

HSL01 - Plaque carrée mince soumise à un gradient thermique dans l'épaisseur

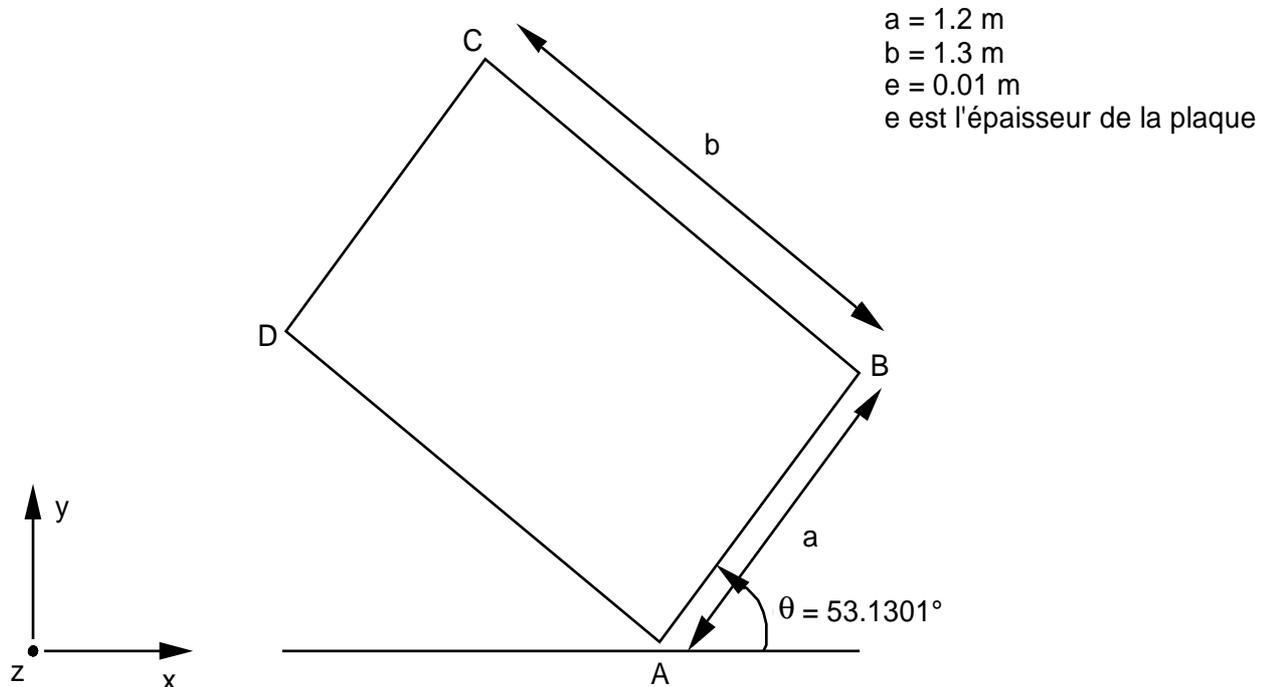
Résumé

Ce test a pour but de valider la dilatation thermique dans les éléments de plaque, où la température est variable dans l'épaisseur.

Deux modélisations permettent de tester les modélisations DKT, DST, Q4G sur des mailles TRIA3 et QUAD4 et COQUE_3D sur les mailles TRIA7 et QUAD9.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés des matériaux

Module de Young : $E = 2.10^{11} \text{ Pa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

Coefficient de dilatation : $\alpha = 1.10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

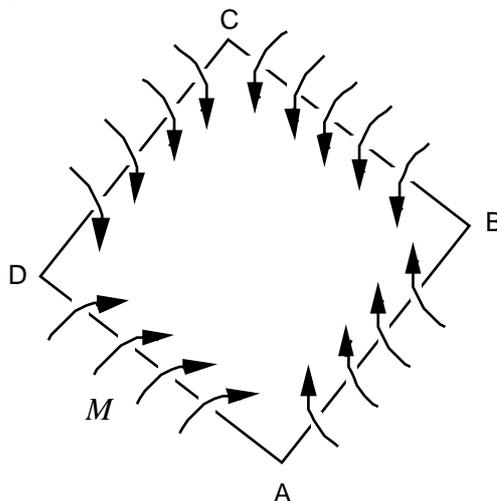
Les côtés AB , BC , CD et DA sont encastés. La température est constante sur la face supérieure et est égale à $T_s = 100 \text{ }^\circ\text{C}$.

La température est constante sur la face inférieure et est égale à $T_i = 0 \text{ }^\circ\text{C}$; le gradient de température est supposé linéaire dans l'épaisseur.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution est analytique.



Le chargement thermique est équivalent à un chargement défini par une répartition uniforme de moments sur les bords tel qu'il apparaît sur la figure.

La valeur de ces moments par unité de longueur est égale à : $M = \alpha \frac{T_s - T_i}{e} \times \frac{E \times e^3 \times (1 + \nu)}{12(1 - \nu^2)}$.

Soit : $M = \alpha (T_s - T_i) \times \frac{E \times e^2}{12(1 - \nu)}$. Ceci conduit à une répartition uniforme de M dans la plaque .

