
SSNV209 – Interface en contact frottant avec X-FEM

Résumé :

Ce problème correspond à une analyse quasi-statique d'un problème de mécanique avec contact et frottement. Une plaque rectangulaire est soumise à des forces de pression horizontales et verticales et est comprimée sur un plan où elle subit des forces de contact et de frottement.

Il s'agit d'un cas équivalent au cas-test ssnv128 [V6.04.128], mais résolu avec la méthode XFEM.

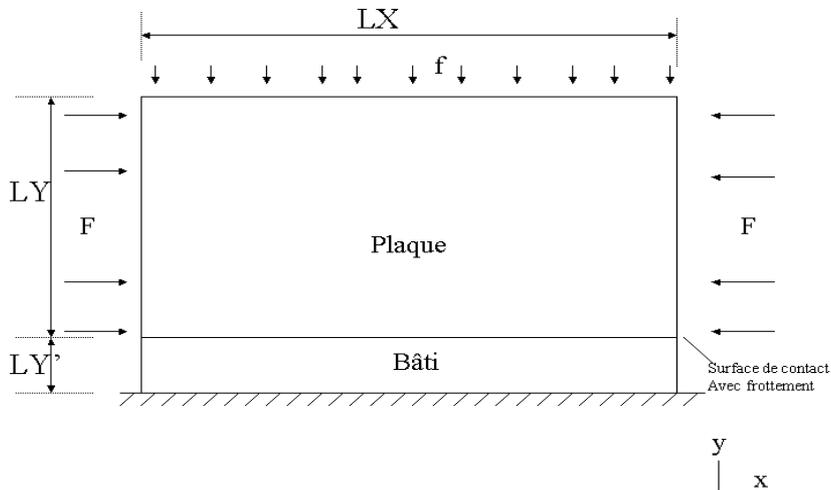
Ce test met en jeu différents maillages, en 2D et 3D, dans le cadre de calculs X-FEM [R7.02.12]

Il comporte 14 modélisations et permet de tester:

- les modélisations 2D (QUAD4, TRIA3, QUAD8, TRIA6) et 3D (HEXA8),
- une position de fissure à l'interface ou au milieu des éléments,
- l'opérande XFEM du mot clé CONTACT
- l'intégration par sous-éléments (issus de XFEM) d'une grandeur dépendant d'une variable de commande
- les différents schémas d'intégration pour les termes de contact (NEUD, SIMPSON, NCOTES)
- les formulations avec lagranges sur les arêtes et celles avec lagranges sur les nœuds (du maillage initial)
- les paramètres de la formulation généralisée (coefficients de régularisation et de stabilisation pour le contact et pour le frottement),
- le calcul simultané des zones décollées, en contact glissant, et en contact adhérent
- le post-traitement, notamment le calcul de la réaction normale RN ,
- l'algorithme de satisfaction de la condition LBB aux transitions décollée/contact et glissant/adhérent,
- la méthode de lagrangien augmenté et la méthode pénalisée pour le traitement du contact-frottement.

1 Problème de référence en 2D

1.1 Géométrie



La structure est un rectangle constitué de deux plaques de même matériau, séparées par une interface.

Les dimensions de la plaque, sur laquelle les pressions sont appliquées, sont :
 $LX = 80\text{mm}$, $LY = 40\text{mm}$

La seconde plaque, assimilée à un bâti, a les dimensions suivantes :
 $LX = 80\text{mm}$, $LY' = 10\text{mm}$

La position des points de référence sous la surface de contact (mm) est :

	x	y
A	0	0
B	1.25	0
C	5.	0
D	7.5	0
E	11.25	0

1.2 Propriétés de matériaux

Plaque:

Coefficient de Poisson : 0.2

Module d'Young : $1.3 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

Bâti:

Coefficient de Poisson : 0.0

Module d'Young : $1.0 \cdot 10^{16} \text{ N/m}^2$

Le coefficient de frottement sous le plan est $\mu = 1.0$.

1.3 Conditions aux limites et chargements

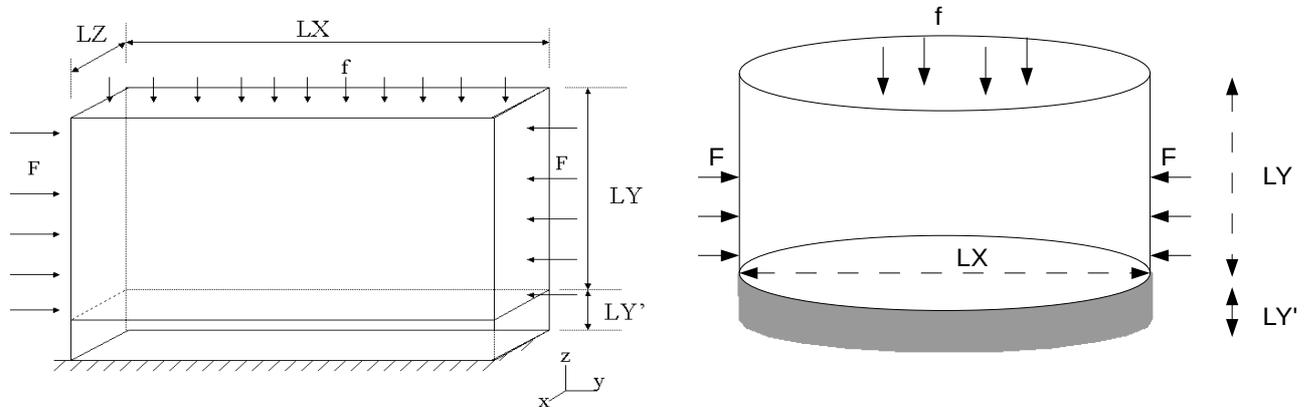
Le bâti, de même largeur que la plaque, est bloqué par un encastrement de sa face inférieure.

La plaque est soumise à deux pressions réparties :

- une pression verticale agissant sur la face du dessus : $f = -5 \text{ daN/mm}^2$,
- une pression horizontale agissant sur les faces latérales, pour $y > 0$, $F = \pm 15 \text{ daN/mm}^2$ (suivant le principe de compression)

2 Problème de référence en 3D

2.1 Géométrie



On prend en compte deux cas.

Le première géométrie est obtenue par extrusion de la géométrie du problème 2D , la structure est alors un parallélépipède rectangle.

La deuxième géométrie est obtenue par une révolution autour de l'axe y de la géométrie du problème 2D , la structure est alors un cylindre.

Dans les deux cas la structure est constituée de deux matériaux, séparés par une interface. Les dimensions de la partie supérieure sur laquelle les pressions sont appliquées, sont fixes :
 $LX = 80\text{mm}$, $LY = 40\text{mm}$ et $LZ = 1\text{mm}$

La partie inférieure assimilée à un bâti, a les dimensions suivantes :
 $LX = 80\text{mm}$, $LY' = 10\text{mm}$ et $LZ = 1\text{mm}$

La position des points de référence sous la surface de contact (mm) est :

	x	y	z
<i>A</i>	0	0	0
<i>B</i>	1.25	0	0
<i>C</i>	5.	0	0
<i>D</i>	7.5	0	0
<i>E</i>	11.25	0	0

2.2 Propriétés de matériaux

Plaque:

Coefficient de Poisson : 0.2
Module d'Young : $1.3 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

Bâti:

Coefficient de Poisson : 0.0
Module d'Young : $1.0 \cdot 10^{16} \text{ N/m}^2$
Le coefficient de frottement sous le plan est $\mu = 1.0$.

