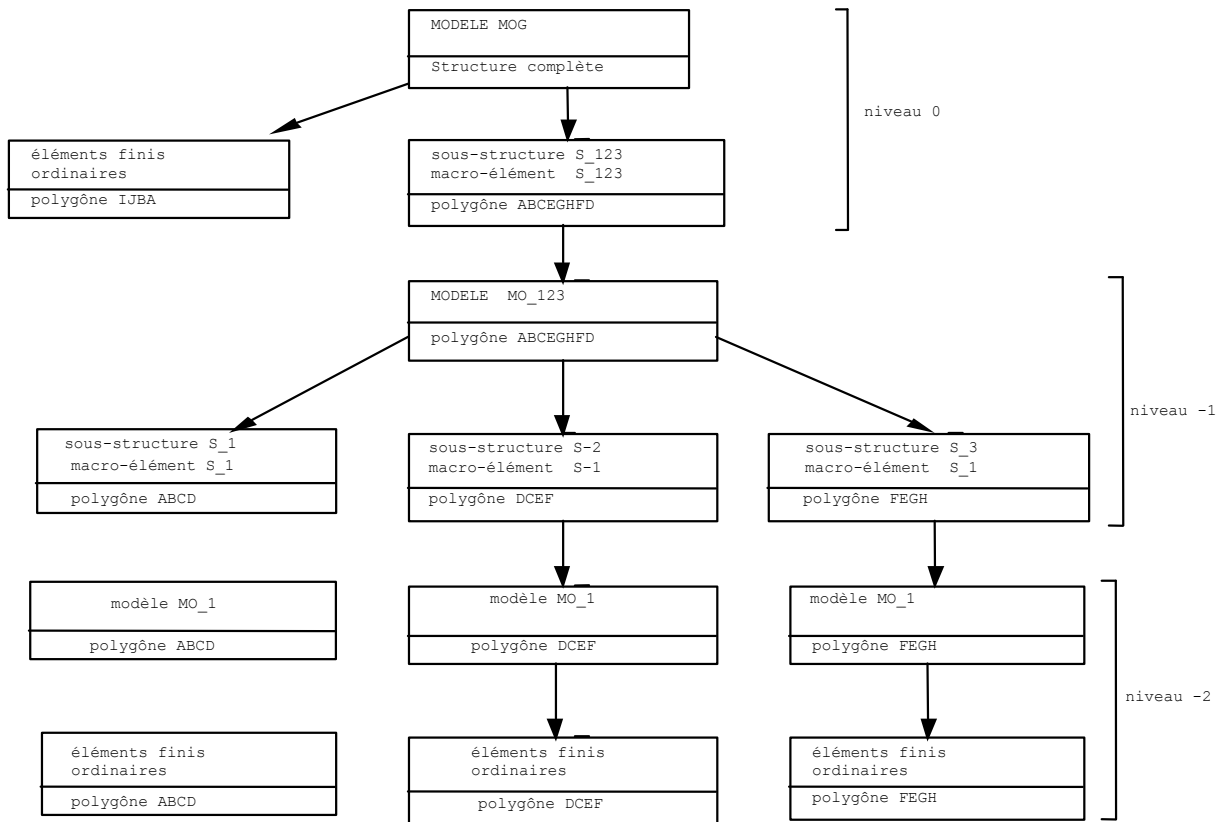
**Définition :**

- les noeuds sur lesquels est condensé un macro-élément sont dits "**externes**" (les autres sont "**internes**"),
- **niveau** : c'est une notion utile à la compréhension du texte de commandes ; tout niveau décrit les relations de structuration entre les différents modèles et les différents macro-éléments. Pour nous, c'est un entier. L'opération de condensation augmente le niveau de  $+1$  : un modèle de niveau  $n$  donne par condensation un macro-élément de niveau  $n+1$  qui sera intégré à un modèle de niveau  $n+1$  ,
- l'opérateur *MACR\_ELEM\_STAT* est le seul opérateur permettant de créer un macro-élément en sous-structuration statique,
- l'opérateur *DEFI\_MALLAGE* est le seul opérateur utilisant les macro-éléments en sous-structuration statique.

**Pour notre exemple :**

- *MO\_1* {ligne 22} est le modèle de plus bas niveau (-2),
- *S\_1* {lignes 45, 59} est le macro-élément de niveau intermédiaire (-1),
- *MA\_123* et *MO\_123* {lignes 68, 87} représentent le maillage et le modèle de niveau intermédiaire (-1),
- *S\_123* {ligne 104} est le macro-élément de plus haut niveau (0),
- *MAG0*, *MAG* et *MOG* {lignes 120, 125, 129} représentent des maillages et un modèle de plus haut niveau (0) : la distinction entre les maillages *MAG0* et *MAG* sera expliquée aux [§6.6] et [§6.7].

