

---

## SSNV128 - Plaque avec contact et frottement sur un plan rigide

---

### Résumé :

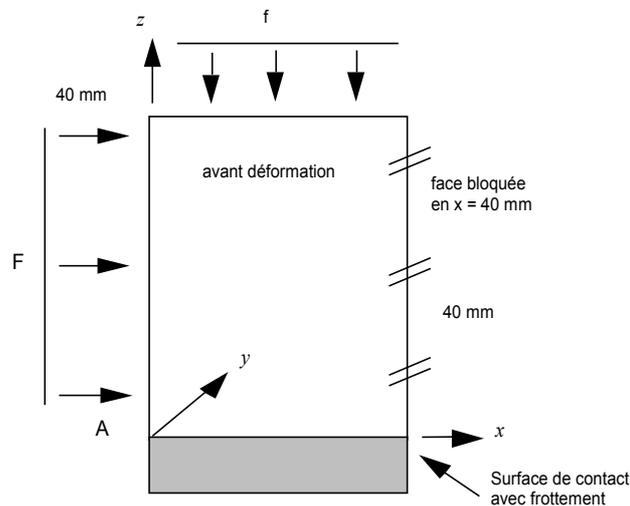
Ce problème correspond à une analyse quasi-statique d'un problème de mécanique avec contact et frottement. Une plaque carrée est comprimée sur un plan indéformable où elle subit des forces de contact et de frottement. Ce test s'appuie sur des résultats 2D issus d'une moyenne de codes.

Ce test comporte des modélisations permettant de tester :

- les modélisations 2D (QUAD4, QUAD8, TRIA3 et TRIA6) et les modélisations 3D (HEXA8, HEXA20, HEXA27, PENTA6, PENTA15, TETRA4 et TETRA10),
- les algorithmes de traitement du contact avec frottement 'LAGRANGIEN', 'PENALISATION' et 'CONTINUE',
- la réactualisation géométrique du contact
- différentes options de l'algorithme d'appariement
- différentes options spécifiques au cas du frottement

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Côté de la plaque (carrée)  $a=0,04 \text{ m}$ .

Position des points de référence sous la surface de contact ( m )

	$x$	$y$	$z$
$A$	0	0	0
$B$	0,00125	0	0
$C$	0,005	0	0
$D$	0,0075	0	0
$E$	0,01125	0	0
$R$	0,03875	0	0

### 1.2 Propriétés des matériaux

**Plaque :**

Coefficient de Poisson : 0,2  
Module d'Young :  $1,3 \times 10^{11} \text{ N.m}^{-2}$

**Bâti** (uniquement dans le cas où il est modélisé par des éléments de même dimension que la plaque) :

Coefficient de Poisson : 0.2  
Module d'Young :  $10^{16} \text{ N.m}^{-2}$

Le coefficient de frottement sous le plan rigide est  $\mu=1$ .

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Le bâti, lorsqu'il est de dimension  $N-1$  par rapport à la dimension de la plaque, est bloqué :

- par un encastrement complet.

Le bâti, lorsqu'il est de même dimension que la plaque, est bloqué :

- dans le plan  $x=40 \text{ mm}$  pour les déplacements selon  $x$  (symétrie du problème) ;
- par un encastrement de sa face inférieure.

La plaque est bloquée :

- dans le plan  $x=40 \text{ mm}$  pour les déplacements selon  $x$  (symétrie du problème) ;
- suivant  $Y$  au nœud situé à l'intersection du plan de symétrie, de la face de contact et du plan  $Z=0$  pour empêcher les mouvements de corps rigide.

En 3D, pour se ramener à un problème 2D :

- le déplacement suivant  $Z$  est bloqué pour tous les nœuds.

La plaque est soumise à deux pressions réparties :

- une verticale agissant sur la face du dessus :  $f = -5 * 10^7 \text{ N.mm}^{-2}$  ;
- une horizontale agissant sur la face initialement en  $x=0$ ,  $F = 15 * 10^7 \text{ N.mm}^{-2}$ .

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul

La solution de référence provient de résultats obtenus par une moyenne sur d'autres codes de calcul [bib1].

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Déplacements tangentiels (selon  $x$ ) aux points  $A B C D E$  de la surface de contact (référence externe).

Statut de contact, jeu et réaction de contact au point  $R$  pour certaines modélisations (non-régression).

Pressions de contact aux points  $A B C D E$  de la surface de contact pour les modélisations avec usure (non-régression).

### 2.3 Incertitudes sur la solution

Importante (moyenne de codes).

### 2.4 Référence bibliographique

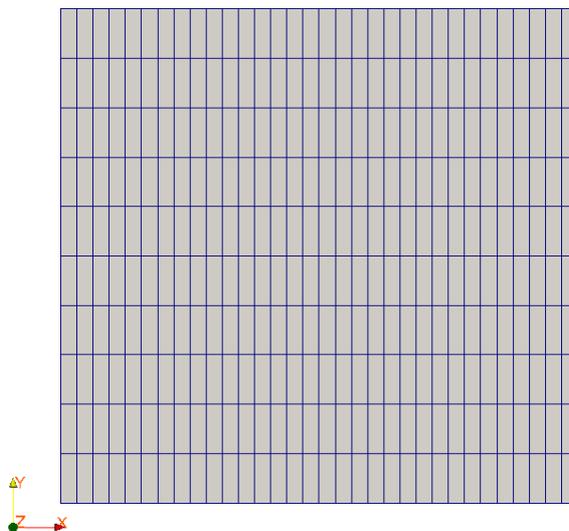
[1] R.A. FEIJOO H.J.C. BARBOSA et N. ZOUAIN « Numerical formulations for contact problems with friction » Journal of Theoretical and Applied Mechanics GAUTHIER-VILLARS.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est D\_PLAN, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 3.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 396

