

## SSNV511 – Bloc découpé par deux interfaces intersectées avec X-FEM

---

### Résumé :

Ce test permet de valider l'approche intersection avec X-FEM. Il s'agit d'un cas test où l'on introduit trois fissures. La première fissure coupe complètement le domaine. Les deux autres fissures sont définies par une même level-set normale. Elles sont branchées de part et d'autre de la première via le mot clé `JONCTION` de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM`. La double jonction forme alors une intersection. On teste l'approche avec et sans contact.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

La structure est un carré sain dans lequel on introduit deux interfaces, en rouge sur la figure 1.1-a. Les deux interfaces se croisent, Les dimensions de la structure ainsi que la position des interfaces sont données sur cette figure.

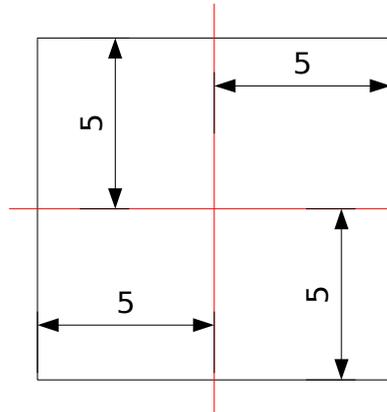


Figure 1.1-a : Géométrie de la structure et positionnement des interfaces.

### 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau a un comportement élastique isotrope dont les propriétés sont:

Module d'Young :  $100 \text{ MPa}$

Coefficient de poisson :  $0.3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Dans le cas sans contact (modélisations A à D), on applique des conditions en déplacement sur les bords gauche et droit de la structure, de manière à ce que chacune des 4 zones ait un déplacement différent des autres selon  $X$ . Ce chargement est représenté figure 1.3-a. On bloque les déplacements en  $Y$  (et en  $Z$  pour les modélisations 3D) sur ces mêmes bords. On obtient alors des déplacements de modes rigides pour les 4 blocs.

Dans le cas du contact (modélisations E à H), on impose des conditions de roulement sur les bords gauche et bas et on applique la pression en escalier de la figure 1.3-b sur les bords droit et haut. Ce chargement est représenté figure 1.3-c. Chaque bloc est alors compressé de manière uniforme selon  $X$  et  $Y$ .

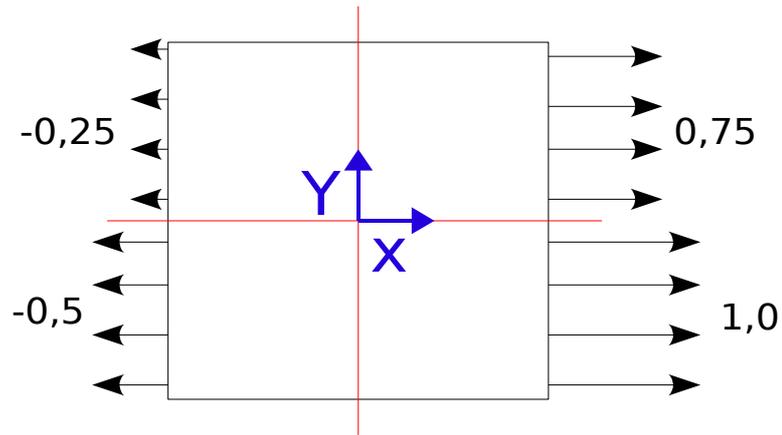


Figure 1.3-a : Illustration des conditions aux limites et des chargements, cas sans contact.

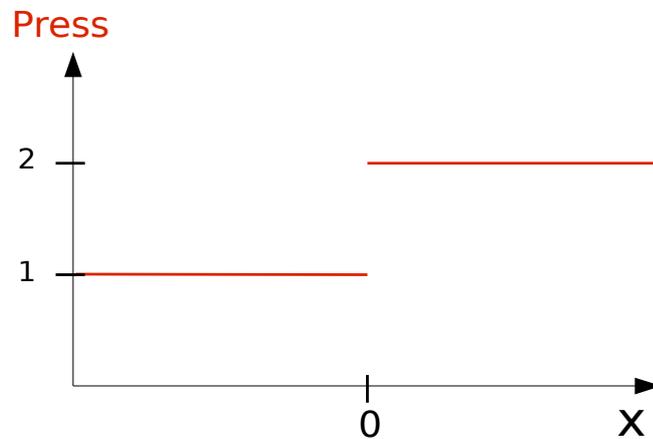


Figure 1.3-b : Pression imposé selon  $X$  sur le bord haut et selon  $Y$  sur le bord droit, (en  $MPa$  ).