2.3 Conditions aux limites et chargements

Le bâti, de même largeur que la plaque, est bloqué par un encastrement de sa face inférieure.

Pour la modélisation S, on impose en plus, le déplacement sur les nœuds du bâti sous l'interface xfem, à zéro. Très concrètement, les relations cinématiques suivantes sont imposées sur les nœuds du bâti (tous enrichis Heaviside) : $DX_{NO} - HX_{NO} = 0$, $DY_{NO} - HY_{NO} = 0$ et $DZ_{NO} - HZ_{NO} = 0$. Ces relations cinématiques ne garantissent pas un déplacement nul, sur l'interface XFEM modélisant le bâti. Par conséquent, on conserve le contraste matériau du § 2.2 , en attendant l'amélioration de l'imposition des conditions limites de Dirichlet sur les éléments XFEM (des développements à venir, autour de l'imposition des conditions limites de Dirichlet, devraient permettre de résoudre cette problématique).

En 3D , pour éviter un calcul trop lourd :

- le déplacement suivant l'axe Z n'est bloqué que sur la face supérieure,

La plaque est soumise à deux pressions réparties :

- une pression verticale agissant sur la face du dessus : $f = -5 \text{ daN/mm}^2$,
- une horizontale agissant sur les faces latérales, pour $y > 0$, $F = \pm 15 \text{ daN/mm}^2$ (suivant le principe de compression).

3 Solution de référence

3.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence provient des résultats obtenus par la modélisation A (2D) et F (3D), à savoir une modélisation `D_PLAN` en 2D et 3D en 3D sous le mot clé `FORMULATION='CONTINUE'` de l'opérateur `DEFI_CONTACT`.

3.2 Résultats de référence

Déplacements tangentiels (selon X) aux points $A B C D E$ de la surface de contact.
Réaction normale au point milieu.

4 Modélisation A

4.1 Caractéristiques de la modélisation

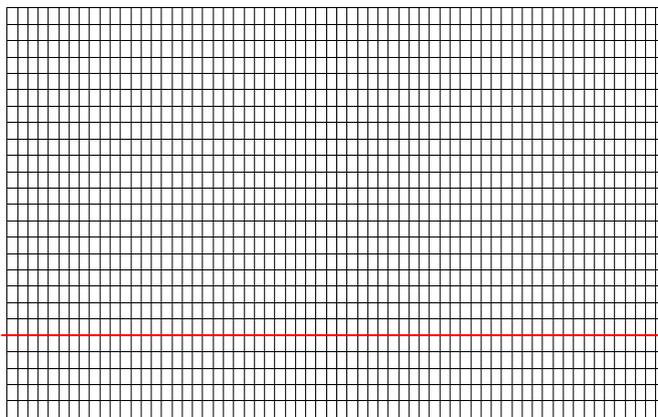
Modélisation : `D_PLAN` pour tester l'opérande '`CONTINUE`' du mot-clé `FORMULATION` sous l'opérateur `DEFI_CONTACT` pour des éléments `SEG2`.

La plaque et le bâti sont maillés avec des éléments `QUAD4`.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 975

Nombre de mailles et types : 832 `QUAD4` pour la plaque et le bâti.



4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Aster
<i>RN</i> au point milieu	1.04864 E+5
<i>DX</i> au point <i>A</i>	2.84595 E-5
<i>DX</i> au point <i>B</i>	2.70793 E-5
<i>DX</i> au point <i>C</i>	2.27403 E-5
<i>DX</i> au point <i>D</i>	1.97271 E-5
<i>DX</i> au point <i>E</i>	1.53641 E-5

4.4 Remarque

Ces résultats servent de référence pour les quatre modélisations qui suivent.

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : D_PLAN pour tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION sous l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments SEG2 .

La structure est un rectangle sain, dans lequel une fissure sera introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. La fissure est présente à une distance $LY = 40\text{ mm}$ du bord supérieur de la plaque.

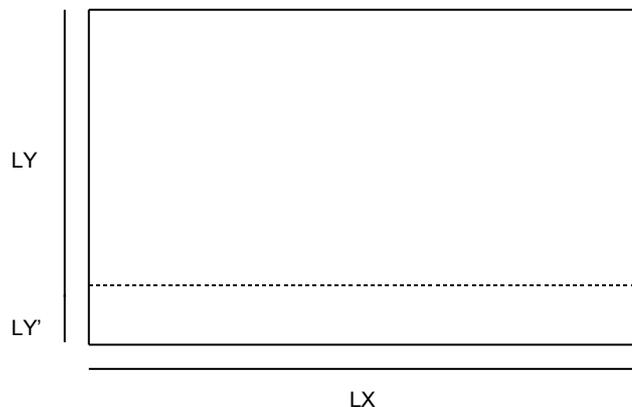
Les deux matériaux sont introduits grâce à la variable de commande 'NEUT1' sous le mot-clé AFFE_VARC de la commande AFFE_MATERIAU [U4.43.03]. Les valeurs prises par cette variable de commande sont données par un champ aux nœuds prenant la valeur de la level set normale.

Le champ des valeurs de la level set normale est défini à l'aide de la commande CREA_CHAM [U4.72.4] et de son mot-clé NOM_CHAM='LNNO' .

Les paramètres du matériau (E et ν , le coefficient de Poisson) sont des fonctions de la variable de commande 'NEUT1'. Le matériau est défini par le mot-clé ELAS_FO de la commande DEFI_MATERIAU [U4.43.01].

Le fond de fissure est situé en dehors de la structure, ce qui permet une séparation totale. Cette modélisation est telle que la fissure se situe à l'interface des éléments.

La plaque et le bâti sont maillés avec des éléments QUAD4 64×25 .



Les dimensions sont les suivantes :

Plaque :

$LX = 80\text{ mm}$ et $LY = 40\text{ mm}$

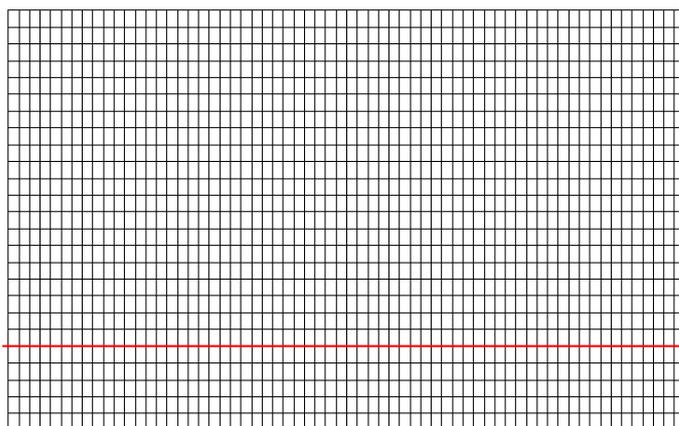
Bâti:

$LX = 80\text{ mm}$ et $LY' = 10\text{ mm}$

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1690

Nombre de mailles et types : 1600 QUAD4 pour la plaque et le bâti et 178 SEG2 pour les bords.



