

## HSNV101 - Thermo-plasticité et métallurgie découplées en traction simple

---

### Résumé :

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un barreau cylindrique soumis à des évolutions thermiques  $T(t)$  et métallurgiques  $Z(t)$  connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type bainitique).

Les éléments utilisés sont des éléments axisymétriques et la relation de comportement est la plasticité de von Mises avec écrouissage isotrope linéaire (pour la modélisation B, on tient également compte de la plasticité de transformation).

La limite élastique et la pente de la courbe de traction dépendent de la température et de la composition métallurgique.

Le coefficient de dilatation  $\alpha$  dépend de la composition métallurgique.

Les transformations métallurgiques ont lieu à  $\dot{\varepsilon}^p = 0$  (c'est en ce sens que le test **découple** la plasticité de transformation de la plasticité classique).

Les résultats fournis par *Code\_Aster* sont très satisfaisants avec des erreurs inférieures à 2 % .

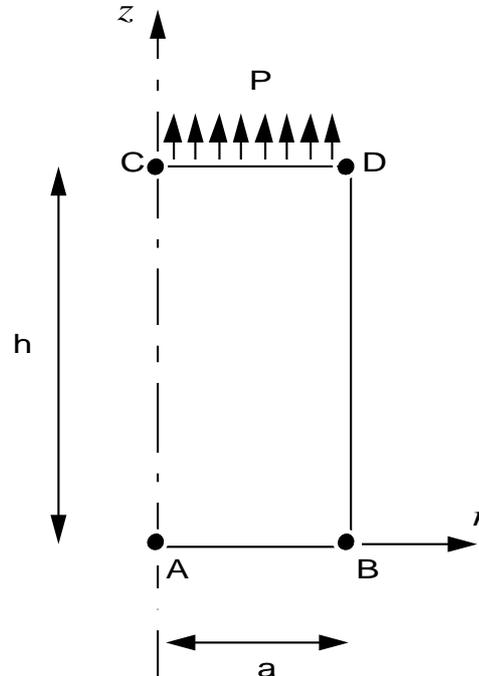
Les modélisations A, B, D utilisent des maillages composé de deux mailles QUAD8, la modélisation C utilise des mailles TRIA6, et la modélisation E valide la métallurgie sur point matériel.

Les modélisations A, C et E utilisent le comportement META\_P\_IL, la modélisation B valide le comportement META\_P\_IL\_PT, et la modélisation D utilise META\_P\_CL.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Rayon :  $a = 0.05 \text{ m}$   
Hauteur :  $h = 0.2 \text{ m}$



### 1.2 Propriétés des matériaux

$E = 200000 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$\sigma_y^{aust} = \sigma_o^{aust} + s^{aust}(T - T^o)$	notons $H(t) = \frac{\alpha(t) \cdot E(t)}{E(t) - \alpha(t)}$
$\nu = 0.3$	$\sigma_o^{aust} = 400 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$H^{aust} = H_o^{aust} + \lambda^{aust}(T - T^o)$
$\alpha_{fbm} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$s^{aust} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$H_o^{aust} = 1250 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
$\alpha_{aust} = 23.5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$\sigma_y^{fbm} = \sigma_o^{fbm} + s^{fbm}(T - T^o)$	$\lambda^{aust} = -5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
$\epsilon_{ref_{fbm}} = 2.52 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_o^{fbm} = 530 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$H^{fbm} = H_o^{fbm} + \lambda^{fbm}(T - T^o)$
$T^{ref} = 900^\circ \text{C}$	$s^{fbm} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$H_o^{fbm} = -50 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
$cp = 2\,000\,000 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$\lambda = 9999.9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$\lambda^{fbm} = -5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
		$k^m = 1 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$

- \*aust = caractéristiques relatives à la phase austénitique
- \*fbm = caractéristiques relatives aux phases ferritique, bainitique et martensitique
- $\alpha_{fbm}$  = coefficient de dilatation thermique des phases ferritique, bainitique et martensitique
- $\alpha_{aust}$  = coefficient de dilatation de la phase austénitique
- $\epsilon_{ref_{fbm}}$  = déformation des phases ferritique, bainitique et martensitique à la température de référence, l'austénite étant considérée comme non déformée à cette température : traduit la différence de compacité entre les structures cristallographiques cubiques à faces centrées (austénite) et cubiques centrées (ferrite).

TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type bainitique, sur toute la structure, de la forme :

$$Z_{fbm} = \begin{cases} 0. & \text{si } t \leq \tau_1 & \tau_1 = 60 \text{ s} \\ \frac{t - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} & \text{si } \tau_1 \leq t < \tau_2 & \tau_2 = 112 \text{ s} \\ 1. & \text{si } t \geq \tau_2 \end{cases}$$

Loi de plasticité de transformation :  $\dot{\epsilon}^{pt} = K^{fbm} F(Z_{fbm}) \dot{Z}_{fbm}$

$$\text{avec } F(Z_{fbm}) = Z_{fbm}(2 - Z_{fbm})$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

$u_z = 0$  sur le côté  $AB$  (condition de symétrie).

traction imposée sur le côté  $CD$

$$p(t) = \begin{cases} p_o t & \text{pour } t \leq \tau_1 & p_o = 6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \\ 360 \cdot 10^6 \text{ Pa} & \text{pour } t \geq \tau_1 & \tau_1 = 60 \text{ s} \end{cases}$$

$T = T^o + \mu t$ ,  $\mu = -5 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{s}^{-1}$  sur toute la structure.

### 1.4 Conditions initiales

$$T^o = 900^\circ\text{C} = T^{ref}$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avant transformation, solution élastique pour  $t < \tau_1$ .

$$\sigma(t) = p_o t \quad \varepsilon_{zz}(t) = \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \alpha_{aust}(T - T^o)$$

La limite élastique est atteinte pour  $\tau_1' = \frac{\sigma_o^{aust}}{p_o - s^{aust} \times \mu} = 47.06 \text{ s}$ .

Avant transformation, solution thermo-élasto-plastique,  $\tau_1' \leq t \leq \tau_1$ ,  $\tau_1 = 60 \text{ s}$ .

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= p_o t & \varepsilon_{zz}(t) &= \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^p(t) \\ \varepsilon_{zz}^e(t) &= \frac{\sigma(t)}{E} & \varepsilon_{zz}^{th}(t) &= Z_{aust} \times \alpha_{aust}(T - T^o) \\ \varepsilon_{zz}^p(t) &= \frac{\sigma(t) - (\sigma_y^{aust} + S^{aust} \mu t)}{H_o^{aust} + \lambda^{aust} \mu t} \end{aligned}$$

Pendant la transformation, solution thermo-élasto-métallurgique,  $\tau_1 < t < \tau_2$ ,  $\tau_2 = 112 \text{ s}$ .

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= 360 \cdot 10^6 \text{ Pa} & \varepsilon_{zz}(t) &= \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^{pt}(t) + \varepsilon_{zz}^p(60) \\ \varepsilon_{zz}^{th}(t) &= Z_{aust} \times \alpha_{aust}(T - T^o) + Z_{fbm} \times \alpha_{fbm}(T - T^o) + Z_{fbm} \times \varepsilon_{ref_{fbm}} \\ \varepsilon_{zz}^p(t) &= k^{fbm} F(Z_{fbm}) P_o \tau_1 \end{aligned}$$

Après la transformation, solution thermo-élasto-plastique,  $\tau_2 < t < \tau_3$ ,  $\tau_3 = 176 \text{ s}$ .

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= 360 \cdot 10^6 \text{ Pa} & \varepsilon_{zz}(t) &= \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^p(t) + \varepsilon_{zz}^{pt}(112) \\ \varepsilon_{zz}^p(t) &= \frac{\sigma(t) - (\sigma_o^{fbm} + s^{fbm} \mu t)}{H_o^{fbm} + \lambda^{fbm} \mu t} \end{aligned}$$

### 2.2 Résultats de référence

$\varepsilon_{zz}^p$ ,  $\chi$ ,  $\sigma$  et  $\varepsilon_{zz}$  pour  $t=47, 48, 64$  et  $114$  secondes.

