

## FORMA02 - Travaux pratiques de la formation « Initiation » : tuyau coudé sous sollicitation thermo-mécanique et dynamique

---

### Résumé :

Ce test correspond aux travaux pratiques de la formation de base à l'utilisation de *Code\_Aster*. Il s'agit d'une tuyauterie coudée, constituée d'un matériau élastique linéaire, soumise à divers chargements : pression interne, transitoire thermique, force transitoire.

Les modélisations utilisées sont les suivantes :

- modélisation A : modélisation 3D, calcul thermo-mécanique,
- modélisation B : modélisation 3D, calcul dynamique, modal puis transitoire,
- modélisation C : éléments coques DKT, calcul mécanique sous chargement de pression interne
- modélisation D : éléments poutres (POU\_D\_T, POU\_C\_T), calcul dynamique.

Le chapitre 1 « Problème de référence » présente le problème à traiter et les données communes à toutes les modélisations ; les énoncés des Travaux Pratiques de la formation sont inclus dans ce document :

- TP2 : « 3D thermo-élastique » voir la modélisation A,
- TP2 : « 3D dynamique » voir la modélisation B.

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

L'étude concerne une tuyauterie comprenant deux tuyaux droits et un coude [Figure 1.1-a].

Les données géométriques du problème sont les suivantes :

- la longueur  $L_G$  des deux tuyaux droits est de  $3\text{ m}$ ,
- le rayon  $R_C$  du coude est de  $0.6\text{ m}$ ,
- l'angle  $\theta$  du coude est de  $90^\circ$ ,
- l'épaisseur des tuyaux droits et du coude est de  $0.02\text{ m}$ ,
- et le rayon extérieur  $R_e$  des tuyaux droits et du coude est de  $0.2\text{ m}$ .

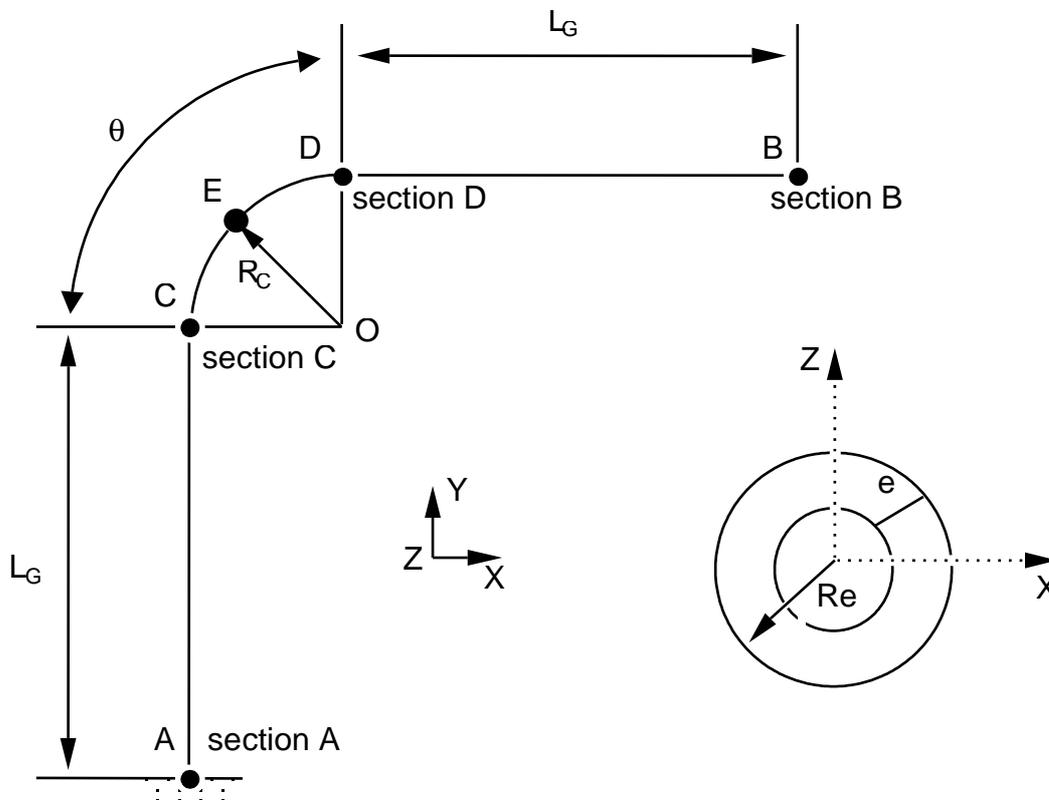


Figure 1.1-a

Remarque :