5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance (%)
<i>RN</i> au point milieu	1.04864 E+5	0.1
<i>DX</i> au point <i>A</i>	2.84595 E-5	2,0
<i>DX</i> au point <i>B</i>	2.70793 E-5	2,0
<i>DX</i> au point <i>C</i>	2.27403 E-5	2,0
<i>DX</i> au point <i>D</i>	1.97271 E-5	2,0
<i>DX</i> au point <i>E</i>	1.53641 E-5	2,0

6 Modélisation C

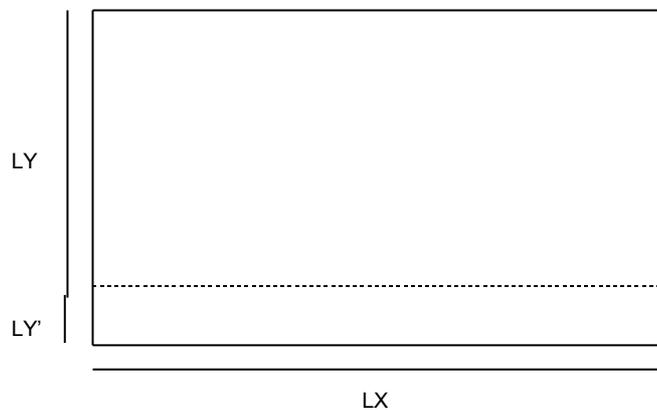
6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : `D_PLAN` pour tester l'opérande `'XFEM'` du mot-clé `FORMULATION` sous l'opérateur `DEFI_CONTACT` pour des éléments `SEG2`.

La structure est un rectangle sain, dans lequel une fissure sera introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` [U4.82.08]. La fissure est présente à une distance $LY = 40\text{ mm}$ du bord supérieur de la plaque.

Les deux matériaux sont introduits comme pour la modélisation A. On teste cependant que l'introduction des deux matériaux fonctionne avec l'opérande `COMPORTEMENT` dans l'opérateur `STAT_NON_LINE`.

Le fond de fissure est situé en dehors de la structure, ce qui permet une séparation totale. Cette modélisation est telle que la fissure se situe au milieu des éléments.



Les dimensions sont les suivantes :

Plaque :

$$LX = 80\text{ mm} \text{ et } LY = 40\text{ mm}$$

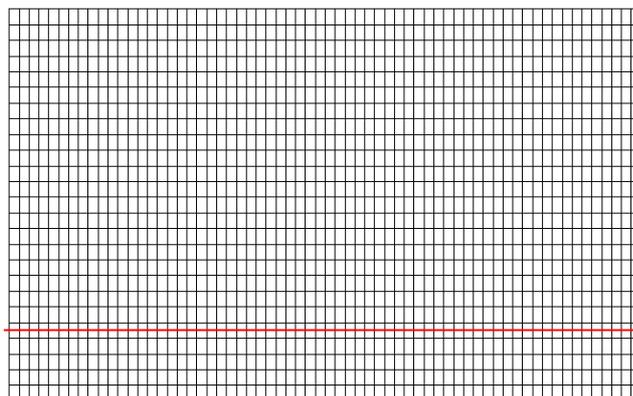
Bâti:

$$LX = 80\text{ mm} \text{ et } LY' = \frac{3}{325}\text{ mm}$$

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1625

Nombre de mailles et types : 1536 `QUAD4` pour la plaque et le bâti et 176 `SEG2` pour les bords.



Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance (%)
<i>DX</i> au point <i>A</i>	2.84595 E-5	2,0
<i>DX</i> au point <i>B</i>	2.70793 E-5	2,0
<i>DX</i> au point <i>C</i>	2.27403 E-5	2,0
<i>DX</i> au point <i>D</i>	1.97271 E-5	2,0
<i>DX</i> au point <i>E</i>	1.53641 E-5	2,0

7 Modélisation D

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : D_PLAN pour tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION sous l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments SEG2 .

La structure est un rectangle, dans lequel une fissure sera introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. La fissure est présente à une distance $LY = 40\text{mm}$ du bord supérieur de la plaque.

Les deux matériaux sont introduits comme pour la modélisation A.

Le fond de fissure est situé en dehors de la structure, ce qui permet une séparation totale. Cette modélisation est telle que la fissure se situe à l'interface des éléments.

Les dimensions sont les suivantes :

Plaque :

$LX = 80\text{ mm}$ et $LY = 40\text{ mm}$

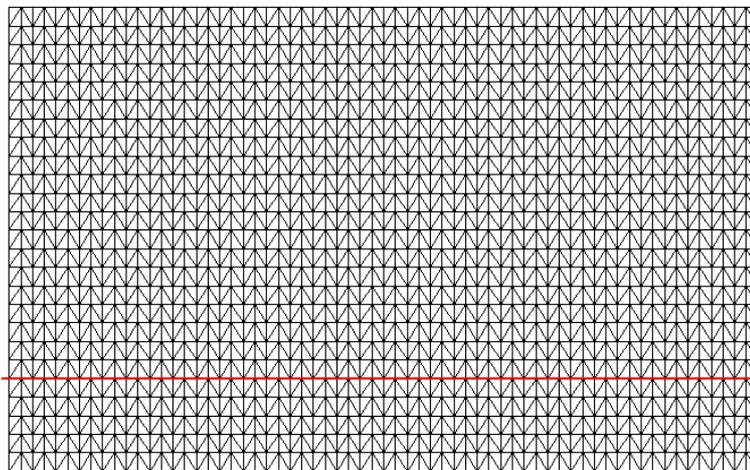
Bâti:

$LX = 80\text{ mm}$ et $LY' = 10\text{ mm}$

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1690

Nombre de mailles et types : 3200 TRIA3 pour la plaque et le bâti et 178 SEG2 pour les bords.



7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance (%)
RN au point milieu	1.04864 E+5	10.0
DX au point A	2.84595 E-5	1.0
DX au point B	2.70793 E-5	1.0
DX au point C	2.27403 E-5	1.0
DX au point D	1.97271 E-5	1.0
DX au point E	1.53641 E-5	1.0

7.4 Remarques

Dans ce cas des oscillations du coefficient de Lagrange pour la pression apparaissent. Le point sur lequel la réaction RN est comparée à la référence est un point « bas » dans l'oscillation. Les points voisins ont une erreur d'environ $+8\%$.

Notons que l'on peut vérifier en diminuant le pas du maillage que la condition LBB est respectée : les oscillations diminuent en amplitude.

8 Modélisation E

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : D_PLAN pour tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION sous l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments SEG2 .

La structure est un rectangle sain, dans lequel une fissure sera introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. La fissure est présente à une distance $LY = 40\text{mm}$ du bord supérieur de la plaque.

Les deux matériaux sont introduits comme pour la modélisation A.

