

---

---

## SSNV142 - Essai de fluage propre : modèle Granger

---

---

### Résumé :

Ce cas test de mécanique quasi-statique non linéaire simule un essai de fluage uniaxial. Il a pour objectif de valider la relation de comportement de « Granger », permettant de modéliser le fluage propre des bétons. Ce modèle viscoélastique linéaire (groupement de modèles rhéologiques de Kelvin en série) permet de prendre en compte les effets de la contrainte, de la température et de l'hygrométrie.

Dans ce test, la contrainte appliquée, la température et l'état hygrométrique sont constants.

Dans les modélisations :

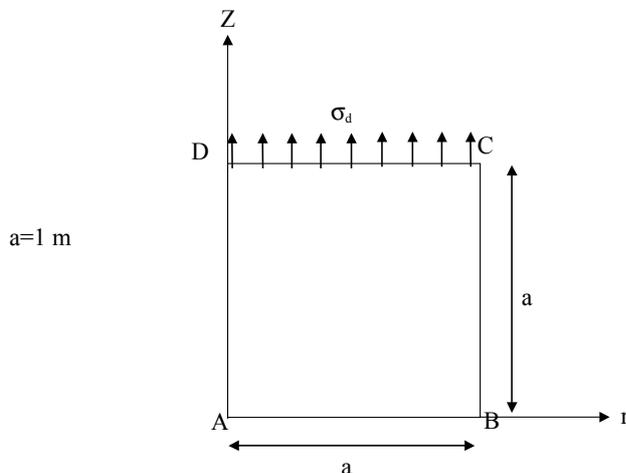
- A : le cylindre est modélisé en axi-symétrique par quatre éléments quadrangles à 8 nœuds.
- B : la structure est une barre,
- C : c'est une poutre multifibre POU\_D\_EM.
- D : traite le même problème sur un cube 3D .
- E : c'est une poutre multifibre POU\_D\_TGM.

Les résultats obtenus par *Code\_Aster* sont comparés avec la solution analytique de référence.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

État uniaxial : éprouvette cylindrique ou volume élémentaire 3D ou barre, de dimension unité.



### 1.2 Propriétés de matériaux

Elasticité isotrope  
 $E = 31000 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.2$

Relation de comportement de fluage propre  
« Granger ».

$$J_1 = 3,226 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$$

$$\tau_1 = 432000 \text{ s}$$

$$J_2 = 6,452 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$$

$$\tau_2 = 4320000 \text{ s}$$

Tableau 1.2-1

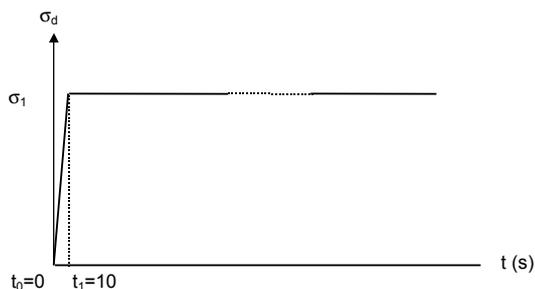
On ne tient compte ni du phénomène de vieillissement, ni de l'effet de la température dans la relation de comportement de Granger.

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le côté  $AB$  :  $u_z = 0$

On impose uniformément sur la structure une température constante de  $T = 20^\circ \text{C}$  et une hygrométrie constante  $h = 1$ .

On charge en traction de 0 à  $20 \text{ MPa}$  en  $10 \text{ s}$ . (pression imposée telle que  $\sigma_{zz} = -\sigma_1 \cdot t$ ) et on maintient le chargement pendant 1 an.



## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Étant donnée la nature des sollicitations, la solution (contraintes  $\sigma$ , déformations  $\varepsilon$ ) est homogène.

$$\text{Soit le chargement : } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_d(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le modèle de fluage propre de Granger est tel que la déformation viscoélastique correspondant au cas d'un chargement constant  $\sigma_0$  appliqué à l'instant  $t_0$  vaut : (cf. [R7.01.01])

$$\varepsilon^{fl}(t) = \sigma_0 \sum_{k=1}^8 J_k \cdot \left( 1 - \exp \left[ -\frac{t-t_0}{\tau_s} \right] \right)$$

Le modèle dépend également de la température et de l'hygrométrie de la manière suivante :

$$\varepsilon^{fl}(t) = \sigma_0 h \cdot \frac{T-248}{45} \cdot \sum_{k=1}^8 J_k \cdot \left( 1 - \exp \left[ -\frac{t-t_0}{\tau_s} \right] \right)$$

mais dans ce test les champs de température et d'hygrométrie sont choisis constants et tels que  $h$  et  $\frac{T-248}{45}$  valent respectivement 1.