*La géométrie du problème présente une symétrie par rapport au plan  $(A, X, Y)$ .*

## 1.2 Propriétés de matériaux

Pour toutes les modélisations :

Matériau élastique linéaire isotrope. les propriétés du matériau sont celles de l'acier *A42* à  $20^{\circ}\text{C}$  :

- le module d'Young  $E = 204\,000 \cdot 10^{+6} \text{ N/m}^2$ ,
- le coefficient de Poisson  $\nu = 0.3$ ,

Pour le calcul thermo-élastique (modélisations A)

- le coefficient de dilatation thermique  $\alpha = 10.92 \cdot 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ ,
- la conduction thermique  $\lambda = 54.6 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ ,
- la chaleur volumique  $\rho C_p = 3.71 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3 ^{\circ}\text{C}$ ,

Pour le calcul dynamique (modélisation B, D)

- la masse volumique  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ,
- l'amortissement des modes propres sera pris à 5% pour les modes.

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites pour toutes les modélisations sont les suivantes :

- il y a un encastrement au niveau de la section *A*,
- pour les chargement statiques, il y a encastrement au niveau de la section *A* et de la section *B*.

En ce qui concerne les calculs statiques, les chargements appliqués sont de trois types :

- pression interne  $P = 15 \cdot E + 6 \text{ N/m}^2$  (modélisation coques ou 3D),
- chargement thermo-mécanique avec un transitoire de température imposée sur la face interne de la tuyauterie (montée de  $20^{\circ}\text{C}$  à  $70^{\circ}\text{C}$  en 10s) et une condition d'échange nul sur la face externe de la tuyauterie (calorifuge) (modélisation A uniquement).

En ce qui concerne le calcul dynamique, le chargement appliqué est une force transitoire (en Newton) :

$$FY(t) = 10\,000\,000 \cdot \sin(2 \pi \text{Freq}1 \cdot t)$$

dirigée selon l'axe *Y* et appliquée sur la section *B*,

$$\text{Freq}1 \text{ telle que } \omega = 2 \pi \text{Freq}1 = 121 \text{ rad/s}.$$

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est obtenue numériquement, il s'agit donc uniquement des tests de non régression.

### 2.2 Résultats des différentes modélisations :

#### 2.2.1 Calcul statique

Les valeurs testées sont :

- pour le chargement de pression (modélisation A et C), le déplacement en sortie supérieure de coude,
- pour le chargement thermo-mecanique (modélisation A), la température en paroi interne au pied du tube (70°C) ainsi que la contrainte Von Mises maximale de l'ordre de 200 MPa.

#### 2.2.2 Calcul dynamique

Les valeurs testées sont :

- Pour la modélisation 3D (modélisation B), la première fréquence propre de l'ordre de 9 Hz et les déplacements en sortie supérieure de coude,
- pour la modélisation 1D (modélisation D), les contraintes équivalente en pied de tube.

## 3 Modélisation A

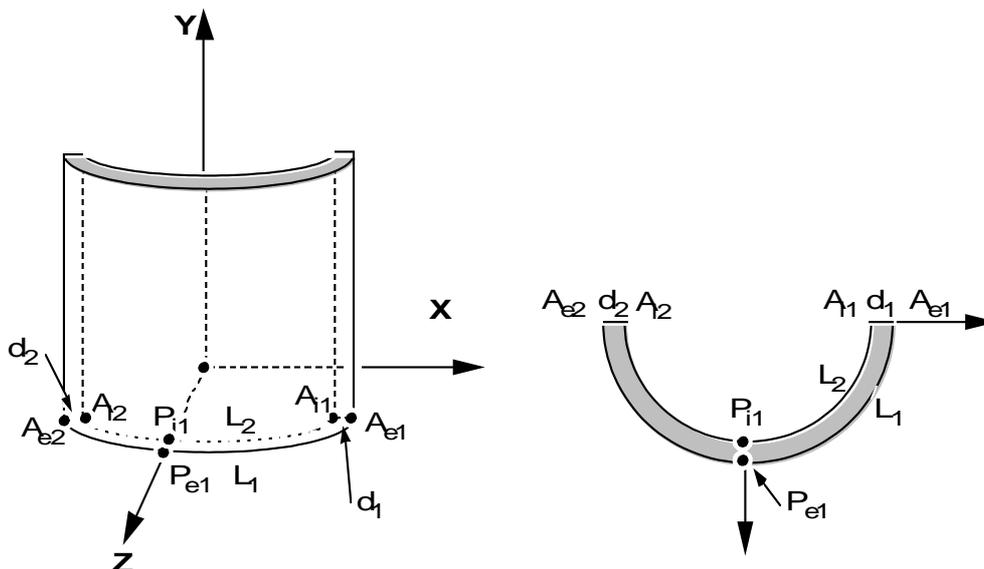
### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Glossaire : dans Salomé on désigne par :

- vertex les points utiles à la construction de la géométrie ;
- edge les lignes (droites) ;
- arc les arcs de cercles ;
- wire les lignes composées de edge et arc ;
- face les surfaces délimitées par un wire ;
- shell un ensemble de face destiné à être maillé ou délimitant un volume ;
- compound un ensemble d'entités géométriques.