Le fond de fissure est situé en dehors de la structure, ce qui permet une séparation totale. Cette modélisation est telle que la fissure se situe au milieu des éléments.

Les dimensions sont les suivantes :

Plaque :

$$LX = 80\text{ mm} \text{ et } LY = 40\text{mm}$$

Bâti:

$$LX = 80\text{ mm} \text{ et } LY' = \frac{3}{325}\text{mm}$$

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1625

Nombre de mailles et types : 3072 TRIA3 pour la plaque et le bâti et 176 SEG2 pour les bords.



8.3 Grandeurs testées et résultats

Dans ce test, on valide le contact XFEM pour une fissure non-coïncidente avec le maillage.

Identification	Référence	Tolérance (%)
RN au point milieu	1.04864 E+5	5.0
DX au point A	2.84595 E-5	1.0
DX au point B	2.70793 E-5	1.0
DX au point C	2.27403 E-5	1.0
DX au point D	1.97271 E-5	1.0

DX au point E

1.53641 E-5

1.0

9 Modélisation F

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : 3D pour tester l'opérande 'CONTINUE' du mot-clé FORMULATION sous l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments HEXA8 .

La géométrie, les conditions aux limites et les chargements sont ceux du problème de référence 3D décrit paragraphe §5 'Problème de référence en 3D'.

La plaque et le bâti sont maillés avec des éléments HEXA8.

Le blocage des mouvements de corps rigide se fait en bloquant le déplacement suivant l'axe Z , soit DZ pour les 4 nœuds aux coins de la face supérieure. Il faut bloquer ces modes pour la première itération de contact, au cours de laquelle le frottement n'est pas activé. Ensuite, le frottement empêche ces mouvements.

Ce cas sert de référence pour les cas 3D XFEM suivants.

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1950

Nombre de mailles et types : 832 HEXA8 pour la plaque et le bâti.

1108 QUAD4 pour les éléments de bord.

9.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Aster
DX au point A	3.06970 E-5
DX au point B	2.92588 E-5
DX au point C	2.47360 E-5
DX au point D	2.15871 E-5
DX au point E	1.70045 E-5

9.4 Remarques

Pour les calculs en 3D, les conditions aux limites $DZ=0$ (pour se ramener à un problème 2D) ne sont pas respectées pour éviter une allocation de mémoire trop importante. On en impose un minimum pour bloquer les mouvements de corps rigide.

Ces résultats servent de références pour les deux modélisations suivantes.

10 Modélisation G

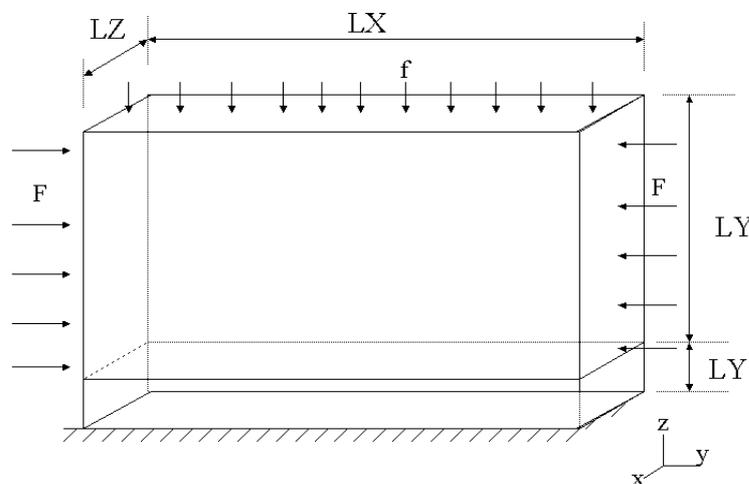
10.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : 3D pour tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION sous l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments HEXA8 .

La géométrie, les conditions aux limites et les chargements sont ceux du problème de référence 3D décrit paragraphe §5 'Problème de référence en 3D' .

Les deux matériaux sont introduits comme pour la modélisation A.

10.2 Géométrie



La structure est un parallélépipède sain, dans lequel une fissure sera introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. La fissure est présente à une distance $LY = 40\text{mm}$ du bord supérieur de la plaque.

Le fond de fissure est situé en dehors de la structure, ce qui permet une séparation totale. Cette modélisation est telle que la fissure se situe à l'interface des éléments.

Les dimensions sont les suivantes :

Plaque :

$LX = 80\text{mm}$, $LY = 40\text{mm}$ et $LZ = 1\text{mm}$

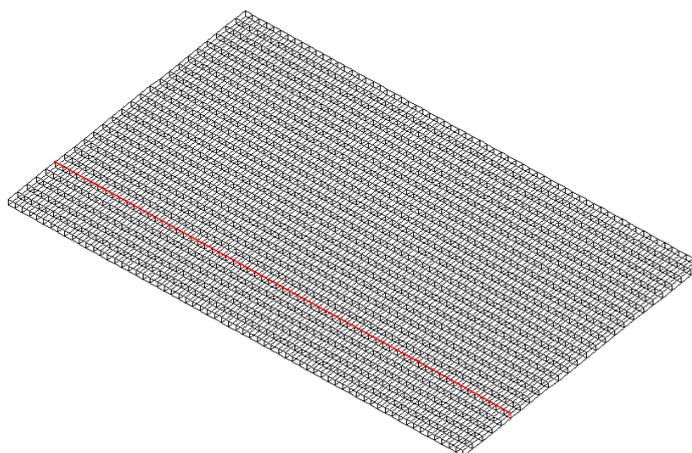
Bâti:

$LX = 80\text{mm}$, $LY' = 10\text{mm}$ et $LZ = 1\text{mm}$

10.3 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 3380

Nombre de mailles et types : 1600 HEXA8 pour la plaque et le bâti et
1778 QUAD4 pour les faces de bords .



10.4 Grandeurs testées et résultats

Dans ce test, on valide le contact `XFEM` pour une fissure coïncidente avec le maillage en 3D .

Identification	Référence	Tolérance (%)
DX au point <i>A</i>	3.06970 E-5	1.0
DX au point <i>B</i>	2.92588 E-5	1.0
DX au point <i>C</i>	2.47360 E-5	1.0
DX au point <i>D</i>	2.15872 E-5	1.0
DX au point <i>E</i>	1.70046 E-5	1.0

11 Modélisation H

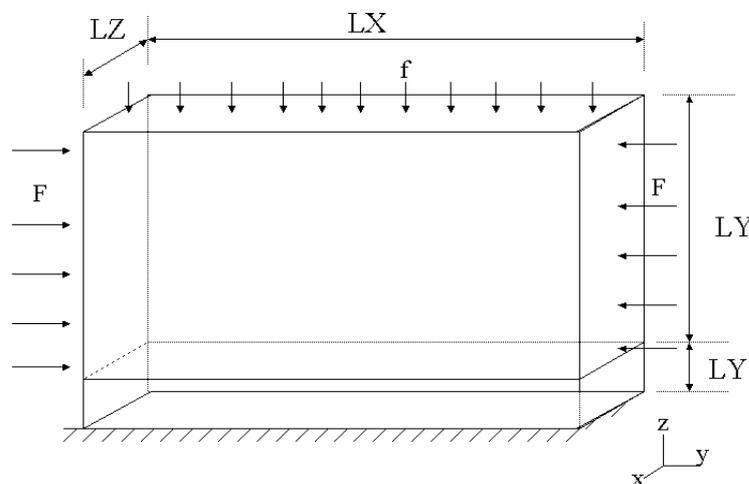
11.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : 3D pour tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION sous l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments HEXA8 .