Nombre de mailles et types : 320 QUAD4 pour la plaque et 32 SEG2 pour le bâti.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant -2.0	'NON_REGRESSION'	1,138E-5	1,0E-9 %
<i>JEU</i> au point <i>R</i> instant 1.0	'NON_REGRESSION'	0	1,0E-12
<i>CONT</i> au point <i>R</i> instant 1.0	'NON_REGRESSION'	1	1,0E-5 %
<i>RN</i> au point <i>R</i> instant 1.0	'NON_REGRESSION'	1,049E+5	1,0E-5 %
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
----------------	-------------------	---------------------	-----------

<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Troisième calcul (normale maître-esclave, réactualisation géométrique contrôlée, algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Quatrième calcul (normale maître-esclave, réactualisation géométrique contrôlée, algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

On teste également la projection en considérant l'avant-dernier nœud esclave à droite.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
PROJ_X de VALE_CONT 1.0 instant	'ANALYTIQUE'	3.88E-002	1,0E-6 %
PROJ_Y de VALE_CONT 1.0 instant	'ANALYTIQUE'	0.00E+000	1,0E-6 %

## 3.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

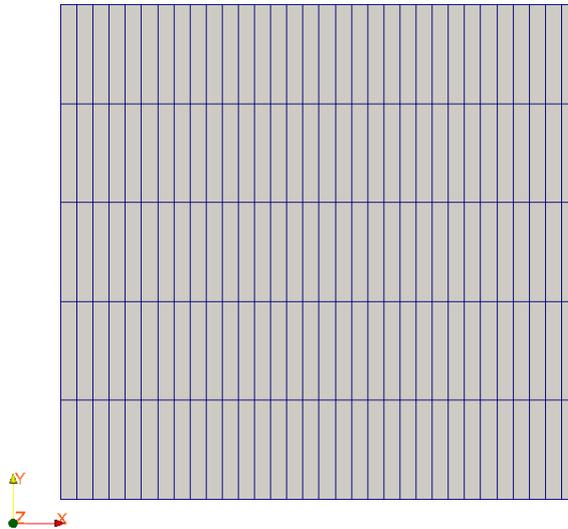
Les résultats obtenus en pénalisation (coefficient de pénalisation de l'ordre de  $a * E$ ) sont proches des résultats avec dualisation du contact-frottement.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est D\_PLAN, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 4.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 558

Nombre de mailles et types : 160 QUAD8 pour la plaque et 1 SEG3 pour le bâti.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (réactualisation géométrique contrôlée, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (réactualisation géométrique contrôlée, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Troisième calcul (pas de réactualisation géométrique, algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Quatrième calcul (pas de réactualisation géométrique, algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

## 4.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

Les résultats obtenus en pénalisation (coefficient de pénalisation du frottement de l'ordre de  $a * E$ ) sont proches des résultats avec dualisation du contact-frottement.

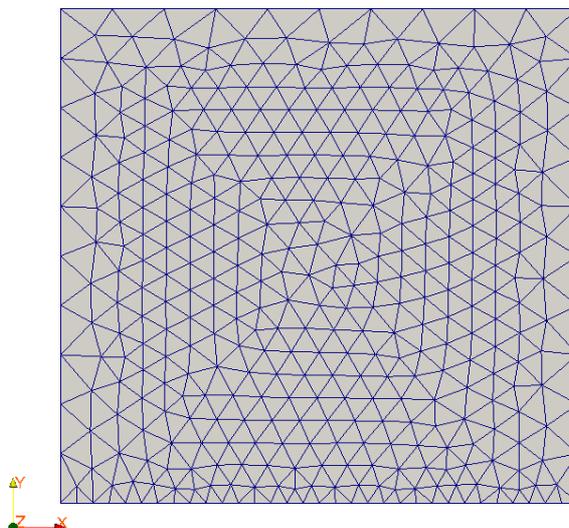
Le calcul sans réactualisation géométrique valide ici l'hypothèse de petits glissements.

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est `D_PLAN`, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 5.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 431

Nombre de mailles et types : 732 `TRIA3` pour la plaque et 32 `SEG2` pour le bâti.

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (pas de réactualisation géométrique, algorithme '`LAGRANGIEN`', solveur '`MULT_FRONT`')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (pas de réactualisation géométrique, algorithme '`LAGRANGIEN`', solveur '`LDLT`')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Troisième calcul (algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Quatrième calcul (algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

## 5.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

Les résultats obtenus en pénalisation (coefficient de pénalisation du frottement de l'ordre de  $a * E$ ) sont proches des résultats avec dualisation du contact-frottement.