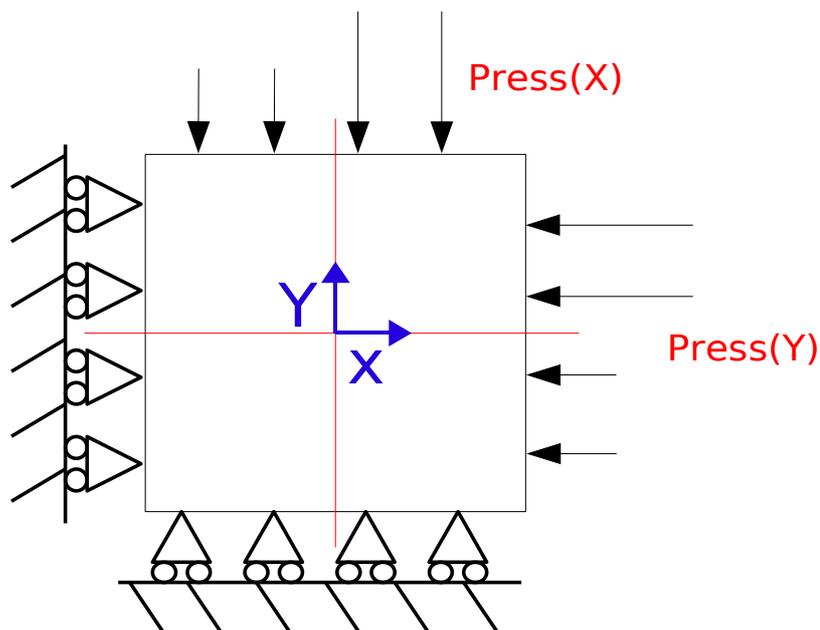


Figure 1.3-c : Illustration des conditions aux limites et des chargements, cas avec contact.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Cas sans contact

Sans contact, chaque zone doit subir un mouvement de corps rigide correspondant à la condition limite imposée sur son bord (droit ou gauche).

L'énergie de la structure est donc :

$$E^e = 0.$$

Soit  $\Omega = [-5, 5] \times [-5, 5]$  le domaine occupé par le solide. Le champ de déplacement solution analytique est :

$$\mathbf{u} = u_x(x, y) \mathbf{e}_x,$$

avec :

$$u_x(x, y) = \begin{cases} -\frac{1}{2} & \text{pour } (x, y) \in [-5, 0[ \times [-5, 0[, \\ -1 & \text{pour } (x, y) \in [-5, 0[ \times ]0, 5], \\ \frac{3}{4} & \text{pour } (x, y) \in ]0, 5] \times ]0, 5], \\ -\frac{1}{4} & \text{pour } (x, y) \in [-5, 0[ \times ]0, 5], \end{cases}$$

La norme  $L^2$  du déplacement est définie par :

$$\|\mathbf{u}\|_{L^2}^2 = \int_{\Omega} \|\mathbf{u}\|^2 dS.$$

On a donc :

$$\|\mathbf{u}\|_{L^2}^2 = 25 \left( \frac{1}{4} + 1 + \frac{9}{16} + \frac{1}{16} \right) = 25 \frac{15}{8}.$$

Soit :

$$\|\mathbf{u}\|_{L^2} = \frac{5}{2} \sqrt{\frac{15}{2}} \approx 6,84653196881 \text{ m}^2.$$

Ce résultat est valable dans le cas des contraintes planes et des déformations planes. Dans le cas 3D, l'épaisseur choisie est 1 m. L'expression de la norme  $L^2$  du déplacement est identique, mais les unités sont modifiées. On a alors :

$$\|\mathbf{u}\|_{L^2} = \frac{5}{2} \sqrt{\frac{15}{2}} \approx 6,84653196881 \text{ m}^{\frac{5}{2}}.$$

## 2.2 Cas avec contact

Avec contact, les 4 blocs subissent une compression uniforme suivant  $X$  et  $Y$ . On peut exprimer le déplacement de la structure de la manière suivante :

$$Depl_X(X, Y) = -(5+X) \frac{Press(Y)}{E} \quad \text{éq 2.1-1}$$

$$Depl_Y(X, Y) = -(5+Y) \frac{Press(X)}{E} \quad \text{éq 2.1-2}$$

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation X-FEM, en déformations planes. Les interfaces sont définies par des fonctions de niveaux (level sets normales notées  $LN$ ).