La géométrie, les conditions aux limites et les chargements sont ceux du problème de référence 3D décrit paragraphe §5 'Problème de référence en 3D' .

Les deux matériaux sont introduits comme pour la modélisation A.

11.2 Géométrie



La structure est un parallélépipède sain, dans lequel une fissure sera introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. La fissure est présente à une distance $LY = 40\text{mm}$ du bord supérieur de la plaque.

Le fond de fissure est situé en dehors de la structure, ce qui permet une séparation totale. Cette modélisation est telle que la fissure se situe au milieu des éléments.

Les dimensions sont les suivantes :

Plaque :

$$LX = 80\text{mm}, LY = 40\text{mm} \text{ et } LZ = 1\text{mm}$$

Bâti:

$$LX = 80\text{mm}, LY' = \frac{3}{325}\text{mm} \text{ et } LZ = 1\text{mm}$$

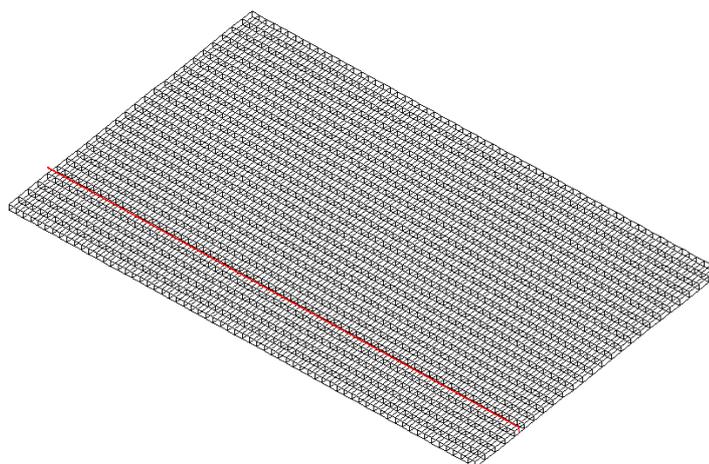
11.3 Caractéristiques du maillage

Pour ce cas, le maillage a été réduit afin de limiter le temps de calcul. En conséquence, les nœuds B et E ne sont plus dans le maillage et les déplacements en ces points ne sont pas calculés.

Nombre de nœuds : 858

Nombre de mailles et types : 384 HEXA8 pour la plaque et le bâti

472 QUAD4 pour les faces de bords



11.4 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance (%)
DX au point A	3.06970 E-5	1.0
DX au point C	2.47360 E-5	1.0
DX au point D	2.15872 E-5	1.0

12 Modélisation I

12.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : 2D axisymétrique pour tester l'opérande 'CONTINUE' du mot-clé FORMULATION dans l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments TRIA3.

La géométrie, les conditions aux limites et les chargements sont ceux du problème de référence 3D cylindre décrit paragraphe §5 'Problème de référence en 3D'.

La symétrie cylindrique du problème permet de ramener le problème 3D de départ à un problème 2D axisymétrique.

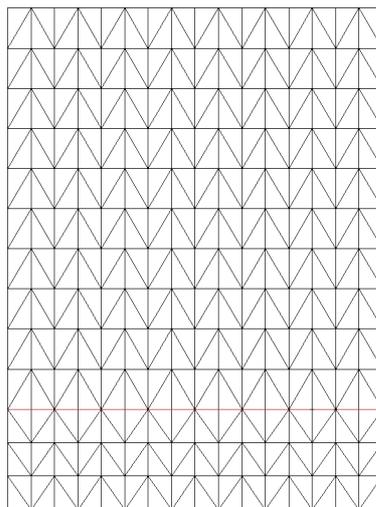
La plaque et le bâti sont maillés avec des éléments TRIA3.

Ce cas sert de référence pour le cas 3D XFEM de la modélisation J.

12.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds: 255

Nombre de mailles et types : 416 TRIA3 pour la plaque et le bâti.
58 SEG2 pour les éléments de bord.



12.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Aster
DX au point A	-2.3713E-05
DX au point C	-1.8445E-05
DX au point D	-1.568E-05

12.4 Remarque

Ces résultats servent de références pour la modélisation J.

13 Modélisation J

13.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : 3D quart de cylindre pour tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION dans l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments TETRA4 .

La géométrie, les conditions aux limites et les chargements sont ceux du problème de référence 3D cylindre décrit paragraphe 5 'Problème de référence en 3D' .

Cependant le test est effectué sur un quart de cylindre plutôt que sur le cylindre entier. Cette simplification permet d'économiser du temps et de la mémoire sur les cas test de la base.

Des conditions limites de symétries sont appliquées sur les plans de coupe afin de simuler la présence de la totalité du cylindre.

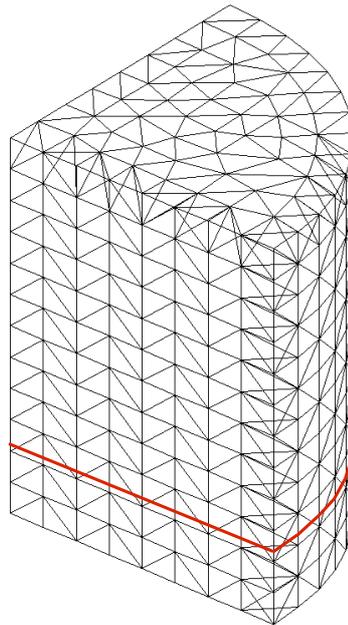
La plaque et le bâti sont maillés avec des éléments TETRA4.

13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds: 873

Nombre de mailles et types : 3613 TETRA4 pour la plaque et le bâti.

918 TRIA3 pour les éléments de bord.



13.3 Conditions limites

Rappelons que le déplacement sous X-FEM est la somme d'un déplacement continu et d'un déplacement discontinu. Dans le cas d'une interface, sans fond de fissure, l'approximation du déplacement s'écrit de la façon suivante :

$$u^h(x) = \sum_{i \in N_n(x)} a_i \phi_i(x) + \sum_{j \in N_n(x) \cap K} b_j \phi_j(x) H(lsn(x))$$

Où:

a_i et b_i sont les degrés de liberté de déplacement au nœud i

ϕ_i les fonctions de forme associées au nœud i .

$N_n(x)$ est l'ensemble des nœuds dont le support contient le point x

K est l'ensemble des nœuds dont le support est entièrement coupé par la fissure

$H(x)$ est la fonction Heaviside généralisée définie par
$$H(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ +1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$l_{sn}(x)$ est la valeur de la level-set normale au point x

Pour plus de détails, se référer à la documentation de référence X-FEM [R7.02.12].