Les tuyaux droits et le coude sont modélisés par des éléments massifs isoparamétriques quadratiques.

La tuyauterie présente un plan de symétrie  $Z=0$ . On ne maillera qu'un demi volume.



Création de la géométrie :

Deux procédés pour créer la géométrie :

- Extrusion d'une surface de base selon un chemin :
  1. Création des points  $A_{e1}$ ,  $A_{i1}$ ,  $A_{e2}$ ,  $A_{i2}$ ,  $P_{e1}$ ,  $P_{e2}$ , puis les arcs de cercle  $L1$  et  $L2$ , les segments  $d1$  et  $d2$ , le contour (wire) et la surface (objet de type " Face ") délimitée par  $L1$ ,  $d1$ ,  $L2$ ,  $d2$ ,
  2. Création du chemin filaire : les points  $A, C, D, B$ , puis les deux droites  $AC$  et  $DB$ , et l'arc de cercle  $CD$ .
  3. Cette surface est ensuite extrudée par `Generation / Extrusion along a path`.
- Utilisation d'objets volumiques de base :
  1. Construire un tuyau droit d'axe  $Z$ , à l'aide de deux cylindres élémentaires de hauteur 3 et de rayons 0.2 et 0.18, et d'une opération booléenne (`operation / boolean / cut`). Renommer l'objet créé en `TUY1`.
  2. Appliquer une rotation à `TUY1` autour de  $X$  pour qu'il soit d'axe  $Y$ . Sélectionner la face supérieure (en créant par exemple un groupe), et générer le coude par `Generation /`

Revolution. Il faut pour cela créer l'axe de révolution de direction  $Z$  passant par le point  $(0.6, 3, 0)$ . Puis créer de la même façon le second tuyau droit *TUY2*. Il reste à sélectionner la moitié de la tuyauterie située dans le plan  $Z > 0$ . Pour cela on peut couper à l'aide d'un outil "box", ou utiliser *Partition / Plane* et créer un "compound" en sélectionnant la partie située en  $Z > 0$ .

Préparation de la géométrie pour un maillage en hexaèdres :

Le tuyau est destiné à être maillé avec des hexaèdres, c'est à dire de façon réglée (le nombre d'éléments est identique sur deux côté opposés). Avant de procéder au maillage, il est nécessaire de vérifier que la géométrie est topologiquement équivalente à un hexaèdre (6 faces). Pour cela, il faut utiliser *Measure / Check compound of blocks*.

Selon le mode de construction, il peut être nécessaire de réaliser une partition par des plans des sections entrée et sortie de coude afin d'obtenir une géométrie topologiquement équivalente à un hexaèdre (6 faces). Si on veut faire un maillage avec des tétraèdres, cette condition n'est pas nécessaire. En revanche, si on veut mailler en hexaèdre, c'est indispensable pour les algorithmes des mailleurs.

Création des groupes :

On créera ensuite les groupes de faces où on désire mettre des conditions limites : *Base, Symetrie, Efond, Surfint et Surfext*.

On créera aussi le groupe de bord avec une arête de l'épaisseur ( $dI$ ) et un autre groupe de bord avec une arête de circonférence ( $LI$ ) pour permettre un raffinement différents sur ces bords.

On pourra tester l'autre mode d'utilisation de *GEOM / MESH*, consistant à produire, éventuellement modifier, et relire un fichier python, qui contient toutes les instructions nécessaires à la construction de la géométrie. On crée ce fichier par *File / dump Study*. Ce fichier python peut être relu par *File Load script*. Ceci permet en particulier de modifier les dimensions de la géométrie. À titre d'exemple, on pourra examiner le contenu du fichier *forma02a.datg*, et le relire dans *Salome*.

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est défini par *Create Mesh*, sélection de la géométrie à mailler, puis de l'algorithme et hypothèses de discrétisation par dimension :

- 3D Hexaedron (i,j,k)
- 2D Quadrangle
- 1D Wire discretisation avec l'hypothèse de 15 éléments par edge et l'hypothèse supplémentaire « *Propagation of 1D Hyp on Opposite Edges.* »

Pour permettre un raffinement différent selon les edges, on créera des sous-maillages :

- un *sub\_mesh* définissant de nombre d'éléments dans l'épaisseur, par exemple 2 éléments sur  $dI$ .
- Un *sub\_mesh* définissant le nombre d'éléments sur la circonférence, par exemple 10 éléments sur  $LI$ .