Les équations des fonctions de niveaux pour les interfaces horizontale et verticale sont les suivantes :

$$LN1 = Y \quad \text{éq 3.1-1}$$

$$LN2 = X \quad \text{éq 3.1-2}$$

L'interface horizontale est définie de manière classique en utilisant l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` avec la level set normale  $LN1$ .

Pour définir l'interface verticale, on procède en deux étapes. On appelle une première fois l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` avec la level set normale  $LN2$ , en définissant un point « au dessus » de la fissure horizontale pour le mot clé `JONCTION` (le point n'est pas obligatoirement sur la level set). Cette étape permet de définir la partie supérieure de l'interface verticale (voir figure 3.1-a au centre).

On appelle une deuxième fois l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` de la même manière, mais en définissant un point « en dessous » de la fissure (voir figure 3.1-a à droite). On a donc appelé au total 3 fois `DEFI_FISS_XFEM` (création de 3 objets fissures) pour définir les deux interfaces qui s'intersectent. D'un point de vue théorique, chaque objet fissure ajoute un enrichissement de type Heaviside. Ce qui fait un total de trois degrés de liberté Heaviside en plus des degrés de liberté classiques. On a donc bien 4 degrés de liberté au niveau de l'intersection, ce qui permet de déplacer de manière indépendantes les 4 zones générées par les 2 interfaces.

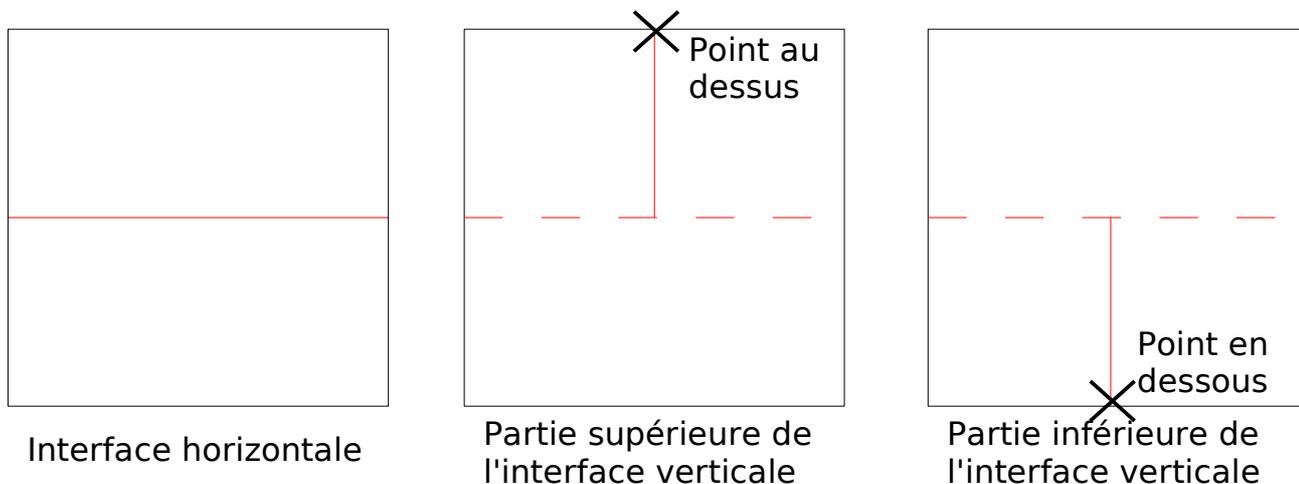


Figure 3.1-a : Étapes de construction de l'intersection.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage qui comporte 25 mailles de type `QUAD4`, est représenté sur la figure 3.2-a.

On remarque sur cette figure que la maille centrale est coupée par les deux interfaces. Ce test permet donc de valider le découpage multiple. Notons que les nœuds de cette maille sont enrichis 3 fois, ils possèdent donc les degrés de liberté  $DX$ ,  $DY$ ,  $H1X$ ,  $H1Y$ ,  $H2X$ ,  $H2Y$ ,  $H3X$  et  $H3Y$ .

