

## SSNV509 – Chaînette en contact frottant avec X-FEM quadratiques

---

### Résumé :

Ce test a pour but de valider la prise en compte du contact sur les lèvres d'une fissure courbe, en se limitant au cas où la fissure traverse complètement la structure (interface). On se place dans le cadre de la méthode continue adaptée à la méthode X-FEM avec résolution par Lagrangien augmenté. Ce test met en jeu un bloc parallélépipédique en compression. L'interface est représentée par une level set circulaire coupant des éléments avec des angles variables. Il fait intervenir les éléments X-FEM P2 en déplacement et P1 en pression qui disposent de degrés de liberté de déplacement en chaque nœud et de degrés de liberté de contact / frottement sur les nœuds sommets.

# 1 Problème de référence en 2D

## 1.1 Géométrie

La structure est une plaque carrée saine de côté  $L = 10\text{ m}$ .

L'interface est représentée par une level set circulaire introduite dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]` donnée dans sa forme analytique :  $(x-5)^2 + (y-11,77)^2 = 64,27$ . Elle a été choisie de manière à traverser complètement la structure mais ne s'identifie pas à une inclusion [V6.04.507].

La position des points de référence est :

	$x$	$y$
$A$	0	5,5
$B$	5	3,75
$C$	10	5,5

## 1.2 Propriétés de matériaux

Coefficient de Poisson : 0

Module d'Young :  $1 \cdot 10^6\text{ N/m}^2$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

La face inférieure est bloquée par un encastrement et un déplacement  $u_y = -1 \cdot 10^{-6}\text{ m}$  est imposé sur la face supérieure

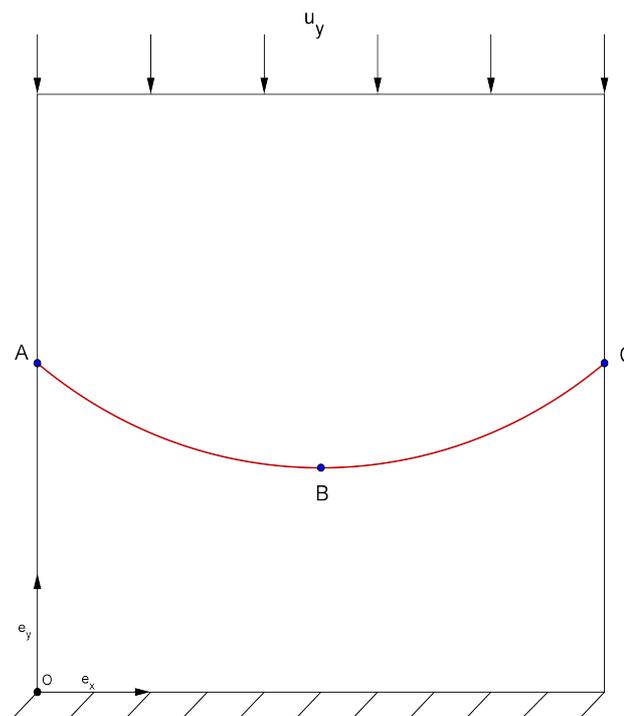


Figure 1.3-a: Géométrie de la structure et positionnement de l'interface et chargements



## 2 Solution de référence : analytique

La normale à l'interface est notée  $n$  et le vecteur tangent est noté  $\tau$  :

$$n = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad \text{éq 2.1-1}$$

$$\text{avec } \theta = \arctan \frac{y-11,77}{x-5} \quad \text{éq 2.1-2}$$

Dans cette modélisation, on considère l'hypothèse de contraintes planes (bien qu'ici, le coefficient de Poisson étant nul, il n'y a pas de différences entre contraintes et déformations planes).

La méthode du Lagrangien augmenté est utilisée pour le traitement du contact/frottement.

L'interface présente une pente qui varie d'un bout à l'autre de la plaque. Or aux endroits où l'inclinaison est la plus forte, près des bords latéraux, il risque d'y avoir glissement. Pour éviter cela, on augmente l'adhérence via le coefficient de frottement de Coulomb : on prend  $\mu = 2$ .

La valeur de la pression de contact sur l'interface est fonction de la normale  $n$  :

$$\lambda = n \cdot \sigma \cdot n = n_y \sigma_{yy} n_y \quad \text{éq 2.1-3}$$

- où  $n_y$  est la composante suivant  $y$  de  $n$
- où  $\sigma_{yy}$  est la contrainte suivant  $y$  dans le plan de normale  $e_y$  dans la structure sans interface :

$$\sigma_{yy} = E \frac{u_y}{L_y}$$

Le semi-multiplicateur de frottement  $\Lambda$  est défini par :

$$r_\tau = \lambda \mu \Lambda \quad \text{éq 2.1-4}$$

Avec la densité d'effort tangentiel s'écrivant comme suit :

$$r_\tau = (\tau \cdot \sigma \cdot n) \tau \quad \text{éq 2.1-5}$$

D'où :

$$\Lambda = \left( \frac{1}{\mu} \frac{\tau \cdot \sigma \cdot n}{n \cdot \sigma \cdot n} \right) \tau = \left( \frac{1}{\mu} \frac{\tau_y}{n_y} \right) \tau \quad \text{éq 2.1-6}$$