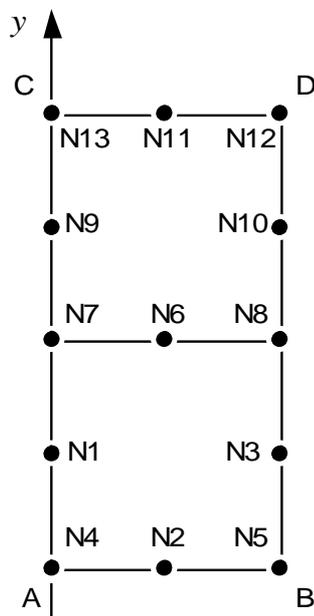
$\varepsilon_{zz}^p$  pour  $t=60$  et  $176$  secondes.

### 2.3 Références bibliographiques

- 1) DONORE A.M. - WAECKEL F. : Influence des transformations structurales dans les lois de comportement élasto-plastiques Note HI-74/93/024.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



$$A = N4, B = N5, C = N13, D = N12.$$

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence	Test	Tolérance
INST pour NUME ORDRE= 7 0	176	ANALYTIQUE	0,10 %
ITER_GLOB pour NUME ORDRE=70	5	NON_REGRESSION	0.00%

Identification	Référence	Test	Tolérance
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=47 s$	0	NON_DEFINI	1,0E-12 (absolu)
$\chi$ $t=47 s$	0	NON_DEFINI	1,0E-12 (absolu)
$\sigma$ $t=47 s$	282. 10 <sup>6</sup>	NON_DEFINI	0,1 %
$\varepsilon_{zz}$ $t=47 s$	-4.1125 10 <sup>-3</sup>	NON_DEFINI	0,1 %
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=48 s$	3.2653 10 <sup>-3</sup>	NON_DEFINI	0,15 %
$\chi$ $t=48 s$	1	NON_DEFINI	0,1 %
$\sigma$ $t=48 s$	288. 10 <sup>6</sup>	NON_DEFINI	0,1 %
$\varepsilon_{zz}$ $t=48 s$	-9.3469 10 <sup>-4</sup>	NON_DEFINI	0,007 %
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=60 s$	0.04	NON_DEFINI	0,1 %
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=64 s$	0.040	NON_DEFINI	0,022 %
$\chi$ $t=64 s$	0	NON_DEFINI	1,0E-12 (absolu)
$\sigma$ $t=64 s$	360. 10 <sup>6</sup>	NON_DEFINI	0,01 %
$\varepsilon_{zz}$ $t=64 s$	3.4683 10 <sup>-2</sup>	NON_DEFINI	0,025 %
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=114 s$	0.04107	NON_DEFINI	0,01 %
$\chi$ $t=114 s$	1	NON_DEFINI	0,1 %
$\sigma$ $t=114 s$	360. 10 <sup>6</sup>	NON_DEFINI	0,020 %
$\varepsilon_{zz}$ $t=114 s$	0.03684	NON_DEFINI	0,026 %
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=176 s$	0.06206	NON_DEFINI	0.20%

### 3.4 Remarques

Dans cette modélisation :  $\varepsilon_{zz}^{Pt}(T, Z) = 0$

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage et les données sont identiques à la modélisation A ; la seule différence vient du comportement META\_P\_IL\_PT (prise en compte de la plasticité de transformation)

### 4.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon_{zz}^p$ $t=47 s$	0	0	0
$\chi$ $t=47 s$	0	0	0
$\sigma$ $t=47 s$	$282. 10^6$	$282. 10^6$	0
$\varepsilon_{zz}$ $t=47 s$	$-4.1125 10^{-3}$	$-4.1125 10^{-3}$	0
$\varepsilon_{zz}^p$ $t=48 s$	$3.2653 10^{-3}$	$3.26535 10^{-3}$	0.011
$\chi$ $t=48 s$	1	1	0
$\sigma$ $t=48 s$	$288. 10^6$	$288. 10^6$	0
$\varepsilon_{zz}$ $t=48 s$	$-9.3469 10^{-4}$	$-9.34644 10^{-4}$	-0.005
$\varepsilon_{zz}^p$ $t=60 s$	0.04	0.04	0
$\varepsilon_{zz}^p$ $t=64 s$	0.04	$4.0 10^{-2}$	0
$\chi$ $t=64 s$	0	0	0
$\sigma$ $t=64 s$	$360. 10^6$	$359.99 10^6$	-0.004
$\varepsilon_{zz}$ $t=64 s$	$4.00085 10^{-2}$	$4.000268 10^{-2}$	-0.015
$\varepsilon_{zz}^p$ $t=114 s$	0.041071	$4.10751 10^{-2}$	+0.004
$\chi$ $t=114 s$	1	1	0
$\sigma$ $t=114 s$	$360. 10^6$	$360.01 10^6$	0.000
$\varepsilon_{zz}$ $t=114 s$	0.072841	$7.144112 10^{-2}$	-1.915
$\varepsilon_{zz}^p$ $t=176 s$	0.06206	$6.2066 10^{-2}$	0.000