Lorsque la contrainte évolue avec le temps alors :

$$\varepsilon^{fl}(t) = \sum_{k=1}^8 \int_{\tau=0}^t J_k \cdot \left( 1 - \exp \left[ -\frac{t-\tau}{\tau_s} \right] \right) \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \cdot d\tau$$

on a donc pour le cas présent :

$$\varepsilon_{yy}^{fl} = \sum_{k=1}^2 \int_{\tau=0}^{t=t_1} J_k \cdot \left( 1 - \exp \left[ -\frac{t-\tau}{\tau_s} \right] \right) \cdot \frac{\sigma_1}{t_1} \cdot d\tau$$

le chargement restant constant au-delà de  $t_1$ . Soit :

$$\varepsilon_{yy}^{fl} = \sigma_1 \sum_{k=1}^{k=2} J_k \cdot \left( 1 - \exp \left( -\frac{t-t_1}{\tau_s} \right) \right) \underbrace{\frac{\tau_k}{t_1} \left( 1 - \exp \left( -\frac{t_1}{\tau_s} \right) \right)}_{\approx 1}$$

Une déformation longitudinale de fluage s'accompagne d'une déformation transversale telle que :

$$\varepsilon_{xx}^{fl} = -\nu \varepsilon_{yy}^{fl}$$

La déformation totale uniaxiale vaut :  $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{yy}^{fl} + \frac{\sigma_{yy}}{E}$

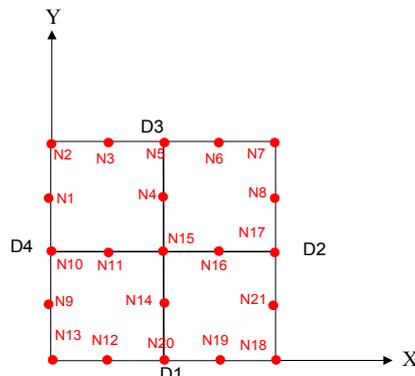
### 2.2 Résultats de référence

On s'intéressera aux valeurs des déformations de fluage à 45 jours, 245 jours et 365 jours.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- Sur la face  $D1$ , déplacement en  $Y$  nul
- Sur la face  $D3$ , traction imposée

On impose de plus une température uniforme et constante de  $20^{\circ}C$  et un champ de séchage uniforme et constant de 1 sur la structure. La courbe de sorption-désorption (donnée utilisateur) permet de passer de la variable séchage à l'hygrométrie.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21  
Nombre de mailles et types 4 QUAD4

Tableau 3.2-1

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de  $\varepsilon_{xx}^{fl}$  et  $\varepsilon_{yy}^{fl}$  au nœud  $N5$ , pour les instants 45, 245 et 365 jours.

Variables	numéro d'ordre	Référence
$\varepsilon_{xx}^{fl}$	10	2.82E-004
$\varepsilon_{yy}^{fl}$	10	-1.41E-003
$\varepsilon_{xx}^{fl}$	50	3.85E-004
$\varepsilon_{yy}^{fl}$	50	-1.925872 E-3
$\varepsilon_{xx}^{fl}$	74	$3.86922 \cdot 10^{-04}$
$\varepsilon_{yy}^{fl}$	74	$-1.9346 \cdot 10^{-03}$

Tableau 3.3-1

## 4 Modélisation B

---

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Un élément de barre de longueur 1 et de section unité, suivant  $Ox$ .

On impose de plus une température uniforme et constante de  $20^{\circ}C$  et un champ de séchage uniforme et constant de 1 sur la structure. La courbe de sorption-desorption (donnée utilisateur) permet de passer de la variable séchage à l'hygrométrie.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2  
Nombre de mailles et types : 1 SEG2

Tableau 4.2-1

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de  $DX$  aux numéros d'ordre correspondant à 365 jours.

Variables	numéro d'ordre	Référence
DX	74	-2.58 E-03

Tableau 4.3-1

## 5 Modélisation C

---

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Un élément de poutre multi-fibre (POU\_D\_EM) de longueur 1 et de section unité, suivant  $Ox$ .  
On impose de plus une température uniforme et constante de  $20^{\circ}C$  et un champ de séchage uniforme et constant de 1. La courbe de sorption-desorption (donnée utilisateur) permet de passer de la variable séchage à l'hygrométrie.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2  
Nombre de mailles et types : 1 SEG2

Tableau 5.2-1

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs aux numéros d'ordre correspondant à 365 jours.