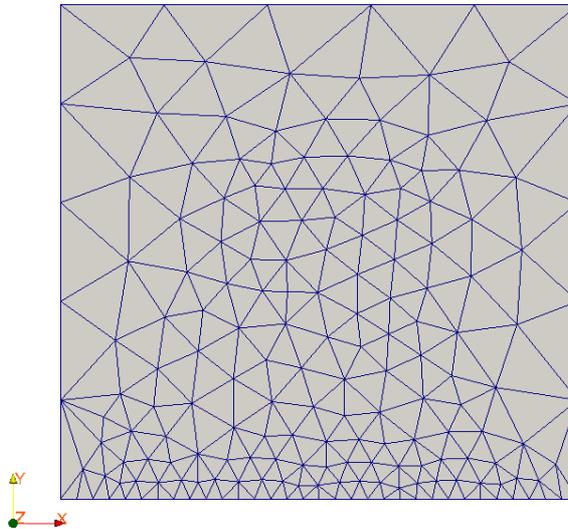
Le calcul sans réactualisation géométrique valide ici l'hypothèse de petits glissements.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est `D_PLAN`, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 6.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 763

Nombre de mailles et types : 325 `TRIA6` pour la plaque et 32 `SEG3` pour le bâti.

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (réactualisation géométrique contrôlée, algorithme '`LAGRANGIEN`', solveur '`MULT_FRONT`')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (réactualisation géométrique contrôlée, algorithme '`LAGRANGIEN`', solveur '`LDLT`')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Troisième calcul (appariement nodal, normale esclave, algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Quatrième calcul (appariement nodal, normale esclave, algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

## 6.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

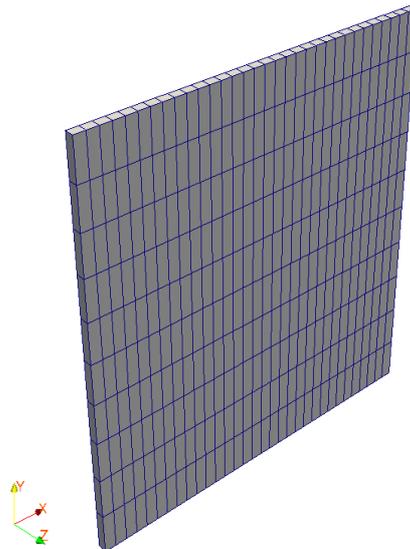
Les résultats obtenus en pénalisation (coefficient de pénalisation du frottement de l'ordre de  $a * E$ ) sont proches des résultats avec dualisation du contact-frottement.

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 7.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 792

Nombre de mailles et types : 320 HEXA8 pour la plaque et 32 QUAD4 pour le bâti.

### 7.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (réactualisation géométrique contrôlée, appariement nodal, normale esclave, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (réactualisation géométrique contrôlée, appariement nodal, normale esclave, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %

$DX$  au point  $E$  instant 1.0 'SOURCE\_EXTERNE' 1,5E-5 5,0 %

Troisième calcul (réactualisation géométrique contrôlée, appariement nodal, algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Quatrième calcul (réactualisation géométrique contrôlée, appariement nodal, algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

## 7.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

Les résultats obtenus en pénalisation (coefficient de pénalisation du frottement de l'ordre de  $a * E$ ) sont proches des résultats avec dualisation du contact-frottement.

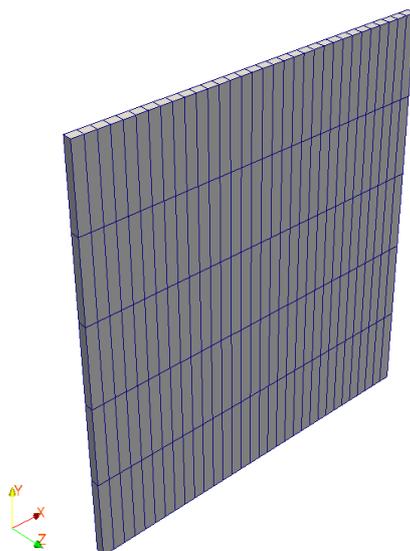
Le problème 3D donne bien des résultats identiques au 2D suite au blocage des degrés de liberté suivant  $DZ$ .

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 8.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 1316

Nombre de mailles et types : 160 HEXA20 pour la plaque et 1 QUAD8 pour le bâti.

### 8.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (réactualisation géométrique contrôlée, normale esclave, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (réactualisation géométrique contrôlée, normale esclave, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %

$DX$  au point  $E$  instant 1.0 'SOURCE\_EXTERNE' 1,5E-5 5,0 %

Troisième calcul (algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Quatrième calcul (algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

## 8.4 Remarques

Les résultats obtenus dans cette modélisation 3D quadratique sont différents de ceux obtenus dans les modélisations précédentes tout en restant dans la tolérance de 5%. Cette différence s'explique par les mailles des surfaces de contact de type QUAD8 qui ne sont pas adaptées (ce qui explique l'alarme émise). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

Les résultats obtenus en pénalisation sont très proches des résultats avec dualisation du contact-frottement. La différence avec les modélisations précédentes est un coefficient de pénalisation plus élevé (coefficient de pénalisation du frottement grand devant  $a * E$ ).

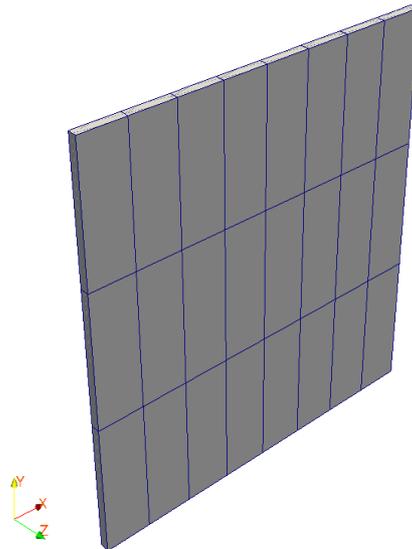
Le problème 3D donne bien des résultats identiques au 2D suite au blocage des degrés de liberté suivant  $DZ$ .