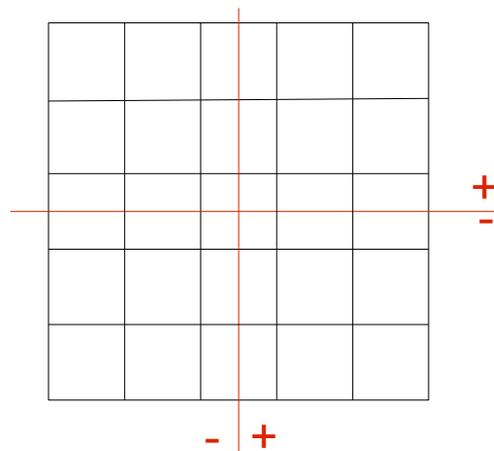


Figure 3.2-a : Le maillage de la modélisation A.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les déplacements au niveau des lèvres des fissures après avoir effectué les opérations de post-traitements relatives à X-FEM (POST\_MAIL\_XFEM et POST\_CHAM\_XFEM). Le déplacement  $DX$  doit correspondre au chargement imposé de la figure 1.3-a sur chacune des zones et  $DY$  doit être nul. On teste le min et le max sur les lèvres de chacune des zones.

Identification		Référence	
DEPZON_1	DX	MIN	-0.25
		MAX	-0.25
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_2	DX	MIN	-0.5
		MAX	-0.5
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_3	DX	MIN	0.75
		MAX	0.75
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_4	DX	MIN	0.75
		MAX	0.75
	DY	MIN	0
		MAX	0

Tableau 3.3-1

La déformée est représentée sur la figure 3.4-a. Le code couleur représente le champ de déplacement.

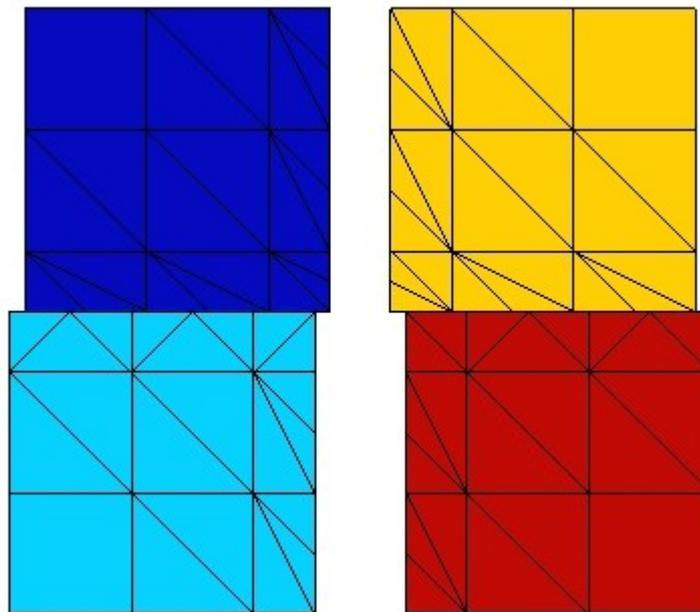


Figure 3.4-a : Déformée de la structure.

On teste la valeur de  $E^e$  produit par l'opérateur POST\_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
$E^e$	'ANALYTIQUE'	0

On teste la valeur de  $\|\mathbf{u}\|_{L^2}$  produit par l'opérateur POST\_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Norme $L^2$	'ANALYTIQUE'	6,84653196881	0.1%

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit de la même modélisation que la modélisation A, mais en contraintes planes. L'intersection est construite de la même manière.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage qui comporte 54 mailles de type TRIA3 est représenté sur la figure 4.2-a.

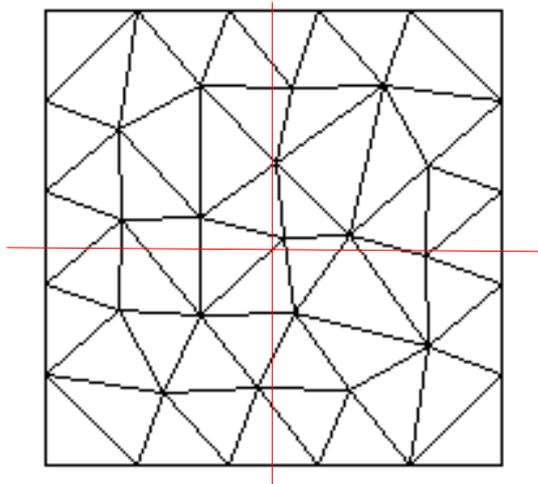


Figure 4.2-a : Le maillage de la modélisation B.