Avec les valeurs numériques précédemment introduites :

$$\lambda(x, y) = \frac{-1}{10} \sin^2 \left( \arctan \frac{11,77-y}{5-x} \right) Pa \quad \text{éq 2.1-7}$$

$$\Lambda(x, y) = \Lambda \cdot \tau = \frac{x-5}{2(y-11,77)} \quad \text{éq 2.1-8}$$

## 3 Modélisation A : Maillage quadrangle

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : C\_PLAN .

La structure est un carré sain, dans lequel une interface est introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` [U4.82.08]. L'interface a la forme d'un arc de cercle.

Le contact/frottement est traité avec des éléments X-FEM quadratiques P2 (déplacement) et P1 (pression), c'est-à-dire portant les degrés de liberté de déplacement sur tous les nœuds et les Lagrange de contact/frottement sur les nœuds sommets.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1281

Nombre de mailles et types : 400 QUAD8 pour la plaque et 80 SEG3 pour les bords.

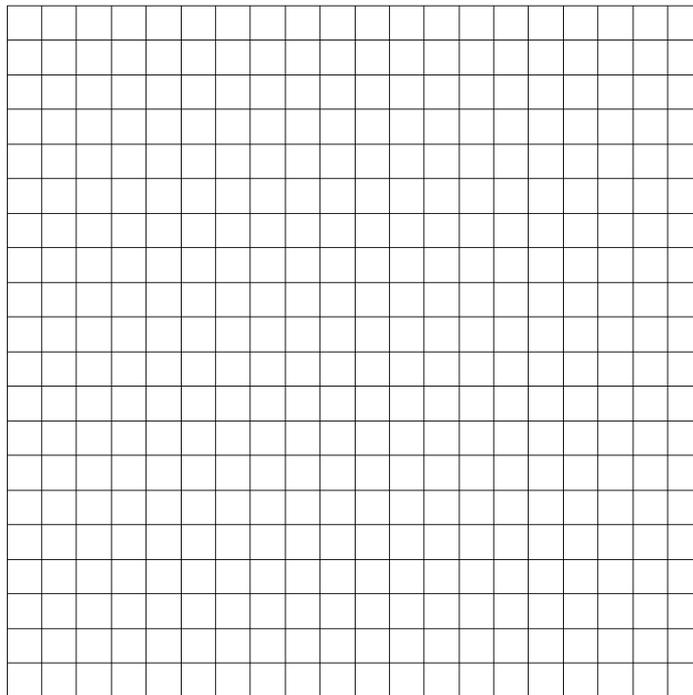


Figure 3.2-a: Maillage 2D quadrangle

Dans l'opérateur `DEFI_CONTACT`, on stipule alors `FROTTEMENT='COULOMB'`, et le coefficient de frottement est choisi égal à 2.

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

On post-traite les valeurs de la pression normale de contact et du semi-multiplicateur de frottement après convergence des itérations de l'opérateur `STAT_NON_LINE`, de la boucle sur les contraintes actives et de la boucle sur les seuils de frottement. Les valeurs n'apparaissent qu'aux nœuds de l'interface issus du nouveau maillage.

Identification	Référence	Type	% tolérance
LAGS_C aux points A et C (MIN)	-0,1	Analytique	0.10
LAGS_C au point B (MAX)	-0.06110	Analytique	0.10
LAGS_F1 au point A (MAX)	0.39894	Analytique	0.50
LAGS_F1 au point B (MIN)	0	Analytique	0.10
	9.07e-9	Non Regression	1,00E-06
	1.01e-3	Non Regression	1,00E-06
	10.06	Non Regression	1,00E-06
	20.85	Non Regression	1,00E-06

## 3.4 Commentaires

Ce test valide :

- le calcul de la matrice de rigidité (le bon décalage lors du remplissage de la matrice car les nœuds ne portent pas le même nombre de degrés de liberté),
- le calcul des matrices de contact (intégration sur un `SE3` aux points de Gauss),
- le sous découpage (configurations en interface courbe et éléments à bords droits),
- le post- traitement `X-FEM` des éléments `P2P1` .

Le solveur `MUMPS` détecte une singularité dans la matrice. Ce problème s'est déjà posé sur de nombreux autres cas tests `X-FEM` en contact. Le réajustement de la level set normale permet d'améliorer le conditionnement de la matrice mais au détriment d'une trop grande erreur de discrétisation de la level set. On garde donc l'option de désactivation de la détection de singularité du solveur avant de proposer une solution plus satisfaisante.