Puis calculer le maillage par *Compute*.

**Remarques :**

*Avec une autre finesse de maillage, il est possible d'obtenir des résultats sensiblement différents. En particulier, pour obtenir une solution correcte, il est souhaitable d'utiliser des éléments quadratiques.*

## 3.3 Commandes Aster

L'étude nécessite un premier calcul thermique transitoire suivi d'un calcul mécanique.

Les principales étapes du calcul sont :

- Lecture du maillage (`LIRE_MAILLAGE`) au format MED.
- Définition du matériau (`DEFI_MATERIAU`)
- Calcul thermique :
  - Définition des éléments finis utilisés (`AFFE_MODELE` / `PHENOMENE` / `MODELISATION`). La modélisation est 3D.
  - Affectation du matériau (`AFFE_MATERIAU`).
  - Définition des conditions aux limites thermiques (`DEFI_FONCTION` et `AFFE_CHAR_THER_F`) : On a un transitoire de température imposée sur la surface intérieure de la tuyauterie (montée de  $20^{\circ}\text{C}$  à  $70^{\circ}\text{C}$  en 10s). On considère que la tuyauterie est calorifugée et on ne spécifie pas de condition sur la surface extérieure (ce qui revient à un flux nul).
  - Résolution du problème thermique (`THER_LINEAIRE`), en définissant un état initial de température uniforme égal à  $20^{\circ}\text{C}$  (`ETAT_INIT`). Le calcul du champ de température s'effectue pour les deux instants 5s et 10s, définis par : `DEFI_LIST_REEL`.
- Calcul thermo-mécanique :
  - Définition des éléments finis utilisés (`AFFE_MODELE` / `PHENOMENE` / `MODELISATION`). La modélisation est 3D.
  - Affectation du matériau (`AFFE_MATERIAU`). Le résultat du calcul thermique sera appliqué en tant que variable commandant le comportement du matériau mécanique (`AFFE_MATERIAU / AFFE_VARC`).
  - Définition des conditions aux limites et chargement mécanique (`AFFE_CHAR_MECA`) : La tuyauterie est encastrée à ses deux extrémités et présente un plan de symétrie (`DDL_IMPO`). On a une pression en surface interne de  $15\text{ MPa}$  (`PRES_REP`).
  - Résolution du problème thermo-mécanique (`MECA_STATIQUE`).
  - A l'aide de `CALC_CHAMP`, calcul des contraintes par éléments extrapolées aux nœuds (`SIEF_ELNO`) et des contraintes équivalentes de Von Mises (`SIEQ_ELNO`).
- On imprimera au format `RESULTAT` les valeurs maximales du tenseur de contraintes.
- On imprimera le champs de température, les déplacements, et les champs de contraintes au format `MED`.

On créera un cas de calcul avec ce fichier de commande et le maillage. On veillera à avoir une base pour pouvoir post-traiter les résultats.

## 3.4 Post-Traitement

### 3.4.1 Avec Salomé

On visualisera via le module `VISU` le maillage déformé, les isothermes, les contraintes (composantes et module).

On visualisera via le module `PARAVIS` le maillage déformé (filtre `WarpByVector`), les isothermes (filtre `Contour`), les contraintes (filtre `Intégrations Points/ELNO Points`)

## 3.4.2 Avec l'explorateur de résultats Stanley

A l'aide de cet explorateur, on pourra tracer :

- la déformée, en sélectionnant le champ `DEPL`,
- les isovaleurs des contraintes de Von Mises aux nœuds,
- l'évolution de la température en fonction du temps aux points `Pil` et `PeI`.

## 3.4.3 Avec Code\_Aster en poursuite

Les principales étapes de la **seconde** exécution avec *Aster* seront :

- Création d'un nouveau fichier de commandes commençant par `POURSUIITE` ;
- On extraira des valeurs la composante `SIYY` du champ `SIEF_ELNO` pour un azimut au niveau de l'entrée de coude pour le cas de charge correspondant à  $F_y$ . L'azimut est défini par le chemin d'extrémités  $(0.18, 3, 0.)$  et  $(0.2, 3, .0.)$ . On pourra utiliser pour cela la commande `MACR_LIGN_COUPE`, et l'impression de la table produite au format `XMGRACE`.