Dans ce test, on impose des conditions de symétrie sur les faces latérales du quart de cylindre. Avec X-FEM, ces conditions ne se traduisent pas par imposer $DX=0$ ou $DY=0$ sur ces faces. En effet, le déplacement sous X-FEM étant la somme d'un déplacement continu et d'un déplacement discontinu, il est possible d'avoir un déplacement nul en tous les nœuds du maillage mais un déplacement interpolé non nul au milieu d'une maille enrichie.

Pour que le déplacement horizontal selon l'axe x soit nul juste au dessus de la level set (le raisonnement est analogue pour un déplacement selon l'axe y) en ayant imposé $DX=0$ sur tous les nœuds, il est nécessaire et suffisant d'ajouter la relation $a_x + b_x = 0$ pour tous les nœuds situés sous la level set dans les mailles traversées par la fissure.

On n'ajoute pas de relation analogue pour imposer à zéro le déplacement juste en dessous de la level set car le bâti est extrêmement rigide devant le reste de la structure et donc ne se déforme pas.

Cette relation est ajoutée grâce au mot clé `LIAISON_GROUP` de l'opérateur `AFFE_CHAR_MECA`.

Ce cas est traité en X-FEM grands glissements, contrairement à toutes les modélisations X-FEM précédentes. Il sert à valider l'approche pour résoudre le conflit entre l'algorithme de la condition LBB et les changements de statuts de frottements (adherent/glissant) proposé dans la documentation [R4.03.53].

La prise en compte des grands glissements n'est physiquement pas utile mais cela sert à tester les nouveaux algorithmes pour le traitement du frottement. On rappelle que dans ce cas il n'y a pas de réactualisation des seuils de frottement et que la matrice globale n'est pas symétrique.

13.4 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance (%)
DX au point A	-2.3713E-05	1.0
DX au point C	-1.8445E-05	1.0
DX au point D	-1.568E-05	5.0

13.5 Remarques

La position du point D pour l'approche X-FEM n'est pas exactement située en $X=7.5\text{ mm}$, cela explique l'écart plus important pour ce point par rapport aux points A et B entre l'approche FEM axisymétrique et l'approche X-FEM quart de cylindre.

Le cas X-FEM est découpé dans un maillage non structuré. On a donc aucun contrôle sur l'action de l'algorithme de la condition LBB imposant des relations d'égalités sur les Lagrangiens de contact et de frottement. Ce test permet de valider les choix théoriques décrits dans la doc [R4.03.53].

Une autre difficulté concerne les directions de glissements qui sont radiales et par conséquent non parallèles. Ce test permet aussi de valider la stratégie de la formulation des Lagrangiens aux nœuds sommets qui permet de ne plus imposer de relation linéaire en dure (l'algorithme de la condition LBB n'impose plus que des relations d'égalité).

14 Modélisation K

14.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : D_PLAN_XFEM_CONT pour tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION de l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments SEG2 .

La structure est un rectangle sain, dans lequel une fissure sera introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. La fissure est présente à une distance $LY = 40\text{mm}$ du bord supérieur de la plaque.

Les deux matériaux sont introduits comme pour la modélisation A.

Le fond de fissure est situé en dehors de la structure, ce qui permet une séparation totale. Cette modélisation est telle que la fissure se situe à l'interface des éléments.

La méthode pénalisée est utilisée pour le traitement du contact-frottement.

Les dimensions sont les suivantes :

Plaque :

$LX = 80\text{mm}$ et $LY = 40\text{mm}$

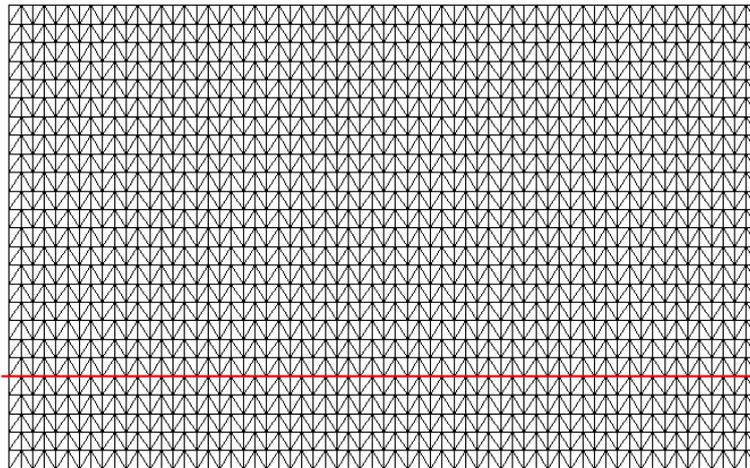
Bâti:

$LX = 80\text{mm}$ et $LY = 10\text{mm}$

14.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1690

Nombre de mailles et types : 3200 TRIA3 pour la plaque et le bâti et 178 SEG2 pour les bords.



14.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance (%)
<i>RN</i> au point milieu	1.04864 E+5	10.0
<i>DX</i> au point <i>A</i>	2.84595 E-5	1.0
<i>DX</i> au point <i>B</i>	2.70793 E-5	1.0
<i>DX</i> au point <i>C</i>	2.27403 E-5	1.0
<i>DX</i> au point <i>D</i>	1.97271 E-5	1.0
<i>DX</i> au point <i>E</i>	1.53641 E-5	1.0

15 Modélisation L

15.1 Caractéristiques de la modélisation

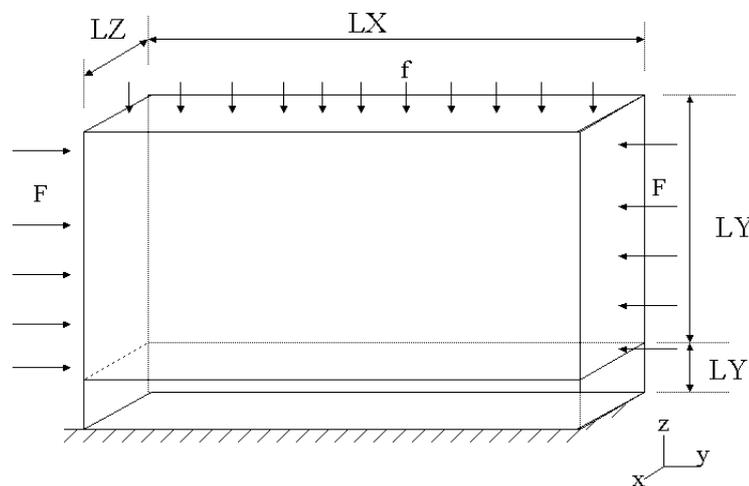
Modélisation : 3D pour tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION sous l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments HEXA8 .

La géométrie, les conditions aux limites et les chargements sont ceux du problème de référence 3D décrit paragraphe 5 'Problème de référence en 3D' .

Les deux matériaux sont introduits comme pour la modélisation A.

La méthode pénalisée est utilisée pour le traitement du contact-frottement.

15.2 Géométrie



La structure est un parallélépipède sain, dans lequel une fissure sera introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. La fissure est présente à une distance $LY = 40\text{mm}$ du bord supérieur de la plaque.

Le fond de fissure est situé en dehors de la structure, ce qui permet une séparation totale. Cette modélisation est telle que la fissure se situe au milieu des éléments.

