

## HSNS102 - Plaque en béton armé avec chargement thermique

---

### Résumé :

Ce test a pour but principal de vérifier la modélisation des éléments béton armé sous chargement thermique selon trois techniques :

- Modélisation A : Modèle coque : DKT + GRILLE\_EXCENTREE
- Modélisation B : Modèle solide : Volumique + GRILLE\_MEMBRANE
- Modélisation C : Modèle solide : Volumique + MEMBRANE

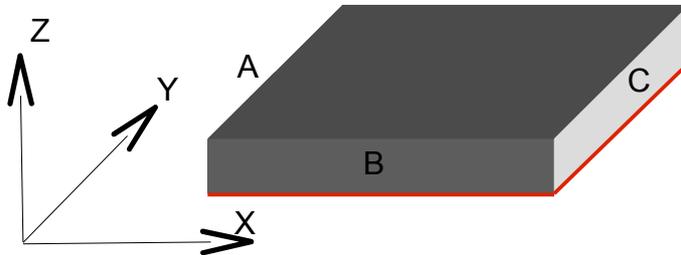
L'objectif est de vérifier la réponse mécanique par comparaison avec une solution de référence obtenue analytiquement.

De plus, il teste, dans la modélisation B, la fonctionnalité `MATRICE=ELASTIQUE` de `STAT_NON_LINE` pour les éléments `GRILLE_MEMBRANE`, ainsi que les options `EPVC_ELGA`, `EPME_ELGA` et `EPSP_ELGA`.

Dans la modélisation C, on teste également le calcul des options `EFGE_ELGA` et `EFGE_ELNO` sur les éléments de `MEMBRANE` (en linéaire et en non-linéaire).

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Plaque carrée :

Longueur :  $l=1.0\text{ m}$

Épaisseur :  $ep=0.2\text{ m}$

Armatures :

Section :  $S_a=0.01\text{ m}^2$

Excentrement :  $e=-0.01\text{ m}$

### 1.2 Propriétés des matériaux

**Béton :**

Module de Young,  $E=3\ 10^{10}\text{ Pa}$

Coefficient de Poisson,  $\nu=0.0$

Coefficient de dilatation thermique,  $\alpha=10^{-5}\text{ K}^{-1}$

**Acier :**

Module de Young,  $E=2\ 10^{11}\text{ Pa}$

Coefficient de Poisson,  $\nu=0.0$

Coefficient de dilatation thermique,  $\alpha=10^{-5}\text{ K}^{-1}$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le coté  $A$  on bloque les déplacements selon  $X$  et  $Z$  et la rotation autour de  $Y$  :

$$U_x=0.0; U_z=0.0; R_y=0.0$$

Sur le bord  $B$  on bloque le déplacement selon  $Y$  :

$$U_y=0.0$$

La température initiale est  $20\text{ }^\circ\text{C}$  pour l'acier et le béton.

On augmente la température de l'acier pour atteindre  $120\text{ }^\circ\text{C}$ .

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul

Les déformations totales dans l'acier et dans le béton sont :

$$\epsilon_a^t = \epsilon_a^m + \epsilon_a^{th} \quad \text{et} \quad \epsilon_b^t = \epsilon_b^m \quad \text{avec} \quad \epsilon_a^{th} = \alpha \Delta T$$

Soient  $\epsilon$  la déformation du plan moyen de la plaque et  $\chi$  la courbure de la plaque, les deux inconnues à trouver. En respectant la cinématique (les sections restent planes), l'acier étant parfaitement lié au béton, on a :

$$\epsilon_a^t = \epsilon - e \chi \quad \text{et} \quad \epsilon_b^t = \epsilon - y \chi$$

L'effort normal imposé sur la plaque est nul :

$$N = N_a + N_b = E_a S_a \epsilon_a^m + E_b \int \epsilon_b^m = E_a S_a (\epsilon - e \chi - \epsilon_a^{th}) + E_b S_b \epsilon = 0$$

De même, le moment fléchissant imposé sur la plaque est nul :

$$M = M_a + M_b = e E_a S_a \epsilon_a^m + E_b \int y \epsilon_b^m = E_a S_a (e \epsilon - e^2 \chi - e \epsilon_a^{th}) + E_b I_b \chi = 0$$