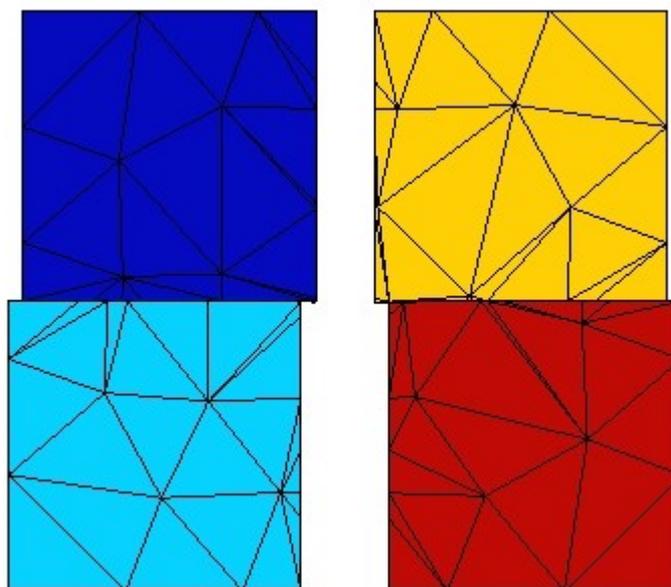
### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont identiques à celles présentées pour la modélisation A.

Identification		Référence	
DEPZON_1	DX	MIN	-0.25
		MAX	-0.25
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_2	DX	MIN	-0.5
		MAX	-0.5
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_3	DX	MIN	0.75
		MAX	0.75
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_4	DX	MIN	0.75
		MAX	0.75
	DY	MIN	0
		MAX	0

Tableau 4.3-1

La déformée est représentée sur la figure 4.4-a.



**Figure 4.4-a : Déformée de la structure.**

On teste la valeur de  $E^e$  produit par l'opérateur POST\_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
$E^e$	'ANALYTIQUE'	0

On teste la valeur de  $\|u\|_{L^2}$  produit par l'opérateur POST\_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Norme $L^2$	'ANALYTIQUE'	6,84653196881	0.1%

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit de la même modélisation que la modélisation A, mais en 3D . L'intersection est construite de la même manière.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage qui comporte 25 mailles de type HEXA8 est représenté sur la figure 5.2-a.

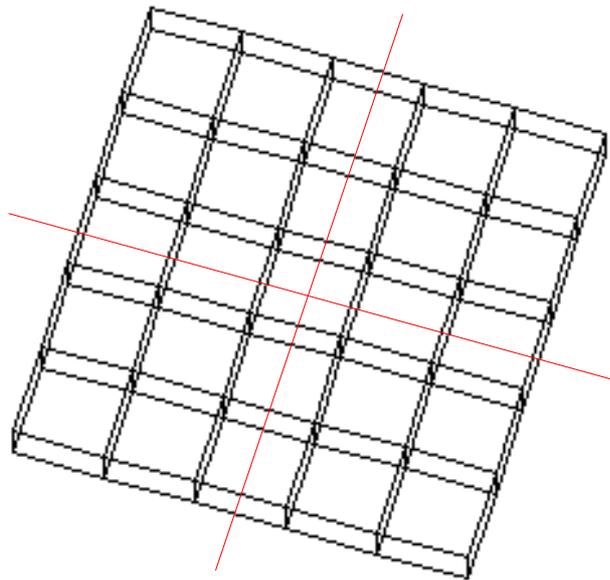


Figure 5.2-a : Le maillage de la modélisation C.

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont identiques à celles présentées pour la modélisation A. On ajoute des tests sur DZ.

Identification		Référence	
DEPZON_1	DX	MIN	-0.25
		MAX	-0.25
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_2	DX	MIN	-0.5
		MAX	-0.5
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_3	DX	MIN	0.75
		MAX	0.75
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_4	DX	MIN	0.75
		MAX	0.75
	DY	MIN	0
		MAX	0

Tableau 5.3-1

La déformée est représentée sur la figure 5.4-a.