La structuration du modèle de plus haut niveau *MOG* peut se présenter graphiquement par une **arborescence**, la distinction entre macro-élément et sous-structure étant expliquée au paragraphe suivant.



## 5.2 macro-élément et sous-structure

On appelle **macro-élément** le résultat de l'opérateur `MACR_ELEM_STAT` : c'est un modèle condensé sur ses nœuds externes.

On appelle **sous-structure** une **occurrence** d'un macro-élément dans un modèle de même niveau. Une sous-structure est un macro-élément mis en position dans l'espace physique. La position d'une sous-structure est donnée par les coordonnées des nœuds de la super-maille qui lui est associée.

Un même macro-élément peut donner naissance à plusieurs sous-structures en définissant plusieurs positions : dans notre exemple, le macro-élément `S_1` engendre 3 sous-structures `S_1`, `S_2` et `S_3` par des rotations appropriées.

Une sous-structure est en quelque sorte un nouvel "élément fini". Le macro-élément est le "type" de cet élément : on affecte un macro-élément sur une super-maille pour former une sous-structure.

On appelle **super-maille**, le support géométrique d'une sous-structure. C'est un objet **nommé** inclus dans un **maillage**. Une super-maille, comme une maille ordinaire, n'est qu'une liste ordonnée de noms de nœuds.

Comme un élément fini ordinaire, une sous-structure possède :

- une matrice "élémentaire" de rigidité (et/ou de masse, d'amortissement, ...),
- des vecteurs "élémentaires" de chargement,
- une maille support (on parlera de super-maille),
- des nœuds portant des degrés de liberté.

A la différence d'un élément fini ordinaire, une sous-structure a plusieurs limitations :

- la maille support n'est pas un type simple : TRIA3, ..., HEXA20 : certains post-traitements ne sont donc pas possibles,
- elle n'a pas de type\_élément, pas de fonctions de forme, ...
- les seules options de calcul disponibles sont RIGI\_MECA, MASS\_MECA et CHAR\_MECA,
- les noeuds peuvent être des noeuds de LAGRANGE provenant de la dualisation des conditions cinématiques internes.

## Identification des sous-structures et des macro-éléments :

Les macro-éléments sont des concepts nommés par l'utilisateur.

Les sous-structures (comme les éléments finis ordinaires) sont identifiées par le nom des super-maillles qui les supportent.

### Dans notre exemple :

- S\_1 et S\_123 sont les deux macro-éléments définis par l'utilisateur {lignes 45 et 104},
- S\_1, S\_2, S\_3, S\_123 sont les noms des super-maillles (et donc des sous-structures) que l'utilisateur donne lors de la construction des maillages MA\_123 et MAG0.

### Remarque :

*Il n'y a pas de confusion possible (par le programme) entre une sous-structure et un macro-élément de même nom (ici S\_1 et S\_123 bien que cela ne facilite pas la lecture du fichier de commandes !).*

## 5.3 Redescende dans les sous-structures

La démarche **ascendante**, que nous venons de détailler, permet de construire le modèle global, ou final, (mog) sur lequel on effectue la résolution :

|                                                                                                                                                   |   |                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• CALC_MATR_ELEM</li><li>• CALC_VECT_ELEM</li><li>• ASSE_MATRICE</li><li>• ...</li><li>• RESOUDRE</li></ul> | } | {lignes 151-184} |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|------------------|

Cette résolution a pour résultat le champ de déplacements des noeuds du modèle global. Ces noeuds sont :

- les noeuds des éléments finis ordinaires du modèle (ici le quadrilatère IJBA),
- les noeuds **externes** des sous-structures du modèle : (ici une seule sous-structure : S\_123).

Pour retrouver le champ de déplacements sur les noeuds internes des sous-structures, il faut alors "**redescendre**" l'arborescence des sous-structures grâce à l'opérateur DEPL\_INTERNE.

Cet opérateur calcule le champ de déplacements sur **tous** les noeuds de la sous-structure à partir de la donnée du champ de déplacements sur ses noeuds externes.

Pour notre exemple et pour le cas de charge 1 :

|           |             |                                          |       |
|-----------|-------------|------------------------------------------|-------|
| • U1S_123 | {ligne 193} | est le déplacement sur la sous-structure | S_123 |
| • U1S_1   | {ligne 197} | est le déplacement sur la sous-structure | S_1   |
| • U1S_2   | {ligne 199} | est le déplacement sur la sous-structure | S_2   |
| • U1S_3   | {ligne 201} | est le déplacement sur la sous-structure | S_3   |

## 5.4 Post-traitements

Les post-traitements habituels : calcul des déformations, des contraintes, ... ne peuvent être faits que par les éléments finis ordinaires qui seuls connaissent la notion de fonction d'interpolation.