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 9.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 408

Nombre de mailles et types : 24 HEXA27 pour la plaque et 8 QUAD9 pour le bâti.

### 9.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

Second calcul (algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

Troisième calcul (réactualisation géométrique contrôlée, appariement nodal, normale esclave, algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

Quatrième calcul (réactualisation géométrique contrôlée, appariement nodal, normale esclave, algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

## 9.4 Remarques

Les résultats obtenus dans cette modélisation 3D quadratique sont plus proches de la référence que la modélisation précédente par suite de l'utilisation de mailles QUAD9 sur le bord de contact.

Les résultats obtenus en pénalisation sont très proches des résultats avec dualisation du contact-frottement. La différence avec les modélisations précédentes est un coefficient de pénalisation plus élevé (coefficient de pénalisation du frottement grand devant  $a * E$ ).

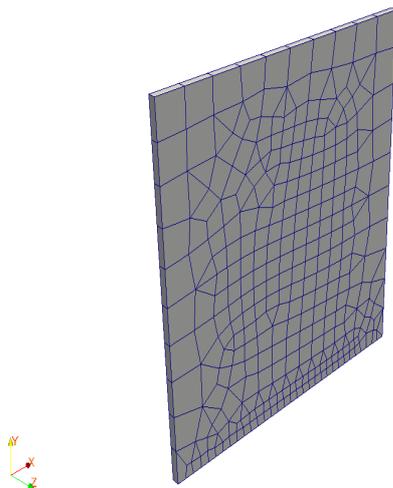
Le problème 3D donne bien des résultats identiques au 2D suite au blocage des degrés de liberté suivant *DZ*.

## 10 Modélisation H

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 10.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 670

Nombre de mailles et types : 279 HEXA8 et 44 PENTA6 pour la plaque et 1 QUAD4 pour le bâti.

### 10.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (réactualisation géométrique contrôlée, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (réactualisation géométrique contrôlée, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Troisième calcul (algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Quatrième calcul (algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

## 10.4 Remarques

Les résultats obtenus dans cette modélisation 3D avec un maillage non structuré mixte sont proches de la référence.

Les résultats obtenus en pénalisation sont très proches des résultats avec dualisation du contact-frottement. La différence avec les modélisations précédentes est un coefficient de pénalisation plus élevé (coefficient de pénalisation du frottement grand devant  $a * E$ ).

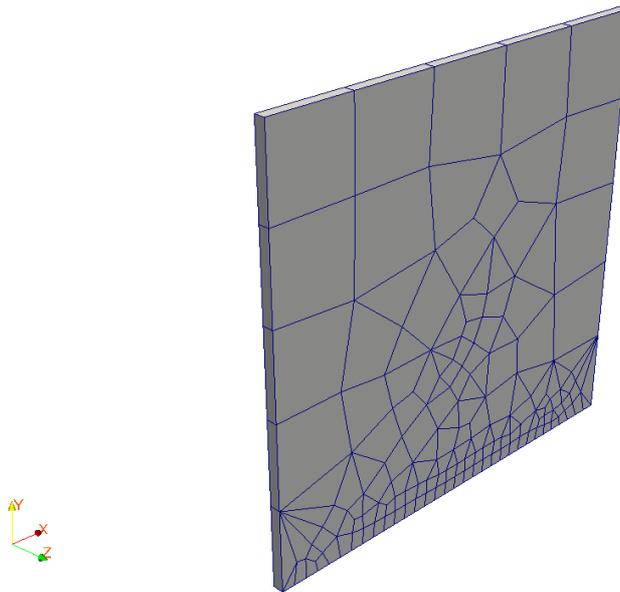
Le problème 3D donne bien des résultats identiques au 2D suite au blocage des degrés de liberté suivant *DZ*.

## 11 Modélisation I

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 11.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 1297

Nombre de mailles et types : 121 HEXA20 et 37 PENTA15 pour la plaque et 32 QUAD8 pour le bâti.

### 11.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (appariement nodal, normale esclave, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (appariement nodal, normale esclave, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Troisième calcul (réactualisation géométrique contrôlée, algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Quatrième calcul (réactualisation géométrique contrôlée, algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

## 11.4 Remarques

Les résultats obtenus dans cette modélisation 3D quadratique sont différents de ceux obtenus dans les modélisations précédentes tout en restant dans la tolérance de 5%. Cette différence s'explique par les mailles des surfaces de contact de type QUAD8 qui ne sont pas adaptées (ce qui explique l'alarme émise). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

Les résultats obtenus en pénalisation sont très proches des résultats avec dualisation du contact-frottement. La différence avec les modélisations précédentes est un coefficient de pénalisation plus élevé (coefficient de pénalisation du frottement grand devant  $a * E$ ).

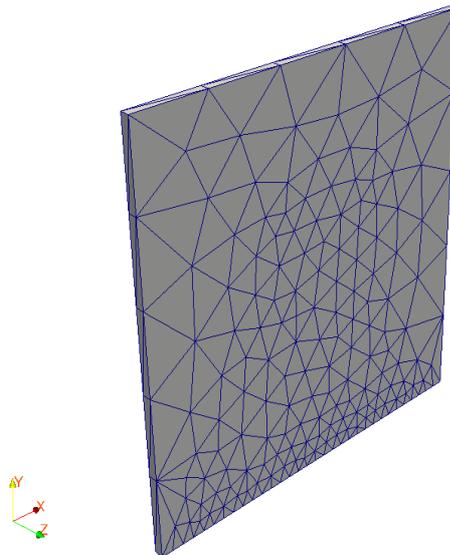
Le problème 3D donne bien des résultats identiques au 2D suite au blocage des degrés de liberté suivant *DZ*.