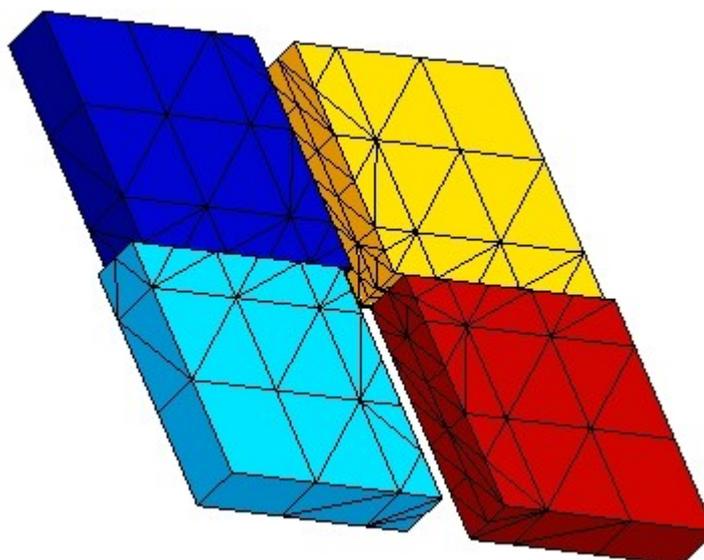


Figure 5.4-a : Déformée de la structure.

On teste la valeur de  $E^e$  produit par l'opérateur POST\_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
$E^e$	'ANALYTIQUE'	0

On teste la valeur de  $\|u\|_{L^2}$  produit par l'opérateur POST\_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Norme $L^2$	'ANALYTIQUE'	6,84653196881	0.1%

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit de la même modélisation que la modélisation C.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage qui comporte 162 mailles de type TETRA4 est représenté sur la figure 6.2-a.

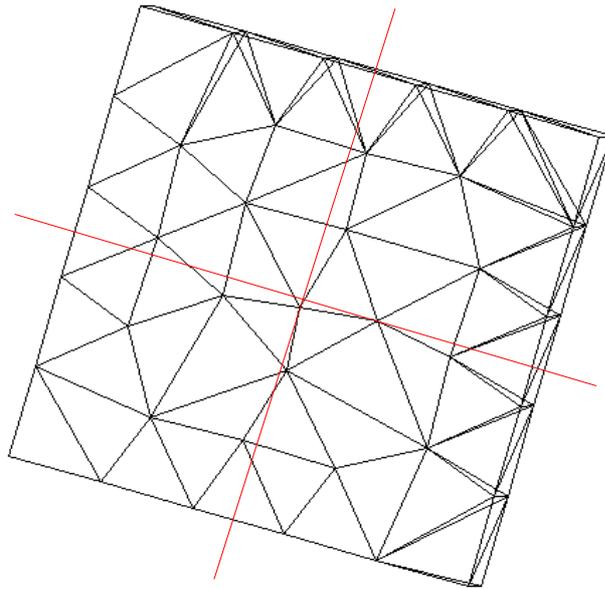


Figure 6.2-a : Le maillage de la modélisation D.

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont identiques à celles présentées pour la modélisation C.

Identification		Référence	
DEPZON_1	DX	MIN	-0.25
		MAX	-0.25
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_2	DX	MIN	-0.5
		MAX	-0.5
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_3	DX	MIN	0.75
		MAX	0.75
	DY	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_4	DX	MIN	0.75
		MAX	0.75
	DY	MIN	0
		MAX	0

## Tableau 6.3-1

La déformée est représentée sur la figure 6.4-a.

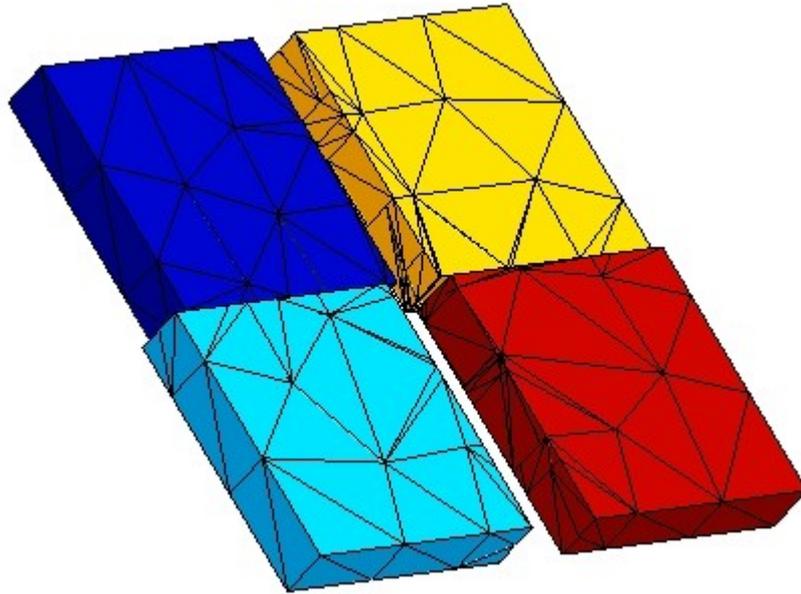


Figure 6.4-a : Déformée de la structure.