On ne pourra donc calculer les contraintes en un point donné de la structure qu'avec le modèle contenant l'élément fini ordinaire contenant ce point. Avant cela, il aura fallu calculer le champ de déplacements sur ce modèle :

**Exemple :**

- pour calculer les contraintes sur le quadrilatère IJBA on utilisera le modèle : MOG et les déplacements : U1
- pour calculer les contraintes sur le polygone DCEF on utilisera le modèle : MO\_1 et les déplacements : U1S\_2

**Remarque :**

*Il faut utiliser CALC\_CHAMP mais pour cela, on est obligé de créer une SD evol\_elas par la commande CREA\_RESU.*

## 6 Quelques commentaires sur le fichier de commande

Les quelques commentaires qui suivent ont pour but d'illustrer les commandes qui interviennent en sous-structuration statique. La compréhension de ces commentaires suppose évidemment la lecture préalable des notices d'utilisation des commandes concernées :

- Commandes spécifiques à la sous-structuration statique :
  - MACR\_ELEM\_STAT [U4.44.01]
  - DEFI\_MALLAGE [U4.12.04]
  - DEPL\_INTERNE [U4.65.01]
- Commandes modifiées pour la sous-structuration statique :
  - AFFE\_MODELE [U4.22.01]
  - CAL\_VECT\_ELEM [U4.41.02]
- Commandes utiles à la sous-structuration statique :
  - ASSE\_MALLAGE [U4.12.02]
  - DEFI\_GROUP [U4.12.03]

### 6.1 Opérateur AFFE\_MODELE {ligne 22}

Puisqu'on veut construire un macro-élément à partir du polygone ABCD et que le maillage ma contient tous les éléments de IJBCDA, on ne peut employer l'affectation : TOUT : 'OUI'.

Il faut affecter seulement le groupe de maille ABCD (grsd2) et ne pas oublier d'affecter les éléments du bord AD (grma14) à cause du chargement de pression.

### 6.2 Opérateur MACR\_ELEM\_STAT {lignes 45-59}

- L'exemple illustre le fait que l'on puisse définir le macro-élément en plusieurs étapes successives (utilisation de l'opérateur MACR\_ELEM\_STAT 3 fois : {lignes 45, 50 et 56} avec le symbole d'enrichissement &).

Au premier appel, on définit véritablement le macro-élément :

- son "volume" : le modèle mo\_1
- ses nœuds externes {ligne 48}
- le champ de matériau et les conditions cinématiques qui lui sont appliquées {ligne 47}.



Lors des 2 appels suivants {ligne 50 et 56}, on enrichit la structure de données du macro-élément :

- calcul de la matrice de rigidité condensée {ligne 52}
- calcul de deux "cas de charge" {lignes 53 et 58}.

Cette possibilité d'enrichir le macro-élément permet de "réparer un oubli" sans repartir à zéro :

- ajout d'un nouveau cas de charge,
  - calcul de la masse condensée pour une méthode de Guyan.
- Définition du cas de charge 1 : CHF1 {ligne 53}  
Ce cas de charge est suiveur (SUIV = 'OUI') car la pression est un chargement qui agit toujours suivant la normale au bord.  
Le fait d'avoir précisé comme charge CHBL\_1, ne sert à rien ici car les conditions cinématiques sont nulles DX = 0.0 DY = 0.0 {ligne 29}.

## 6.3 Opérateur DEFI\_MALLAGE {lignes 68, 84}

- {ligne 70} : on définit une sous-structure (et la super-maille support) en lui donnant le même nom que le macro-élément qu'on lui affecte. Ce n'est pas interdit.
- {ligne 74}  
Tous les nœuds géométriquement confondus sont "unifiés" :
  - le côté CD de S\_1 se confond avec le côté AB de S\_2,
  - le côté CD de S\_2 se confond avec le côté AB de S\_3.
- {ligne 76}
  - le nœud C, qui a pour nom N12 dans le maillage initial MA, aura pour nom NN112 dans le maillage MA\_123,
  - le nœud E, qui est l'image de C du maillage MA dans la sous-structure S\_2 aura pour nom NN212.  
Ce nœud E peut aussi être considéré comme l'image du nœud B dans la sous-structure S\_3 il aurait donc pu avoir le nom NN310 mais la convention de recollement des super-maillages [U4.12.04] choisit la première dénomination.
- {ligne 77}  
Le nœud A (N1), qui avait été nommé NN11 à la ligne 76, est renommé en N1. Il en est de même pour les nœuds N4, N7 et N10.  
Ce renommage est nécessaire en vue de l'assemblage des maillages que l'on fera {ligne 125} car cet assemblage se fait par mise en commun des nœuds de même nom.
- {ligne 82}  
On définit le groupe de nœuds GH qui servira {ligne 107} pour la définition de l'extérieur du macro-élément S\_123.