## 12 Modélisation J

### 12.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 12.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 441

Nombre de mailles et types : 980 TETRA4 et 64 TRIA3 pour le bâti.

### 12.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (réactualisation géométrique contrôlée, appariement nodal, normale esclave, algorithmes 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (réactualisation géométrique contrôlée, appariement nodal, normale esclave, algorithmes 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %

$DX$  au point  $E$  instant 1.0 'SOURCE\_EXTERNE' 1,5E-5 5,0 %

Troisième calcul (algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Quatrième calcul (algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

## 12.4 Remarques

Les résultats obtenus dans cette modélisation 3D avec un maillage non structuré sont moins bon que pour les modélisations précédentes mais restent proches de la référence. Cela peut s'expliquer par le maillage de l'épaisseur qui ne respecte pas la symétrie du problème (tétraèdres).

Les résultats obtenus en pénalisation sont très proches des résultats avec dualisation du contact-frottement. La différence avec les modélisations précédentes est un coefficient de pénalisation plus élevé (coefficient de pénalisation du frottement grand devant  $a * E$ ).

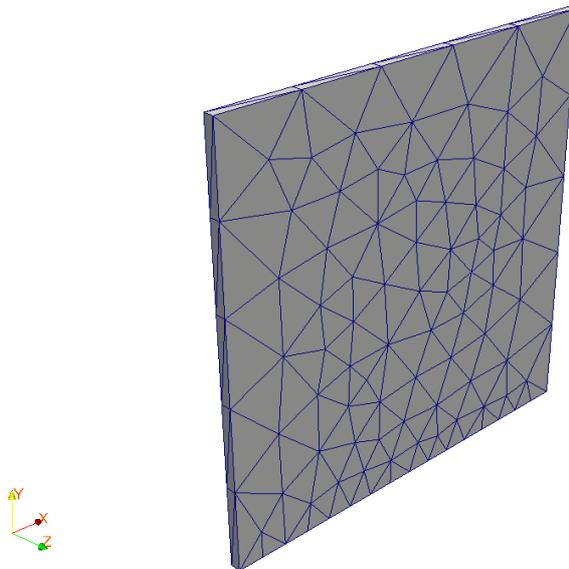
Le problème 3D donne bien des résultats identiques au 2D suite au blocage des degrés de liberté suivant  $DZ$ .

## 13 Modélisation K

### 13.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement, des algorithmes de contact et des solveurs linéaires différents.

### 13.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 1236

Nombre de mailles et types : 526 TETRA10 pour la plaque et 32 TRIA6 pour le bâti.

### 13.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

Second calcul (algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

Troisième calcul (réactualisation géométrique contrôlée, appariement nodal, algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

Quatrième calcul (réactualisation géométrique contrôlée, appariement nodal, algorithme 'PENALISATION', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %

## 13.4 Remarques

Les résultats obtenus dans cette modélisation 3D quadratique non structurée sont proches de la référence.

Les résultats obtenus en pénalisation sont très proches des résultats avec dualisation du contact-frottement. La différence avec les modélisations précédentes est un coefficient de pénalisation plus élevé (coefficient de pénalisation du frottement grand devant  $a * E$ ).

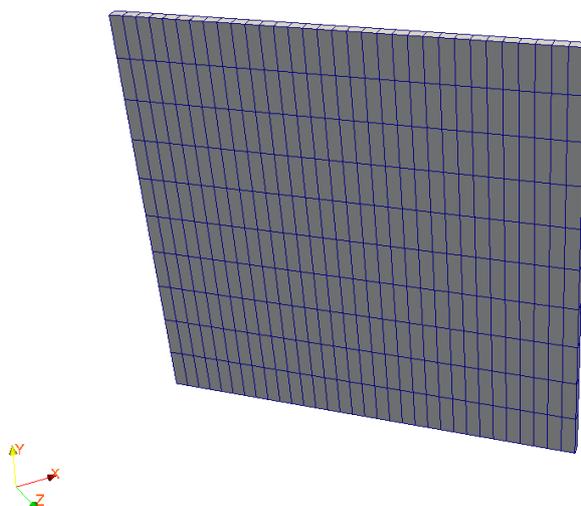
Le problème 3D donne bien des résultats identiques au 2D suite au blocage des degrés de liberté suivant *DZ*.

## 14 Modélisation L

### 14.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté. Deux calculs sont réalisés avec des solveurs linéaires différents. Cette modélisation dérive de la modélisation E, la seule différence réside dans le maillage : il est tourné de 45° autour de  $Oy$ .

### 14.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 792

Nombre de mailles et types : 320 HEXA8 pour la plaque et 32 QUAD4 pour le bâti.