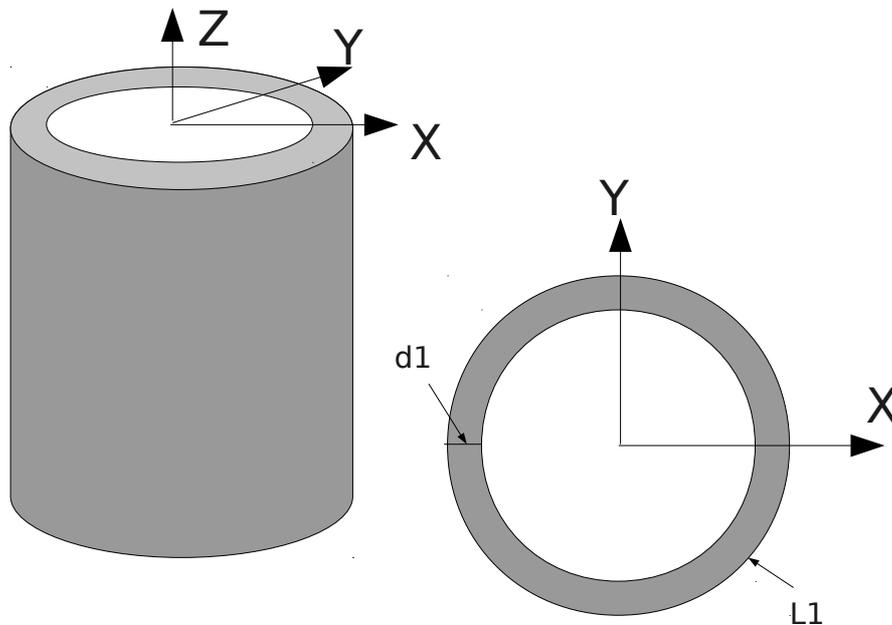
## 4 Modélisation B

Glossaire : dans Salomé on désigne par :

- vertex les points utiles à la construction de la géométrie ;
- edge les lignes (droites) ;
- arc les arcs de cercles ;
- wire les lignes composées de edge et arc ;
- face les surfaces délimitées par un wire ;
- shell un ensemble de face destiné à être maillé ou délimitant un volume ;
- compound un ensemble d'entités géométriques.

Les tuyaux droits et le coude sont modélisés par des éléments massifs isoparamétriques quadratiques.

La tuyauterie présente un plan de symétrie  $Z=0$ . Mais contrairement, au cas statique, on n'en profitera pas. On verra en effet, que les modes peuvent sortir du plan de symétrie. On maillera donc tout le volume.



Création de la géométrie :

Deux procédés pour créer la géométrie :

- Extrusion d'une surface de base selon un chemin :
  1. Création des cercles intérieurs et extérieurs de la base, puis le contour (wire) et la surface (objet de type " Face ") délimitée par les deux cercles.
  2. Création du chemin filaire : les points  $A$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $B$ , puis les deux droites  $AC$  et  $DB$ , et l'arc de cercle  $CD$ .
  3. Cette surface est ensuite extrudée par Generation / Extrusion along a path.
- Utilisation d'objets volumiques de base :

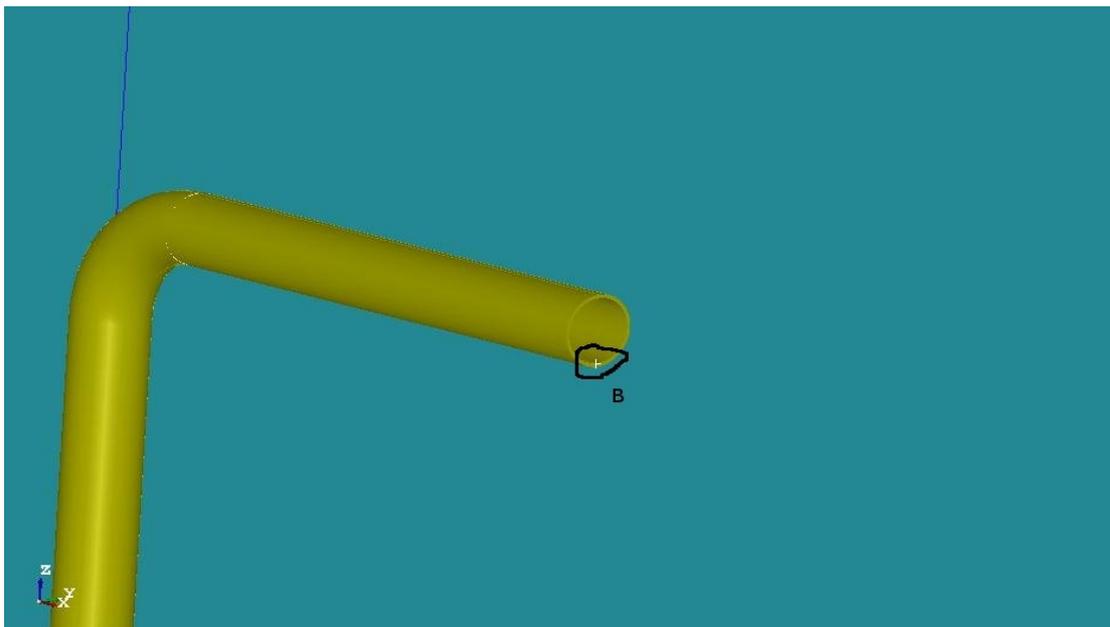
1. Construire un tuyau droit d'axe  $Z$ , à l'aide de deux cylindres élémentaires de hauteur 3 et de rayons 0.2 et 0.18, et d'une opération booléenne (`operation / boolean / cut`). Renommer l'objet créé en `TUY1`.
2. Appliquer une rotation à `TUY1` autour de  $X$  pour qu'il soit d'axe  $Y$ . Sélectionner la face supérieure (en créant par exemple un groupe), et générer le coude par `Generation / Revolution`. Il faut pour cela créer l'axe de révolution de direction  $Z$  passant par le point  $(0.6, 3, 0)$ . Puis créer de la même façon le second tuyau droit `TUY2`.