Les dimensions sont les suivantes :

Plaque :

$LX = 80\text{mm}$, $LY = 40\text{mm}$ et $LZ = 1\text{mm}$

Bâti:

$LX = 80\text{mm}$, $LY' = \frac{1}{19}LY$ et $LZ = 1\text{mm}$

15.3 Caractéristiques du maillage

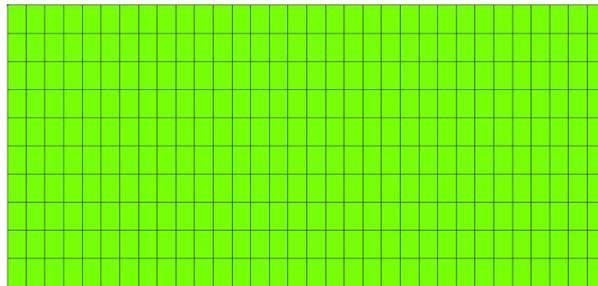
Pour ce cas, le maillage a été réduit afin de limiter le temps de calcul. En conséquence, les nœuds B et E ne sont plus dans le maillage et les déplacements en ces points ne sont pas calculés.

De plus, Δy la taille des éléments dans la direction y a été choisi de sorte que l'interface entre la plaque et le bâti passe au milieu d'un élément que le bâti mesure la moitié d'un élément suivant la direction y . On a ainsi :

$$LY' = \frac{\Delta y}{2}$$

Nombre de nœuds : 726

Nombre de mailles et types : 320 HEXA8 pour la plaque et le bâti
404 QUAD4 pour les faces de bords



y
z x

15.4 Conditions limites

Rappelons que le déplacement sous X-FEM est la somme d'un déplacement continu et d'un déplacement discontinu. Dans le cas d'une interface, sans fond de fissure, l'approximation du déplacement s'écrit de la façon suivante :

$$u^h(x) = \sum_{i \in N_n(x)} a_i \Phi_i(x) - \sum_{i \in \Omega^+(x) \cap K} b_i \Phi_i(x) 2 \chi_-(x) + \sum_{i \in \Omega^-(x) \cap K} b_i \Phi_i(x) 2 \chi_+(x)$$

Où:

a_i et b_i sont les degrés de liberté de déplacement au nœud i

Φ_i les fonctions de forme associées au nœud i .

$\chi_{\pm}(x)$ les fonctions caractéristiques des côtés + et - de la fissure,

$\Omega^{\pm}(x)$ les demi-espaces + et - déterminés par la fissure,

$N_n(x)$ est l'ensemble des nœuds dont le support contient le point x ,

K est l'ensemble des nœuds dont le support est entièrement coupé par la fissure

Pour plus de détails, se référer à la documentation de référence X-FEM [R7.02.12].

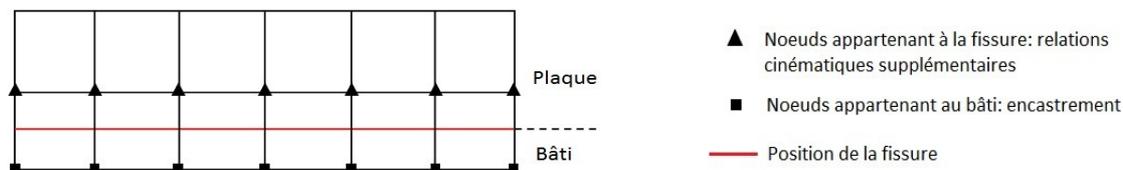
Le bâti rigide, de même largeur que la plaque, est bloqué entièrement par un encastrement. Les DDL de déplacement des nœuds du bâti selon X et Y sont mis à 0 :

$$DX_{NBATI} = 0 \text{ et } DY_{NBATI} = 0$$

Des équations supplémentaires sont écrites sur les DDL des nœuds des éléments coupés par la fissure, afin que le déplacement soit nul partout sur la partie inférieure de ces éléments correspondant au bâti. Très concrètement les relations cinématiques qui imposent qu'en tout point bâti sous l'interface le déplacement est bien nul sont les suivantes :

$$DX_{NPLAQUE} - 2HX_{NPLAQUE} = 0 \quad DY_{NPLAQUE} - 2HY_{NPLAQUE} = 0$$

La figure suivante montre les nœuds qui portent ces relations cinématiques.



15.5 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance (%)
DX au point A	3.06970 E-5	1.0
DX au point C	2.47360 E-5	1.0
DX au point D	2.15872 E-5	1.0

16 Modélisation M

16.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : `D_PLAN_XFEM_CONT` pour tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé `FORMULATION` sous l'opérateur `DEFI_CONTACT` pour des éléments `SEG3`.

La structure est un rectangle sain, dans lequel une fissure sera introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` [U4.82.08]. La fissure est présente à une distance $LY = 40\text{mm}$ du bord supérieur de la plaque.

Les deux matériaux sont introduits comme pour la modélisation A.

Le fond de fissure est situé en dehors de la structure, ce qui permet une séparation totale. Cette modélisation est telle que la fissure se situe à l'interface des éléments.

Les dimensions sont les suivantes :

Plaque :

$LX = 80\text{ mm}$ et $LY = 40\text{ mm}$

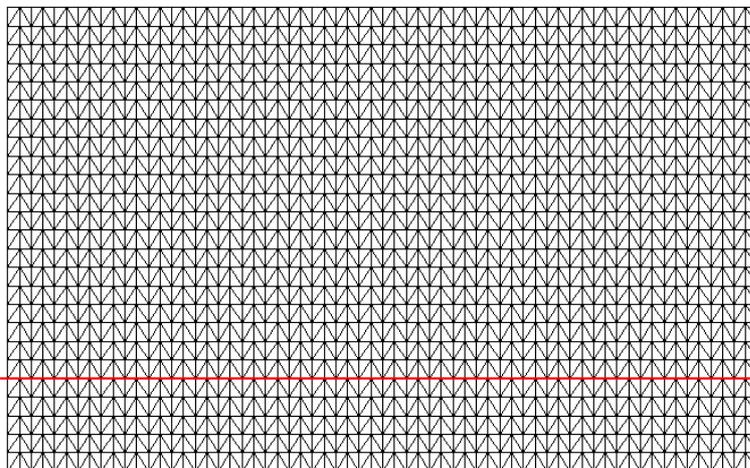
Bâti:

$LX = 80\text{ mm}$ et $LY' = 10\text{ mm}$

16.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1690

Nombre de mailles et types : 3200 `TRIA6` pour la plaque et le bâti et 178 `SEG3` pour les bords.



16.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance (%)
DX au point <i>A</i>	2.8617 E-5	1,0
DX au point <i>B</i>	2.7229 E-5	1,0
DX au point <i>C</i>	2.2855 E-5	1,0
DX au point <i>D</i>	1.9805 E-5	1,0
DX au point <i>E</i>	1.5411 E-5	1,0

Les valeurs de référence sont issues de la modélisation FEM quadratique.

17 Modélisation N

17.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : D_PLAN_XFEM_CONT pour tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION sous l'opérateur DEFI_CONTACT pour des éléments SEG3.