### 14.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

## 14.4 Remarques

Les résultats obtenus sont identiques à ceux de la modélisation E et proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

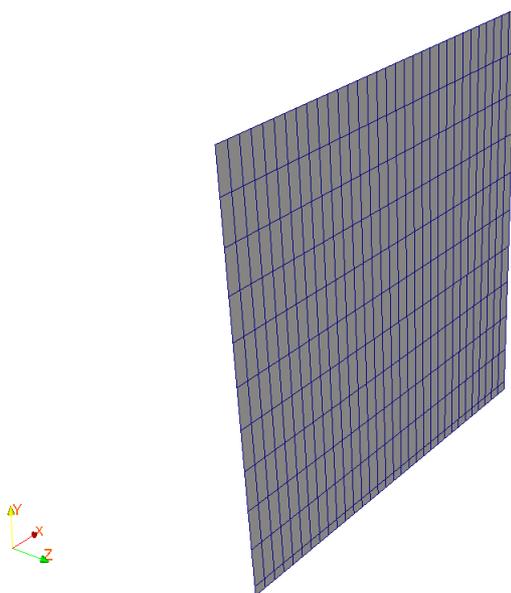
Le problème 3D donne bien des résultats identiques au 2D suite au blocage des degrés de liberté suivant  $DZ$ . De plus ce test valide l'indépendance au maillage (après rotation).

## 15 Modélisation M

### 15.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est `D_PLAN`, le bâti est représenté par un solide de matériau quasi-rigide. Deux calculs sont réalisés avec des solveurs linéaires différents.

### 15.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 429

Nombre de mailles et types : 320 `QUAD4` pour la plaque et 32 `QUAD4` pour le bâti.

### 15.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (réactualisation géométrique contrôlée, formulation '`CONTINUE`', solveur '`MULT_FRONT`')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>JEU</i> au point <i>R</i> instant 1.0	'NON_REGRESSION'	0	1,0E-12
<i>CONT</i> au point <i>R</i> instant 1.0	'NON_REGRESSION'	1	1,0E-5 %
<i>RN</i> au point <i>R</i> instant 1.0	'NON_REGRESSION'	1,049E+5	1,0E-5 %
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (réactualisation géométrique contrôlée, formulation '`CONTINUE`', solveur '`LDLT`')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %

---

<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

---

## 15.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

La formulation continue donne des résultats identiques à la formulation discrète.

La modélisation du bâti par un matériau très raide devant le matériau de la plaque donne des résultats équivalents au cas du bâti rigide dont le seul bord est représenté.

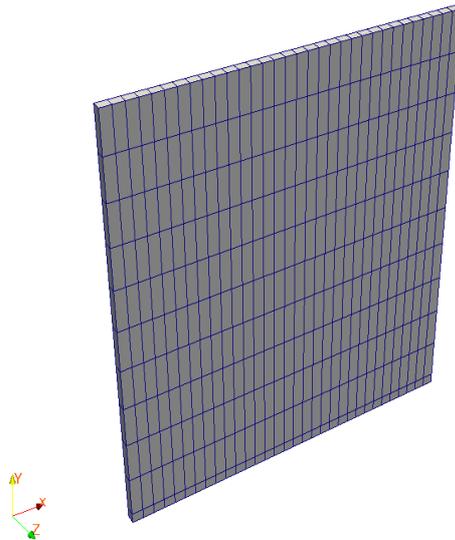
Le problème 3D donne bien des résultats identiques au 2D suite au blocage des degrés de liberté suivant *DZ*.

## 16 Modélisation N

### 16.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, le bâti est représenté par un solide de matériau quasi-rigide.

### 16.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 858

Nombre de mailles et types : 320 HEXA8 pour la plaque et 32 HEXA8 pour le bâti.

### 16.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (réactualisation géométrique contrôlée, formulation 'CONTINUE', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

### 16.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

La formulation continue donne des résultats identiques à la formulation discrète.

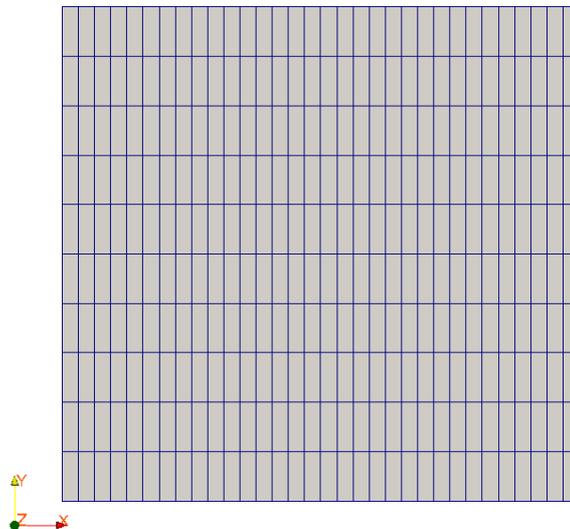
La modélisation du bâti par un matériau très raide devant le matériau de la plaque donne des résultats équivalents au cas du bâti rigide dont le seul bord est représenté.

## 17 Modélisation O

### 17.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est D\_PLAN, seul le bord du bâti est représenté. Deux calculs sont réalisés avec des solveurs linéaires différents.

### 17.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 396

Nombre de mailles et types : 320 QUAD4 pour la plaque et 32 SEG2 pour le bâti.

### 17.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (géométrie initiale, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
DX au point A instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
DX au point B instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
DX au point C instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
DX au point D instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
DX au point E instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

Second calcul (géométrie initiale, algorithme 'LAGRANGIEN', solveur 'LDLT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
DX au point A instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
DX au point B instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
DX au point C instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
DX au point D instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %

$DX$  au point  $E$  instant 1.0 'SOURCE\_EXTERNE' 1,5E-5 5,0 %

## 17.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

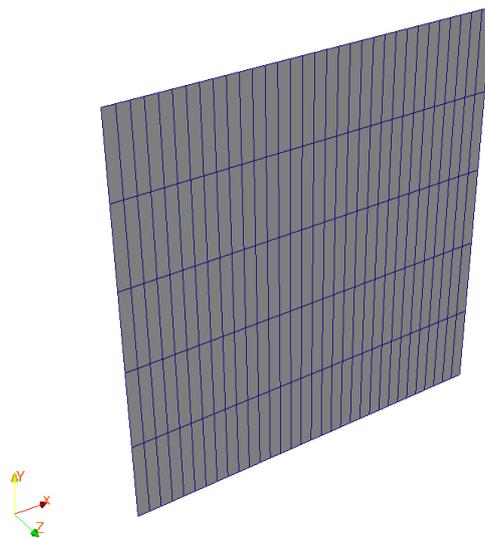
Cette modélisation résolue en géométrie initiale valide aussi l'hypothèse de petits glissements de ce test.