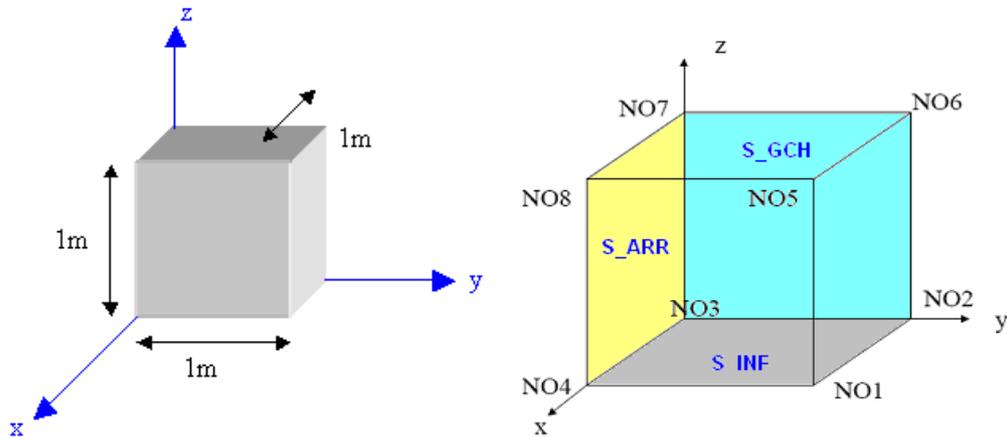
Variables	numéro d'ordre	Référence
$DX$	74	-2.58E-003

Tableau 5.3-1

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D



Hauteur :  $h=1.00\text{ m}$  Largeur :  $l=1.00\text{ m}$  Epaisseur :  $e=1.00\text{ m}$

On définit les mailles suivantes :

S\_ARR NO3 NO7 NO8 NO4  
S\_AVT NO1 NO2 NO6 NO5  
S\_DRT NO1 NO5 NO8 NO4  
S\_GCH NO3 NO2 NO6 NO7  
S\_INF NO1 NO2 NO3 NO4  
S\_SUP NO5 NO6 NO7 NO8

Les conditions aux limites en déplacement imposées sont :

Sur la face S\_INF :  $DZ=0$

Sur la face S\_ARR :  $DY=0$

Sur la face S\_GCH :  $DX=0$

Le chargement est constitué du même champ de séchage et de la même FORCE\_FACE appliquée au S\_SUP . On impose uniformément sur la structure une température constante de  $T=20\text{ }^{\circ}\text{C}$  et une hygrométrie constante  $h=1$  .

On charge en compression de 0 à 20 MPa en 10 s . et on maintient le chargement pendant 1 an.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :

21

Nombre de mailles et types

1 HEXA8 6 QUAD4

Tableau 6.2-1

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de  $\varepsilon_{xx}^f$  et  $\varepsilon_{zz}^f$  au nœud *NO6*, pour les instants 45, 245 et 365 jours.

Variables	Jour	Numéro d'ordre	Référence
$\varepsilon_{xx}^f$	45	10	2.82160e-4
$\varepsilon_{zz}^f$	45	10	-1.41079e-03
$\varepsilon_{xx}^f$	245	50	3.8520e-04
$\varepsilon_{zz}^f$	245	50	-1.92587e-03
$\varepsilon_{xx}^f$	365	74	3.8692e-04
$\varepsilon_{zz}^f$	365	74	-1.934608e-03

Tableau 6.3-1

## 7 Modélisation E

---

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Un élément de poutre multifibre (POU\_D\_TGM) de longueur 1 et de section unité, suivant  $Ox$ .

On impose une température uniforme et constante de  $20^{\circ}C$  et un champ de séchage uniforme et constant de 1. La courbe de sorption-désorption (donnée utilisateur) permet de passer de la variable séchage à l'hygrométrie.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2  
Nombre de mailles et types 1 SEG2

Tableau 7.2-1

### 7.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs aux numéros d'ordre correspondant à 365 jours.

Variables	numéro d'ordre	Référence
$DX$	74	-2.58E-003

Tableau 7.3-1

## 8 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus avec *Code\_Aster* sont proches de ceux de la solution de référence (écarts  $< 0.05\%$  )