La structure est un rectangle sain, dans lequel une fissure sera introduite directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. La fissure est présente à une distance $LY = 40\text{mm}$ du bord supérieur de la plaque.

Les deux matériaux sont introduits comme pour la modélisation A.

Le fond de fissure est situé en dehors de la structure, ce qui permet une séparation totale. Cette modélisation est telle que la fissure se situe au milieu des éléments.

Les dimensions sont les suivantes :

Plaque :

$$LX = 80\text{ mm} \text{ et } LY = 40\text{ mm}$$

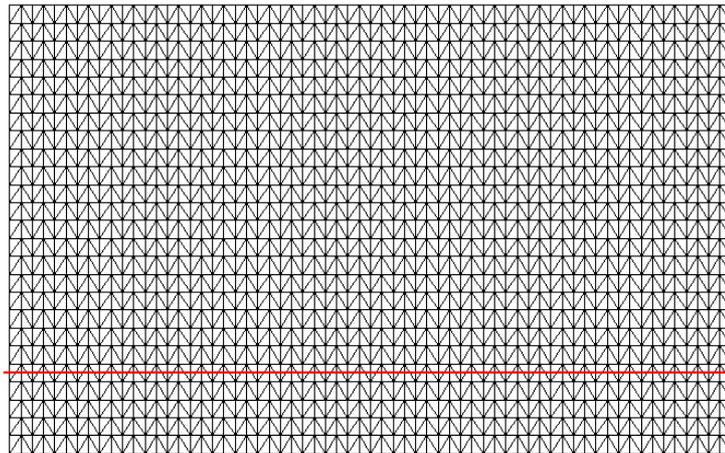
Bâti:

$$LX = 80\text{ mm} \text{ et } LY' = \frac{3}{325}\text{ mm}$$

17.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1625

Nombre de mailles et types : 3072 TRIA6 pour la plaque et le bâti et 176 SEG3 pour les bords.



17.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Tolérance (%)
DX au point <i>A</i>	2.8617 E-5	1,0
DX au point <i>B</i>	2.7229 E-5	1,0
DX au point <i>C</i>	2.2855 E-5	1,0
DX au point <i>D</i>	1.9805 E-5	1,0
DX au point <i>E</i>	1.5411 E-5	1,0

Les valeurs de référence sont issues de la modélisation FEM quadratique.

18 Modélisation P

18.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit de la même modélisation que la modélisation J, on est toujours en grands glissements, mais avec une formulation pénalisée cette fois. On utilise une formulation aux noeuds.

18.2 Caractéristiques du maillage

Il s'agit du même maillage que celui de la modélisation J.

18.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs de références et les tolérances sont identiques à la modélisation J.

Identification	Référence	Tolérance (%)
DX au point A	-2.3713E-05	1.0
DX au point C	-1.8445E-05	1.0
DX au point D	-1.568E-05	5.0

19 Modélisation R

19.1 Caractéristiques de la modélisation

Nous reprenons des caractéristiques identiques à la modélisation H, mis à part le maillage qui est quadratique. L'objectif est donc de tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION sous l'opérateur DEFI_CONTACT, avec frottement (FROTTEMENT='COULOMB') pour une modélisation 3D, mais avec une discrétisation P2P1 (CONTACT='P2P1' renseigné dans MODI_MODELE_XFEM), ce qui différencie cette modélisation de la modélisation H.

Pour rappel, la géométrie, les conditions aux limites et les chargements sont ceux définis en section 22, correspondant au problème de référence 3D décrit paragraphe §5 'Problème de référence en 3D'.

19.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est celui de la modélisation H que l'on a rendu quadratique. Comme pour la modélisation H, les nœuds B et E ne sont plus dans le maillage et les déplacements en ces points ne sont pas calculés.

19.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les résultats avec les références de la modélisation F. L'erreur est de quelques pour-cents (1% max) compte-tenu de la différence d'interpolation du déplacement, qui est quadratique pour cette modélisation et linéaire pour la référence.

Identification	Référence	Tolérance (%)
<i>DX</i> au point <i>A</i>	-2.3713E-05	1.0
<i>DX</i> au point <i>C</i>	-1.8445E-05	1.0
<i>DX</i> au point <i>D</i>	-1.568E-05	1.0

20 Modélisation S

20.1 Caractéristiques de la modélisation

Nous reprenons des caractéristiques identiques à la modélisation R, mais en traitant le problème en grands glissements. Pour récapituler, l'objectif est donc de tester l'opérande 'XFEM' du mot-clé FORMULATION sous l'opérateur DEFI_CONTACT, avec frottement (FROTTEMENT='COULOMB') pour une modélisation 3D, avec une discrétisation P2P1 (CONTACT='P2P1' renseigné dans MODI_MODELE_XFEM), mais en grands glissements (REAC_GEOM='CONTROLE' renseigné dans DEFI_CONTACT) ce qui différencie cette modélisation de la modélisation R.

Pour rappel, la géométrie, les conditions aux limites et les chargements sont ceux définis en section 22, correspondant au problème de référence 3D décrit paragraphe §5 'Problème de référence en 3D'.

20.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est celui de la modélisation H que l'on a rendu quadratique. Comme pour la modélisation H, les nœuds B et E ne sont plus dans le maillage et les déplacements en ces points ne sont pas calculés.

20.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les résultats avec les références de la modélisation F. L'erreur est de quelques pour-cents (3% max) compte-tenu de la différence d'interpolation du déplacement, qui est quadratique pour cette modélisation et linéaire pour la référence.

Identification	Référence	Tolérance (%)
<i>DX</i> au point <i>A</i>	-2.3713E-05	2.0
<i>DX</i> au point <i>C</i>	-1.8445E-05	3.0
<i>DX</i> au point <i>D</i>	-1.568E-05	3.0

21 Synthèse des résultats

Le cas test ssnv209 permet d'observer les trois états des conditions de contact, à savoir le décollement, le contact glissant et le contact adhérent. Il met également en jeu des modélisations 2D et 3D avec des éléments de différentes natures (quadrangles, triangles, parallélépipèdes) dans le cadre de X-FEM.

Ce cas test permet de mettre en évidence des résultats satisfaisants pour des modélisations 2D et 3D, en particulier la satisfaction de la condition LBB pour la modélisation du contact-frottant avec X-FEM.

Les objectifs de ce test sont atteints :

- 1) avec une erreur relative par rapport à la solution de référence de moins de 1% pour les déplacements,
- 2) que la fissure soit au milieu d'un élément ou à l'interface,
- 3) que la modélisation soit en 2D ou en 3D,
- 4) que la formulation place les inconnues de contact aux arêtes des éléments ou aux nœuds,
- 5) avec plusieurs schéma d'intégration pour les termes de contact (NOEUD, SIMPSON, NCOTES),
- 6) en utilisant les coefficients (frottement et pression) de la formulation généralisée (COEF_REGU_CONT, COEF_STAB_CONT, COEF_REGU_FROT, COEF_STAB_FROT),
- 7) en utilisant les méthodes de lagrangien augmenté et de pénalisation pour le traitement du contact-frottement.