## 18 Modélisation P

### 18.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est D\_PLAN, seul le bord du bâti est représenté.

### 18.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 620

Nombre de mailles et types : 160 QUAD8 pour la plaque et 32 SEG3 pour le bâti.

### 18.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (formulation 'CONTINUE', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
DX au point A instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
DX au point B instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
DX au point C instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
DX au point D instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
DX au point E instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

On teste également la projection en considérant le dernier nœud esclave à droite.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
PROJ_X de VALE_CONT instant 1.0	'ANALYTIQUE'	4,00 E-002	1,0E-6 %
PROJ_Y de VALE_CONT instant 1.0	'ANALYTIQUE'	0.00E+000	1,0E-6 %

### 18.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

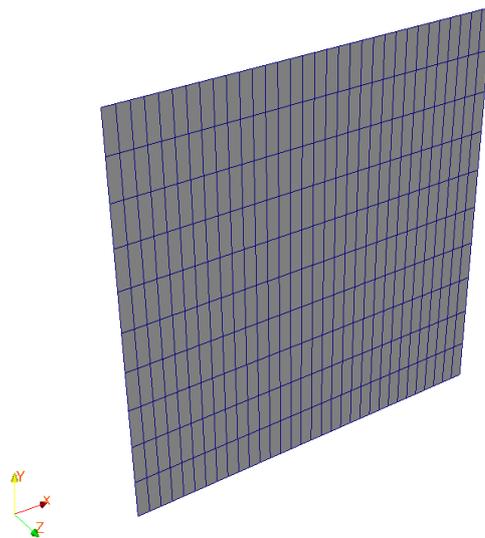
La formulation continue donne des résultats identiques à la formulation discrète.

## 19 Modélisation Q

### 19.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est `D_PLAN`, seul le bord du bâti est représenté.

### 19.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 396

Nombre de mailles et types : 320 QUAD4 pour la plaque et 32 SEG2 pour le bâti.

### 19.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (formulation '`CONTINUE`', solveur '`MULT_FRONT`')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

### 19.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

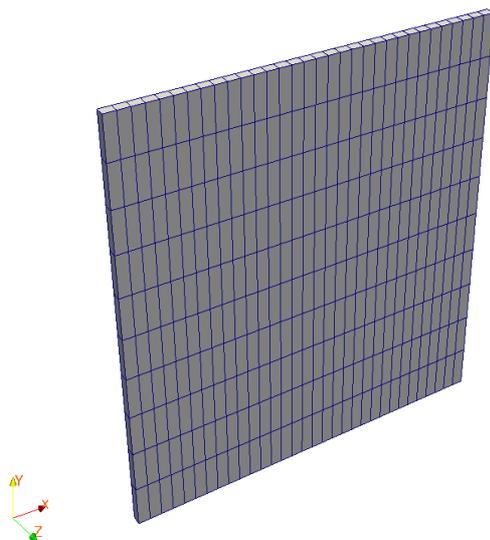
Cette modélisation valide l'exclusion de nœuds uniquement de la résolution du frottement en formulation continue.

## 20 Modélisation R

### 20.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté.

### 20.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 792

Nombre de mailles et types : 320 HEXA8 pour la plaque et 32 QUAD4 pour le bâti.

### 20.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (formulation 'CONTINUE', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
$DX$ au point $A$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
$DX$ au point $B$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
$DX$ au point $C$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
$DX$ au point $D$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
$DX$ au point $E$ instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

### 20.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

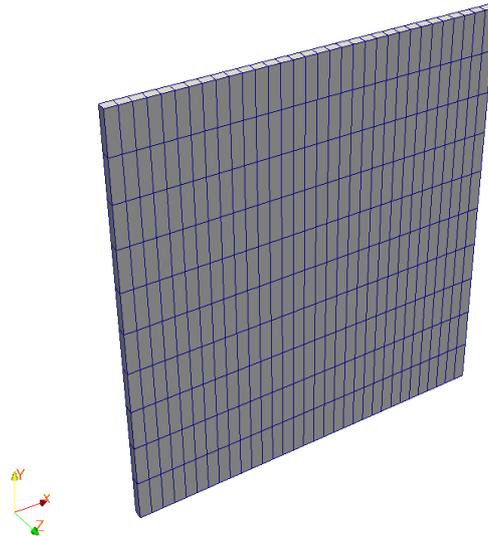
Cette modélisation valide en 3D l'exclusion de nœuds uniquement de la résolution du frottement en formulation continue.

## 21 Modélisation W

### 21.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté.

### 21.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 792

Nombre de mailles et types : 320 HEXA8 pour la plaque et 32 QUAD4 pour le bâti.