On obtient ainsi deux équations pour déterminer les deux inconnues :

$$\begin{aligned} (E_a S_a + E_b S_b) \epsilon - E_a S_a e \chi &= E_a S_a \epsilon_a^{th} \\ E_a S_a e \epsilon + (E_b I_b - E_a S_a e^2) \chi &= E_a S_a e \epsilon_a^{th} \end{aligned}$$

On obtient :

$$\epsilon = \frac{\alpha \Delta T}{A} \quad \text{et} \quad \chi = \frac{-\alpha \Delta T}{B}$$

avec :

$$A = 1 + \frac{E_b S_b}{E_a S_a} + \frac{S_b e^2}{I_b} \quad \text{et} \quad B = e + \left( \frac{1}{E_a S_a} + \frac{1}{E_b S_b} \right) + \frac{E_b I_b}{e}$$

A partir de ces valeurs on peut calculer :

- l'allongement de la plaque :  $\Delta L = \epsilon L$
- la rotation de la plaque :  $R_y = \chi L$
- la flèche au bout de la plaque :  $f = -\chi \frac{L^2}{2}$  ou au milieu de la plaque  $f = -\chi \frac{L^2}{8}$
- la contrainte normale dans l'acier :  $\sigma_a = E_a (\epsilon - e \chi - \epsilon_a^{th})$
- l'effort normal dans le béton :  $N_b = E_b S_b \epsilon$

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

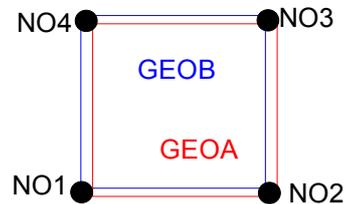
On calcule l'allongement et la flèche de la plaque (déplacement  $U_x$  et  $U_z$  d'un nœud du bord  $C$  de la plaque), la rotation ( $R_y$  constante sur la longueur), l'effort normal dans les armatures, l'effort normal dans le béton  $N_b$ .

### 2.3 Incertitudes sur la solution

Solution exacte.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



**Modélisation :**

1 élément DKT (GEOB) superposé à 1 élément GRILLE\_EXCENTRE (GEOA) appuyé sur les mêmes nœuds.

**Conditions aux limites :**

Nœuds NO1 et NO4 :  $DX=0.$ ,  $DZ=0.$ ,  $DRY=0.$

Nœuds NO1 et NO2 :  $DY=0$

**Chargement thermique :**

Le béton reste à  $20^{\circ}C$ .

L'acier passe de  $20^{\circ}C$  à  $120^{\circ}C$  entre les instants 0 et 1,

La température de référence est dans les deux cas de  $20^{\circ}C$ .

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 4

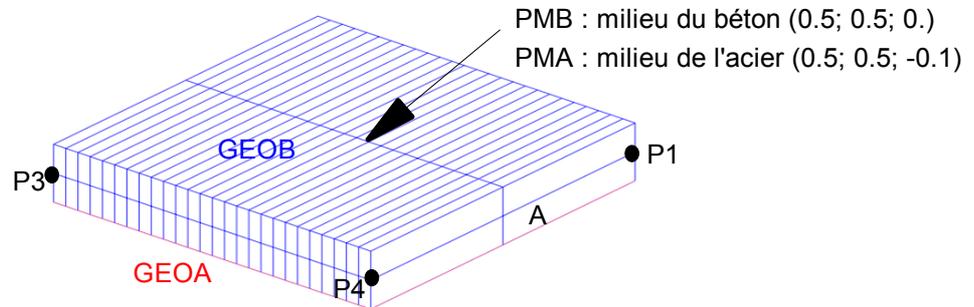
Mailles : 1 QUAD4 pour le béton et 1 QUAD4 pour l'acier

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de Référence	Valeur de référence	Tolérance
Déplacement DX en NO2	'ANALYTIQUE'	1.4285714E-04	0.0001%
Déplacement DZ en NO2	'ANALYTIQUE'	2.1428571E-03	0.0001%
Rotation RY en NO2	'ANALYTIQUE'	-4.2857143E-03	0.0001%
Contrainte SIXX dans la maille acier AMA1	'ANALYTIQUE'	-8.571429E+07	0.0001%
Effort NXX dans la maille béton MA1	'ANALYTIQUE'	8.571429E+05	0.0001%

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation



#### Modélisation :

Éléments 3D linéaires (GEOB) et éléments `GRILLE_MEMBRANE` (GEOA) appuyés sur les nœuds de la face inférieure.