## 4 Modélisation B : Maillage triangle

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : C\_PLAN .

La structure est un carré sain, dans lequel une interface est introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` [U4.82.08]. L'interface a la forme d'un arc de cercle.

Le contact/frottement est traité avec des éléments X-FEM quadratiques P2 (déplacement) et P1 (pression), c'est-à-dire portant les degrés de liberté de déplacement sur tous les nœuds et les lagranges de contact/frottement sur les nœuds sommets.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6561

Nombre de mailles et types : 3200 `TRIA6` pour la plaque et 80 `SEG3` pour les bords.

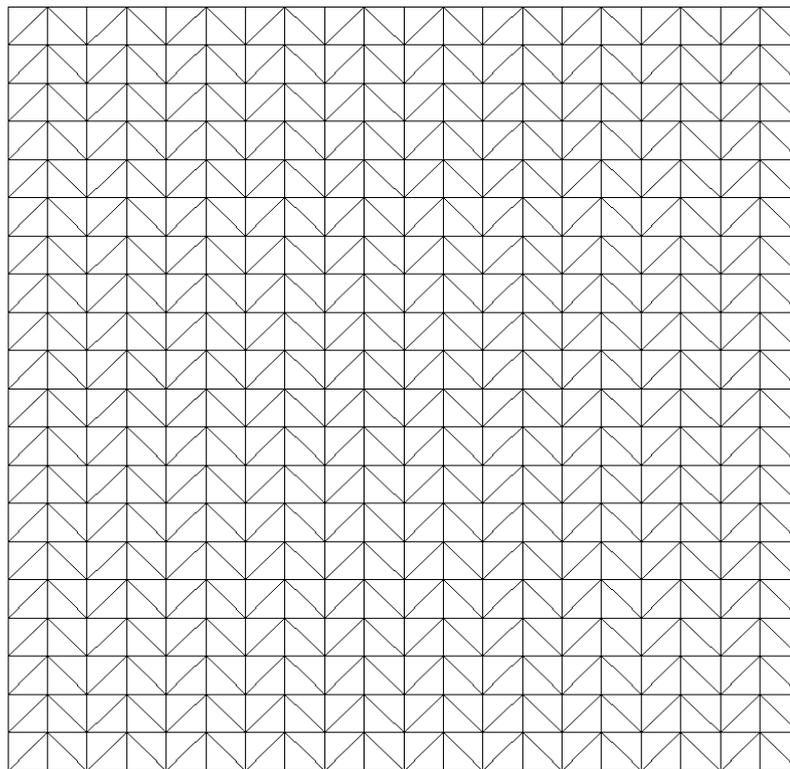


Figure 4.2-a: Maillage 2D triangle

Dans l'opérateur `DEFI_CONTACT`, on stipule alors `FROTTEMENT='COULOMB'`, et le coefficient de frottement est choisi égal à 2.

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

On post-traite les valeurs de la pression normale de contact et du semi-multiplicateur de frottement après convergence des itérations de l'opérateur `STAT_NON_LINE`, de la boucle sur les contraintes actives et de la boucle sur les seuils de frottement. Les valeurs n'apparaissent qu'aux nœuds de l'interface issus du nouveau maillage.

Identification	Référence	Type	% tolérance
LAGS_C aux points A et C (MIN)	-0,1	Analytique	0.020
LAGS_C au point B (MAX)	-0.06110	Analytique	0.020
LAGS_F1 au point A (MAX)	0.39894	Analytique	0.1
LAGS_F1 au point B (MIN)	0	Analytique	0.0001
	6.74e-8	Non Regression	1,00E-06
	1.24e-3	Non Regression	1,00E-06
	11.58	Non Regression	1,00E-06
	22.45	Non Regression	1,00E-06

## 4.4 Commentaires

Ce test valide :

- le calcul de la matrice de rigidité (le bon décalage lors du remplissage de la matrice car les nœuds ne portent pas le même nombre de degrés de liberté),
- le calcul des matrices de contact (intégration sur un `SE3` aux points de Gauss),
- le sous découpage (configurations en interface courbe et éléments à bords droits),
- le post- traitement `X-FEM` des éléments `P2P1` .
- le raffinement du maillage, permet d'obtenir des résultats plus précis (par rapport à la modélisation A )

## 5 Synthèses des résultats

---

Les objectifs de ce test sont atteints.

- Il s'agissait de montrer la faisabilité de la prise en compte du contact frottant sur les lèvres de la chaînette avec la méthode continue adaptée au cadre X-FEM. Seul le cas d'une interface traversant complètement la structure a été envisagé (interface).
- La méthode est validée en 2D P2 (déplacement) P1 (pression) sur un maillage quadrangle et triangle.
- La méthode est validée avec la méthode du Lagrangien augmenté pour le traitement du contact/frottement.