### 21.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (formulation 'CONTINUE', algorithme 'PENALISATION', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

### 21.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

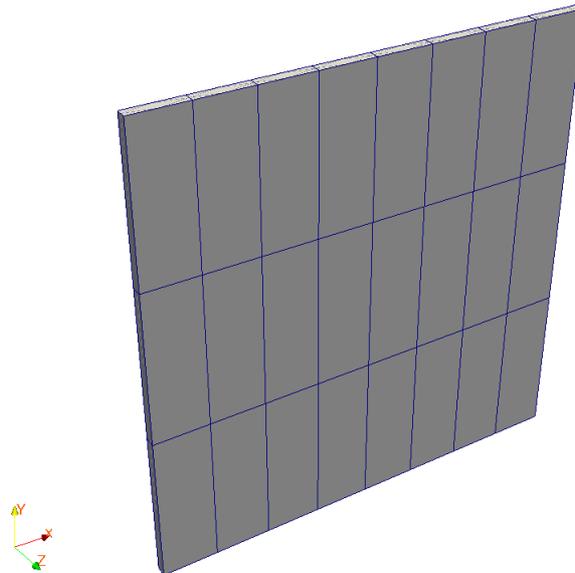
Cette modélisation valide la formulation pénalisée du contact continu. Les coefficients de pénalisation sont choisis de manière à retrouver les mêmes résultats qu'en formulation classique.

## 22 Modélisation X

### 22.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté.

### 22.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 408

Nombre de mailles et types : 24 HEXA27 pour la plaque et 8 QUAD9 pour le bâti.

### 22.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (formulation 'CONTINUE', solveur 'MULT\_FRONT')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

### 22.4 Remarques

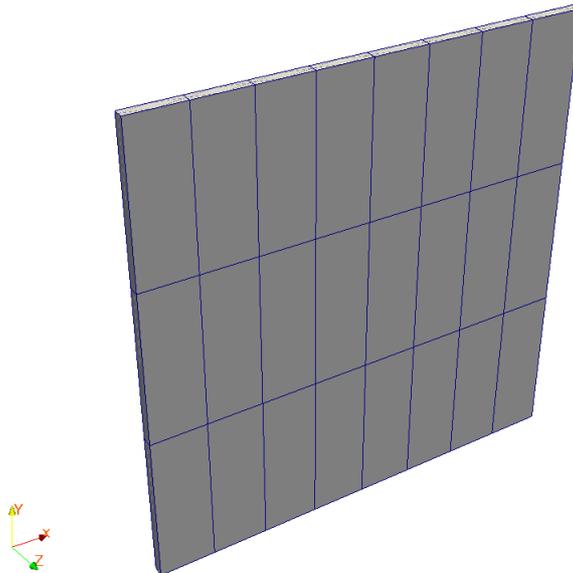
Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le solveur linéaire n'a pas d'influence sur les résultats.

## 23 Modélisation Y

### 23.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D, seul le bord du bâti est représenté.

### 23.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 792

Nombre de mailles et types : 320 HEXA8 pour la plaque et 32 QUAD4 pour le bâti.

### 23.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (formulation 'CONTINUE', solveur 'MULT\_FRONT', algorithme 'PENALISATION')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
<i>DX</i> au point <i>A</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,86E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>B</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,72E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>C</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	2,28E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>D</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,98E-5	5,0 %
<i>DX</i> au point <i>E</i> instant 1.0	'SOURCE_EXTERNE'	1,5E-5	5,0 %

### 23.4 Remarques

Les résultats obtenus sont proches de la source externe à 5% près (moyenne de codes). Le choix du bon coefficient de pénalisation est indispensable pour avoir une bonne qualité de solution.

## 24 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus sur l'ensemble des modélisations de ce cas test sont satisfaisants, aussi bien en 2D qu'en 3D. Sur les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ , on obtient une erreur relative inférieure à 1% par rapport aux résultats du GRECO. Par contre, pour le point  $E$ , l'erreur relative, de l'ordre de 2,5 %, reste acceptable.

D'un point de vue temps de calcul, on constate que la méthode par pénalisation est en général plus rapide que la méthode lagrangienne. On note, en revanche, une simplicité d'utilisation de la méthode lagrangienne (cf. doc [U2.04.04]) par rapport à la méthode pénalisée, puisque la convergence et la qualité des résultats obtenus par cette dernière méthode sont conditionnées par le coefficient de pénalisation.

D'un point de vue qualitatif :

- en 2D, on constate un effet positif sur les résultats du maillage quadratique par rapport au maillage linéaire (cf modélisations A et B),
- en 3D, on constate que les calculs avec maillage quadratique n'améliore pas les résultats. Ceci s'explique par le fait qu'on a diminué de 50% le nombre de mailles par rapport au maillage linéaire pour avoir un nombre de nœuds équivalent. Dans tous les cas seule l'utilisation de mailles TETRA10 ou HEXA27 est préconisée en formulation discrète, les mailles HEXA20 ayant besoin d'être linéarisées (elles perdent donc leur intérêt).

Pour ce qui est de la modélisation L, plaque inclinée, on note une bonne convergence et des résultats satisfaisants.

Enfin, pour la méthode continue (modélisations M, N, P, Q, R, V, W et X), on obtient en 3D des résultats avec des erreurs relatives légèrement plus importantes que celles obtenues par les méthodes lagrangienne et pénalisée. Ces erreurs proviennent du blocage suivant la direction  $DZ$  qui n'est pas complet en formulation continue dans les modélisations qui n'utilisent pas la fonctionnalité `SANS_GROUP_NO_FR` d'exclusion des noeuds du frottement.