### Préparation de la géométrie pour un maillage en hexaèdres :

Pour un maillage en hexaèdres, il faut utiliser l'algorithme « Hexaedron(i,j,k) » ou bien utiliser l'option « Automatic Hexaedrization ».

Le tuyau est destiné à être maillé avec des hexaèdres, c'est à dire de façon réglée (le nombre d'éléments est identique sur deux côté opposés). Avant de procéder au maillage, il est nécessaire de vérifier que la géométrie est topologiquement équivalente à un hexaèdre (6 faces). Pour cela, il faut utiliser `Measure / Check compound of blocks`.

Selon le mode de construction, il peut être nécessaire de réaliser une partition par des plans des sections entrée et sortie de coude afin d'obtenir une géométrie topologiquement équivalente à un hexaèdre (6 faces). Si on veut faire un maillage avec des tétraèdres cette condition n'est pas nécessaire. En revanche, si on veut mailler en hexaèdre, c'est indispensable pour les algorithmes des mailleurs.



### Création des groupes :

On créera ensuite les groupes de faces où on désire mettre des conditions limites : `Base` ainsi que la section `B` au bout du tuyau pour appliquer la force dynamique.

On créera aussi le groupe de bord avec une arête de l'épaisseur (`d1`) et un autre groupe de bord avec une arête de circonférence (`L1`) pour permettre un raffinement différents sur ces bords.

Pour le post-traitement il est pratique de créer un groupe sur un point où l'on puisse suivre les évolutions. On créera donc le groupe point `B` situé sur la section `B`, en bas, sur la surface intérieure du tuyau.

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage est défini par `Create Mesh`, sélection de la géométrie à mailler, puis de l'algorithme et hypothèses de discrétisation par dimension :

- 3D Hexaedron
- 2D Quadrangle
- 1D Wire discretisation avec l'hypothèse de 15 éléments par edge et l'hypothèse supplémentaire « Propagation of 1D Hyp on Opposite Edges. »

Pour permettre un raffinement différent selon les edges, on créera des sous-maillages :

- un `sub_mesh` définissant de nombre d'éléments dans l'épaisseur, par exemple 2 éléments sur  $dI$ .
- Un `sub_meshes` définissant le nombre d'éléments sur la circonférence par exemple 10 éléments sur  $LI$ .

Calculer le maillage par `compute`.

Pour obtenir une meilleure précision, on va faire passer le maillage de linéaire à quadratique, grâce à l'outil « Modification -> Convert to/from quadratic ». Les plus curieux peuvent comparer les différences de résultats entre les deux types d'éléments.

#### Remarques :

Avec une autre finesse de maillage, il est possible d'obtenir des résultats sensiblement différents. En particulier, pour obtenir une solution correcte, il est souhaitable d'utiliser des éléments quadratiques.



## 4.2 Commandes Aster

Les principales étapes du calcul avec `Code_Aster` seront :

- Préparation des données et analyse modale

On va utiliser le « wizard » pour l'analyse modale. Il suffit d'entrer les données de calcul en suivant les fenêtres affichées. Il ne faut pas oublier de spécifier l'encastrement sur la base. On calculera les cinq premiers modes du tuyau.