## 6.4 Opérateurs AFFE\_MODELE et AFFE\_CHAR\_MECA {lignes 86, 89}

- {ligne 87}  
Toutes les super-maillages MA\_123 sont "activées" : on leur affecte le macro-élément S\_1.
- {ligne 91}  
Le nœud NN33 qui est le nœud N3 de la sous-structure S\_3 est soumis à une condition d'appui glissant.

## 6.5 Opérateur MACR\_ELEM\_STAT {lignes 104, 111}

- {ligne 109}  
La charge cinématique CHBL\_123 qui correspond à l'appui glissant sur GH est introduite dans le macro-élément S\_123. Il est conseillé dans la notice [U4.44.01] d'introduire cette condition au niveau le plus élevé : on aurait pu le faire au niveau global car GH fait partie de l'extérieur de S\_123.

- {ligne 109}  
Pour le macro-élément `S_123`, on donne le même nom de cas de charge `CHF1` que pour le macro-élément `S_1` car la convention de définition d'un cas de charge conduit à ajouter :
  - les chargements définis par le mot clé `CHARGE` (ici : `chb1_123` qui ne sert à rien car les déplacements imposés sont nuls),
  - les cas de charge éventuellement présents sur les sous-structures incluses dans le modèle : ici `chf1` qui est présent dans `S_1`, `S_2`, `S_3`.

## 6.6 Opérateur `DEFI_MALLAGE` {ligne 120}

- {ligne 123} les nœuds de `MAG0` auront le même nom que les nœuds des macro-éléments servant à sa définition (`S_123`).  
Les nœuds de `MAG0` seront donc :
  - côté `AB` : `N1`, `N4`, `N7`, `N10`
  - côté `GH` : `NN33`, `NN36`, `NN39`, `NN312`

Le maillage `MAG0` ne contient qu'une super-maille et pas de maille ordinaire.

## 6.7 Opérateur `ASSE_MALLAGE` {ligne 125}

Le maillage final (ou global) contient :

- toutes les mailles `QUAD4` du maillage initial `MA`,
- la super-maille `S_123` du maillage `MAG0`

La super-maille est connectée aux mailles `QUAD4` grâce à l'identité des noms des nœuds `N1`, `N2`, `N7`, `N10` dans les maillages `MA` et `MAG0`

## 6.8 Calcul au niveau global {lignes 129-184}

- {ligne 130} dans le maillage global, qui contient toutes les mailles de `ma`, on n'affecte que celles du quadrilatère `IJBA`.
- {ligne 131} on affecte la sous-structure `S_123` ; le modèle contient donc : une sous-structure (`S_123`) et des éléments finis ordinaires (`IJBA`).
- {ligne 165} il ne faut pas oublier d'indiquer le cas de charge `CHF1` qui a été défini à la ligne 32 et qui transite par les deux macro-éléments `S_1` et `S_123` via le nom `CHF1`.

## 6.9 Opérateur `DEPL_INTERNE`

- {ligne 193} `U1S_123` est le champ de déplacements sur les nœuds du modèle `MO_123` (c'est-à-dire les nœuds de `AB`, `CD`, `EF`, `GH`). Ce champ de déplacements correspond au cas de charge `CHF1`.
- {ligne 199} `U1S_2` est le champ de déplacements sur les nœuds du modèle `MO_1` (c'est-à-dire les nœuds de `ABCD`). Il faut remarquer que l'on a demandé le champ de déplacement sur la maille `S_2`, mais il n'existe pas de maillage "éléments finis" de cette partie de la structure.  
C'est pourquoi, le champ de déplacement est restitué dans le repère "local" du macro-élément `S_1` (rotation de  $-45^\circ$ ). Ce repère est le seul qui permette le calcul des contraintes grâce au modèle `MO_1`.

## 7 Bibliographie

- 1) J.F. IMBERT : "Analyse des structures par éléments finis". Editions CEPADUES (1979)
- 2) E. SCHREM : "Handbook for linear analysis". INTES Publication UM 404 REVC. STUTTGART (1989)