2.2 Résultats de référence

On a donc $M = 2380.95238 \text{ N}$; la plaque étant tournée d'un angle $\theta = 53^\circ.1301$, on a des composantes dont la valeur absolue est : $M \times \cos \theta = 1428.5715 \text{ N}$ et $M \times \sin \theta = 1904.76184 \text{ N}$

Les réactions sont définies par une distribution de moments égale à la précédente en valeur absolue et de signe contraire.

Les mailles sont des carrés dont la longueur est égale à 0.05 m , donc les moments en chaque nœud doivent être égaux à $M_1 = M \times \cos \theta \times 0.05 = 71.42857 \text{ N.m}$

$$\text{et } M_2 = M \times \sin \theta \times 0.05 = 95.2381 \text{ N.m}$$

$$\text{soit } M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} = 119.0476 \text{ N.m}$$

2.3 Incertitude sur la solution

L'incertitude est nulle.

2.4 Références bibliographiques

- 1) TIMOSHENKO : Theory of plates and shells chapitre 2, article 14.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué de :

- 1008 éléments,
- 675 nœuds,

dont :

- 72 éléments Q4G,
- 144 éléments T3G,
- 84 éléments DSQ,
- 84 éléments DKQ,
- 312 éléments DST,
- 312 éléments DKT.

Les éléments sont des carrés dont la longueur est égale à $0.05 m$.

Les bords AB , BC , CD et DA sont encastés.

La plaque est soumise à un gradient de température de $100^\circ C$ dans l'épaisseur. Ce gradient est uniforme sur la plaque.

3.2 Grandeurs testées et résultats

R_x = réaction selon O_x

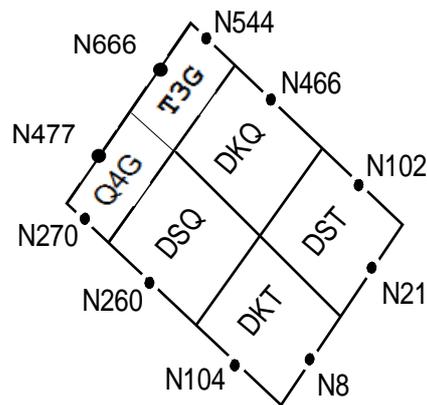
R_y = réaction selon O_y

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$N104$ (sur le bord AD dans la partie maillée en DKT)	'ANALYTIQUE'	$DR_x = 71.4286$ $DR_y = 95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N260$ (sur le bord AD dans la partie maillée en DSQ)	'ANALYTIQUE'	$DR_x = 71.4286$ $DR_y = 95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N270$ (sur le bord AD dans la partie maillée en Q4G)	'ANALYTIQUE'	$DR_x = 71.4286$ $DR_y = 95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N8$ (sur le bord AB dans la partie maillée en DKT)	'ANALYTIQUE'	$DR_x = 95.2381$ $DR_y = 71.4286$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N21$ (sur le bord AB dans la partie maillée en DST)	'ANALYTIQUE'	$DR_x = 95.2381$ $DR_y = 71.4286$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N102$ (sur le bord BC dans la partie maillée en DST)	'ANALYTIQUE'	$DR_x = 71.4286$ $DR_y = 95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
$N466$ (sur le bord BC dans la partie maillée en DKQ)	'ANALYTIQUE'	$DR_x = 71.4286$ $DR_y = 95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}

<i>N544</i> (sur le bord <i>BC</i> dans la partie maillée en T3G)	'ANALYTIQUE'	$DR_x = 71.4286$ $DR_y = 95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
<i>N477</i> (sur le bord <i>CD</i> dans la partie maillée en Q4G)	'ANALYTIQUE'	$DR_x = 71.4286$ $DR_y = 95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}
<i>N666</i> (sur le bord <i>CD</i> dans la partie maillée en T3G)	'ANALYTIQUE'	$DR_x = 71.4286$ $DR_y = 95.2381$	3.10^{-5} 3.10^{-5}

3.3 Remarques

Les nœuds testés sont à peu près placés comme suit :



4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est COQUE_3D.

Le modèle est constitué de :

- 662 éléments,
- 2267 nœuds,

dont :

- 462 triangles à 7 nœuds,
- 200 quadrilatères à 9 nœuds.

Les bords AB , BC , CD et DA sont encastés.

La plaque est soumise à un gradient de température de $100^{\circ}C$ dans l'épaisseur. Ce gradient est uniforme sur la plaque.

4.2 Grandeurs testées et résultats

On teste les moments M_{XX} et M_{YY} . Ces valeurs sont données dans le repère local à la plaque, choisi parallèle aux côtés.

On a donc: $M_{XX} = M_{YY} = M = -2,38095 \cdot 10^3 N$ comme le moment est uniforme dans la plaque, il suffit de tester les valeurs maximum et minimum des moments et de vérifier qu'elles sont toutes deux égales à M :

	Identification	Type de référence	Référence	Tolérance (%)
Efforts obtenus par EFGE_ELNO :	M_{XX} Maximum	'ANALYTIQUE'	$-2,38095 \cdot 10^3$	0.1
	M_{XX} Minimum	'ANALYTIQUE'	$-2,38095 \cdot 10^3$	0.1
	M_{YY} Maximum	'ANALYTIQUE'	$-2,38095 \cdot 10^3$	0.1
	M_{YY} Minimum	'ANALYTIQUE'	$-2,38095 \cdot 10^3$	0.1

5 Synthèse des résultats

La parfaite adéquation des résultats avec la référence analytique montre la bonne prise en compte de la variation de la température.