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit de la même modélisation que la modélisation A, mais on applique les conditions de chargement en contact. L'intersection est construite avec X-FEM et les fonctions de niveaux de la même manière que pour la modélisation A.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage identique à celui de la modélisation A, est représenté figure 3.2-a. Notons que les nœuds de la maille intersectée sont enrichis 3 fois, ils possèdent donc les degrés de liberté de contact LAGS\_C , LAG2\_C et LAG3\_C en plus des degrés de liberté cinématiques.

### 7.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les déplacements au niveau des lèvres des fissures après avoir effectué les opérations de post-traitements relatives à X-FEM (POST\_MAIL\_XFEM et POST\_CHAM\_XFEM). Le déplacement DX doit suivre la fonction  $Depl_X$  de l'équation 2.1-1. Le déplacement DY doit suivre la fonction  $Depl_Y$  de l'équation 2.1-2. On obtient la déformée de la figure 7.4-a.

Identification		Référence	
DEPZON_1	DX- $Depl_X$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_Y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_2	DX- $Depl_X$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_Y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_3	DX- $Depl_X$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_Y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_4	DX- $Depl_X$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_Y$	MIN	0
		MAX	0

Tableau 7.3-1

La déformée est représentée sur la figure 7.4-a. Le code couleur représente le champ de déplacement.

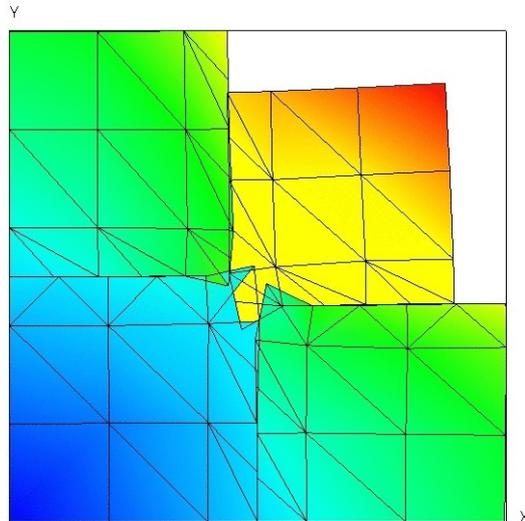


Figure 7.4-a : Déformée de la structure (exagération 10).

## 7.4 Remarques

On obtient une erreur élevée. En effet l'implémentation du redécoupage des facettes de contact n'a pas été implémenté. Les efforts de contact sur ces facettes ne sont pas prises en compte dans le calcul. La zone affecté concerne notamment le point d'intersection des fissures (que l'on ne teste pas) ainsi que l'élément le contenant. Notons que les résultats sont nettement améliorer lorsqu'on raffine le maillage.

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit de la même modélisation que la modélisation E, mais en contraintes planes. L'intersection est construite de la même manière.

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage identique à celui de la modélisation B, est représenté sur la figure 4.2-a.

### 8.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont identiques à celles présentées pour la modélisation E.

Identification		Référence	
DEPZON_1	DX- $Depl_x$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_2	DX- $Depl_x$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_3	DX- $Depl_x$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_4	DX- $Depl_x$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_y$	MIN	0
		MAX	0

Tableau 8.3-1

La déformée est représentée sur la figure 8.4-a.

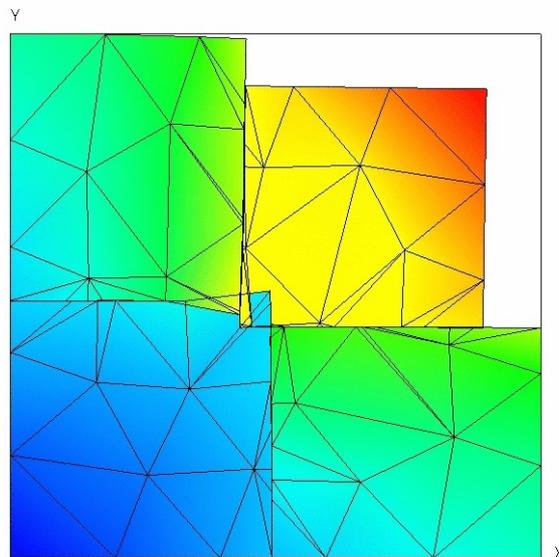


Figure 8.4-a : Déformée de la structure (exagération 10).