On lancera ensuite le calcul dans le module SALOME *Code\_Aster*. On pourra visualiser les modes dans SALOME en les « déformant ». On peut aussi les « animer » grâce à la fonction `Sweep`. Elle permet de mieux comprendre la déformée modale. Dans PARAVIS, cette animation se fait directement via la macro `modes`. On sélectionne le mode à visualiser ensuite dans l'objet `ScaleVector` de l'arbre.

## •Analyse transitoire

Pour l'analyse transitoire, on partira du fichier de commande créé par le « wizard » de SALOME. On y ajoutera les commandes nécessaires à la suite de l'analyse.

### Construction de la force ponctuelle

- Définition de la charge « force sur la section  $B$  » (`AFFE_CHAR_MECA / FORCE_FACE`).
- Calcul des vecteurs forces élémentaires (`CALC_VECT_ELEM`).
- Assemblage du vecteur force (`ASSE_VECTEUR`).
- Définition de la fonction évolution du temps (`FORMULE`).

### Transitoire sur base modale

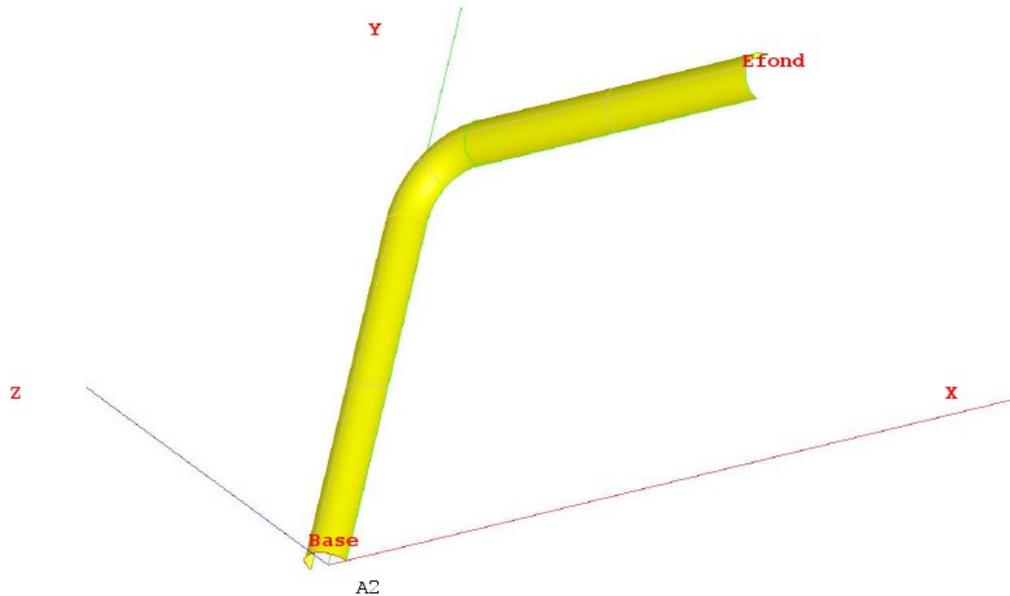
- Projection du problème assemblé sur la base des modes propres (`PROJ_BASE`).
- Calcul transitoire par recombinaison modale (`DYNA_VIBRA (TYPE_CALCUL='TRAN', BASE_CALCUL='GENE')`).
- Récupération des déplacements en  $Y$  au point  $B$  (`RECU_FONCTION`).
- Impression de ces fonctions au format `TABLEAU (IMPR_FONCTION)`.

## 4.3 Post-traitements

On importera dans SALOME le tableau des déplacements en fonction du temps et on fera construire à SALOME la courbe des déplacements au point  $B$ .

## 5 Modélisation C

Dans le cas de la modélisation en éléments coques, le maillage consiste en la discrétisation de la surface moyenne de la tuyauterie. La géométrie étant symétrique par rapport au plan  $(A, X, Y)$ , on ne maillera qu'une demi-surface.



On peut créer cette géométrie en définissant les deux points  $A1$  et  $A2$ , puis l'arc de cercle  $Base$ . Il suffit ensuite de créer le premier tuyau droit  $AC$  par *Generation / Extrusion*. Pour créer le coude, il faut récupérer l'extrémité du tuyau  $AC$  en appliquant *New Entity / Explode*, puis générer la géométrie du coude par *New Entity / Generation / Revolution*. Enfin, appliquer la même démarche pour le tuyau  $DB$ .