#### Conditions aux limites :

Face *A* : bloquée par  $DX = 0$   
Ligne *P1*–*P4* : bloquée par  $DZ = 0$   
Point *P1* : bloqué par  $DY = 0$

#### Chargement thermique :

Le béton reste à  $20^{\circ}C$ .  
L'acier passe de  $20^{\circ}C$  à  $120^{\circ}C$  entre les instants 0 et 1,  
La température de référence est dans les deux cas de  $20^{\circ}C$ .

#### Remarque :

Par rapport aux autres modélisations, un calcul non-linéaire avec le comportement `GRILLE_ISOT_LINE` est ajouté pour valider l'option `EPSP_ELGA`.  
Les paramètres du matériau `ECRO_LINE` utilisés sont les suivants:  $D\_SIGM\_EPSI = 0.5E11$ ,  
 $SY = 1E7$ .

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 243  
Mailles : 104 `CUB8` pour le béton et 52 `QUAD4` pour l'acier

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Déplacement $DX$ au point PMB	'ANALYTIQUE'	7.19892100E-05	1.00%
Déplacement $DZ$ au point PMB	'ANALYTIQUE'	5.35714274E-04	1.05%
Contrainte $S_{IXX}$ dans l'acier au point PMA	'ANALYTIQUE'	-8.571429E+07	1.00%
Contrainte $S_{IXX}$ dans le béton au point PMB	'ANALYTIQUE'	4.52857145E+06	1.00%

#### Remarque :

Les valeurs de déplacements et de contraintes sont évaluées au centre de la plaque car en modélisation 3D il y a des effets de bord libre au bout, non considérés par la solution analytique.

Validation de `EPVC_ELGA`, `EPME_ELGA` et `EPSP_ELGA` sur le calcul élastique :

Instant	Maille/Point	Champ/Composante	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
1.0	M107/1	EPVC/EP_THER_L	'ANALYTIQUE'	1.0E-03	0.1
1.0	M107/1	EPME/EXX	'NON REGRESSION'	-	-
1.0	M107/1	EPSP/EXX	'ANALYTIQUE'	0.	-

Complément de validation de EPME\_ELGA et EPSP\_ELGA sur un calcul anélastique :

Instant	Maille/Point	Champ/Composante	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
1.0	M107	EPME/EPXX	'NON REGRESSION'	-	-
1.0	M107	EPSP/EPXX	'NON REGRESSION'	-	-

## 5 Modélisation C

---

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

**Modélisation :**

Éléments 3D linéaires (GEOB) et éléments MEMBRANE (GEOA) appuyés sur les nœuds de la face inférieure.

**Conditions aux limites et chargement thermique :**

Identiques à la modélisation B.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Maillage identique à la modélisation B.

### 5.3 Valeurs testées et résultats

Valeurs identiques à la modélisation B.

**Remarque :**

*La validation des options EFGE\_ELGA et EFGE\_ELNO est faite par inter comparaison avec les champs SIEF\_ELGA et SIEF\_ELNO : ces champs ont le même contenu.*

## 6 Synthèse des résultats

---

Ce test compare les solutions obtenues avec trois types de modélisation à une solution analytique dans le cas d'une plaque en béton armé soumis à un chargement thermique.

- Modèle coque : DKT + GRILLE\_EXCENTREE
- Modèle solide : Volumique + GRILLE\_MEMBRANE
- Modèle solide : Volumique + MEMBRANE

Le bilan des comparaisons indique un écart négligeable entre les résultats. Un seul élément fini est suffisant pour retrouver la solution analytique dans le cas DKT + GRILLE\_EXCENTREE.

Dans les cas volumiques avec GRILLE\_MEMBRANE ou MEMBRANE, l'erreur est inférieure à 1% pour un maillage suffisamment fin (26 éléments dans la longueur).