### 4.3 Remarques

Dans cette modélisation, on prend en compte le terme dû à la plasticité de transformation :

$$\dot{\varepsilon}^{pl}(T, Z) \neq 0 \text{ lorsque } \dot{Z} \neq 0$$

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Identique à la modélisation A, seul le maillage est différent (mailles triangulaires).

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 4 mailles TRIA6

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence	Test	Tolérance
INST pour NUME_ORDRE= 7 0	176	ANALYTIQUE	0,10 %
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=70	5	NON_REGRESSION	0.00%

Identification	Référence	Test	Tolérance
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=47 s$	0	NON_DEFINI	1,0E-12 (absolu)
$\chi$ $t=47 s$	0	NON_DEFINI	1,0E-12 (absolu)
$\sigma$ $t=47 s$	282. 10 <sup>6</sup>	NON_DEFINI	0,1 %
$\varepsilon_{zz}$ $t=47 s$	-4.1125 10 <sup>-3</sup>	NON_DEFINI	0,1 %
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=48 s$	3.2653 10 <sup>-3</sup>	NON_DEFINI	0,15 %
$\chi$ $t=48 s$	1	NON_DEFINI	0,1 %
$\sigma$ $t=48 s$	288. 10 <sup>6</sup>	NON_DEFINI	0,1 %
$\varepsilon_{zz}$ $t=48 s$	-9.3469 10 <sup>-4</sup>	NON_DEFINI	0,007 %
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=60 s$	0.04	NON_DEFINI	0,1 %
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=64 s$	0.040	NON_DEFINI	0,022 %
$\chi$ $t=64 s$	0	NON_DEFINI	1,0E-12 (absolu)
$\sigma$ $t=64 s$	360. 10 <sup>6</sup>	NON_DEFINI	0,01 %
$\varepsilon_{zz}$ $t=64 s$	3.4683 10 <sup>-2</sup>	NON_DEFINI	0,025 %
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=114 s$	0.04107	NON_DEFINI	0,01 %
$\chi$ $t=114 s$	1	NON_DEFINI	0,1 %
$\sigma$ $t=114 s$	360. 10 <sup>6</sup>	NON_DEFINI	0,020 %
$\varepsilon_{zz}$ $t=114 s$	0.03684	NON_DEFINI	0,026 %
$\varepsilon_{zz}^P$ $t=176 s$	0.06206	NON_DEFINI	0.20%

## 6 Modélisation D

---

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage identique à celui de la modélisation A.  
Ecrouissage cinématique linéaire : META\_P\_CL

### 6.2 Grandeurs testées et résultats

Test de non régression

Identification	Instant	Référence
EPYY	114	0.0368416
EPYY	206	0.0522886
EPYY	251	-0.0111300
EPYY	296	-0.0745489
EPYY	47	-0.0041125
EPYY	48	-0.0009346
EPYY	64	0.0346908
V14	114	0.0410716
V14	206	0.0620686
V26	48	0.0032653
V26	60	0.0400000
V26	64	0.0400000

## 7 Modélisation E

---

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Point matériel (utilisation de SIMU\_POINT\_MAT)

### 7.2 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats (mêmes valeurs de référence que la modélisation A)

Identification	Référence	Tolérance
$\varepsilon_{zz}^p$ $t = 114 s$	0.04107	0,0001 %
$\varepsilon_{zz}$ $t = 114 s$	0.03684	0,0001 %
$\varepsilon_{zz}^p$ $t = 176 s$	0.06206	0,0001 %

## 8 Synthèse des résultats

---

Les résultats trouvés avec *Code\_Aster* sont très satisfaisants, avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.025% sauf pour la déformation à l'instant 114 s où l'erreur atteint 2% pour la modélisation B.