## 8.4 Remarques

Les remarques sont identiques à celles formulées pour la modélisation E.

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit de la même modélisation que la modélisation E, mais en 3D . L'intersection est construite de la même manière.

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage identique à celui de la modélisation C, est représenté sur la figure 5.2-a.

### 9.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont identiques à celles présentées pour la modélisation E. On ajoute des tests sur DZ.

Identification		Référence	
DEPZON_1	DX- $Depl_X$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_Y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_2	DX- $Depl_X$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_Y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_3	DX- $Depl_X$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_Y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_4	DX- $Depl_X$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_Y$	MIN	0
		MAX	0

Tableau 9.3-1

La déformée est représentée sur la figure 9.4-a.

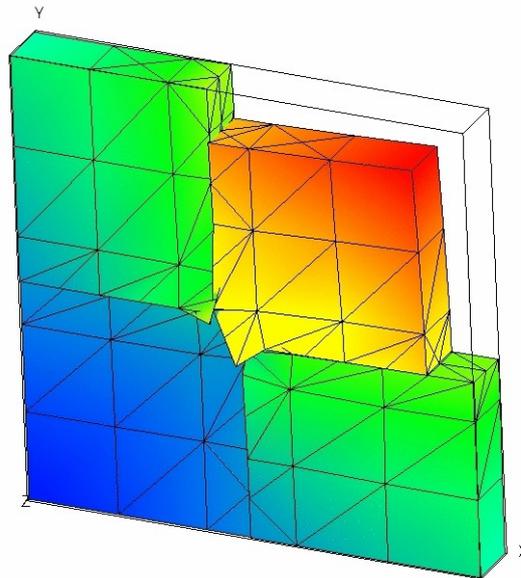


Figure 9.4-a : Déformée de la structure (exagération 10).

## 9.4 Remarques

Les remarques sont identiques à celles formulées pour la modélisation E.

## 10 Modélisation H

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit de la même modélisation que la modélisation G.

### 10.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage identique à celui de la modélisation D, est représenté sur la figure 6.2-a.

### 10.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont identiques à celles présentées pour la modélisation G.

Identification		Référence	
DEPZON_1	DX- $Depl_x$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_2	DX- $Depl_x$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_3	DX- $Depl_x$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_y$	MIN	0
		MAX	0
DEPZON_4	DX- $Depl_x$	MIN	0
		MAX	0
	DY- $Depl_y$	MIN	0
		MAX	0

Tableau 10.3-1

La déformée est représentée sur la figure 10.4-a.

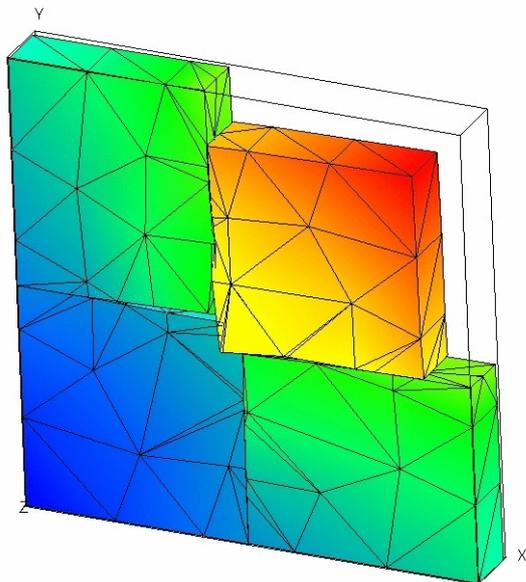


Figure 10.4-a : Déformée de la structure (exagération 10).

## 10.4 Remarques

Les remarques sont identiques à celles formulées pour la modélisation E.

## 11 Synthèse des résultats

---

La représentation de jonctions avec X-FEM permet de modéliser la cinématique d'ouverture de l'intersection de deux interfaces. Il est aussi possible de faire la même chose avec des fonds de fissures de part et d'autre de la jonction, mais il faut prendre soin d'éloigner le fond de l'intersection (environ 2 mailles pour un enrichissement topologique car on ne sait pas encore gérer la présence de Heaviside supplémentaires pour des éléments Crack-tip. Un élément Crack-tip ne peut actuellement pas « voir » plus d'une fissure à la fois).

L'approche a été validée en 2D pour des modélisations C\_PLAN et D\_PLAN et pour les éléments de type QUAD4 et TRIA3. On a aussi validé l'approche en 3D pour les éléments HEXA8 et TETRA4, avec et sans contact.