### 5.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage est défini par *Create Mesh*, sélection de la géométrie à mailler, puis de l'algorithme et hypothèses de discrétisation par dimension :

- 2D *Quadrangle*
- 1D *Wire discretisation* avec l'hypothèse de 15 éléments par *edge* et l'hypothèse supplémentaire « *Propagation of 1D Hyp on Opposite Edges.* »

Pour permettre un raffinement différent selon les *edges*, on créera des sous-maillages :

- un *sub\_mesh* définissant le nombre d'éléments dans l'épaisseur, par exemple 2 éléments sur  $d1$ .
- Un *sub\_mesh* définissant le nombre d'éléments sur la circonférence par exemple 10 éléments sur  $L1$ .

### 5.2 Commandes Code\_Aster

Les principales étapes du calcul avec *Code\_Aster*, introduites dans le fichier de commandes via *Eficas*, sont :

- Lecture du maillage (*LIRE\_MAILLAGE*) au format MED.

- Définition des éléments finis utilisés (AFFE\_MODELE). Les tuyaux droits et le coude seront modélisés par des éléments de coque (DKT).
- Réorientations des normales aux éléments : on utilisera MODI\_MAIILLAGE / ORIE\_NORM\_COQUE pour orienter tous les éléments de la même façon, avec une normale tournée vers l'intérieur du tuyau (étant donnée la convention de signe sur la pression) afin de donner une valeur positive à la pression (utiliser le groupe *AI*).
- Définition et affectation du matériau (DEFI\_MATERIAU et AFFE\_MATERIAU). Les caractéristiques mécaniques sont identiques sur toute la structure.
- Affectation des caractéristiques des éléments coques (AFFE\_CARA\_ELEM / COQUE) pour définir l'épaisseur.
- Définition des conditions aux limites et des chargements (AFFE\_CHAR\_MECA). Il y a un encastrement sur le groupe de mailles *Base* et *Efond* des conditions de symétrie (déplacement normal *DZ* nul et rotations *DRX* et *DRY* nulles) sur le groupe de mailles *Symetrie*.
- une pression interne *P*.
- Résolution du problème élastique pour chaque cas de charge (MECA\_STATIQUE).
- On imprimera sous forme listing le déplacement pour chaque résultat sur la section B.
- Imprimer les déplacements et les contraintes au format MED (IMPR\_RESU).

## 6 Modélisation D

On peut créer la géométrie en définissant les points  $A, C, D, B$ , puis les deux droites  $AC$  et  $DB$ , et l'arc de cercle  $CD$ . Ceci peut se faire de plusieurs façons :

- En définissant les coordonnées de chaque point, y compris le point milieu de l'arc  $CD$  ;
- De façon plus simple en utilisant le « `sketcher` »

Après avoir construit l'ensemble de la ligne, il faut définir les groupes sous ce « `Wire` » : il suffira pour ces travaux pratiques de créer les groupes  $A, B, AC, CD$ , et  $DB$ .

### 6.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage est défini par `Create Mesh`, sélection de la géométrie à mailler, puis de l'algorithme et hypothèses de discrétisation par dimension :

`1D Wire discretisation` avec l'hypothèse de 15 éléments par `edge`.

### 6.2 Commandes Aster

Les principales étapes du calcul avec *Code\_Aster*, introduites dans le fichier de commandes via *Eficas*, sont :

- Lecture du maillage au format `MED`.
- Définition des éléments finis utilisés (`AFFE_MODELE`).
- Définition et affectation du matériau (`DEFI_MATERIAU` et `AFFE_MATERIAU`).
- Affectation des caractéristiques des éléments poutres (`AFFE_CARA_ELEM`).
- Définition des conditions aux limites et du chargement (`AFFE_CHAR_MECA`). Le point  $A$  est encastré.
- Définition des matrices du problème élastique (`ASSEMBLAGE`).
- Calcul des 5 premiers modes propres (`CALC_MODES`).
- Impression des modes propres (`IMPR_RESU`) : on imprimera le maillage et les modes au format `MED`
- Analyse transitoire

#### Construction de la force ponctuelle

- Définition de la charge « force au point  $B$  » (`AFFE_CHAR_MECA / FORCE_NODALE`).
- Calcul des vecteurs forces élémentaires (`CALC_VECT_ELEM`).
- Assemblage du vecteur force (`ASSE_VECTEUR`).
- Définition de la fonction évolution du temps (`FORMULE`).

#### Transitoire sur base modale

- Projection du problème assemblé sur la base des modes propres (`PROJ_BASE`).
- Calcul transitoire par recombinaison modale (`DYNA_VIBRA`).
- Récupération des déplacements en  $Y$  en  $B$  (`RECU_FONCTION`).
- Impression de ces fonctions au format `TABLEAU` (`IMPR_FONCTION`).