

SSNV127 - Cylindre dans un alésage avec contact et frottement

Résumé :

Ce problème correspond à une analyse quasi-statique d'un problème de mécanique avec contact et frottement. Un cylindre est comprimé dans un alésage cylindrique de diamètre légèrement supérieur par une force concentrée appliquée sur son axe.

Ce test, nommé "problème de Klang", est assez largement utilisé dans la littérature pour valider des modélisations de contact avec frottement et a notamment été utilisé par P. Alart et A. Curnier [bib1] pour valider leurs éléments finis de contact et de frottement.

Cinq modélisations 2D sont proposées (A, B, C et D avec des éléments linéaires et E avec des éléments quadratiques) :

La modélisation A teste l'algorithme de la méthode « LAGRANGIEN » avec appariement maître-esclave.

La modélisation B teste l'algorithme de la méthode « LAGRANGIEN » avec appariement nodal.

La modélisation C teste l'algorithme de la méthode « PENALISATION » avec appariement maître-esclave, la pénalisation ne porte que sur le frottement.

La modélisation D teste l'algorithme de la méthode « PENALISATION » avec appariement maître-esclave, la pénalisation porte sur le contact et le frottement.

La modélisation E teste l'algorithme de la méthode « LAGRANGIEN » avec appariement maître-esclave.

Les modélisations F et H testent l'algorithme de la méthode « CONTINUE » avec des éléments quadratiques (SEG3) et linéaires (SEG2) de contact, respectivement.

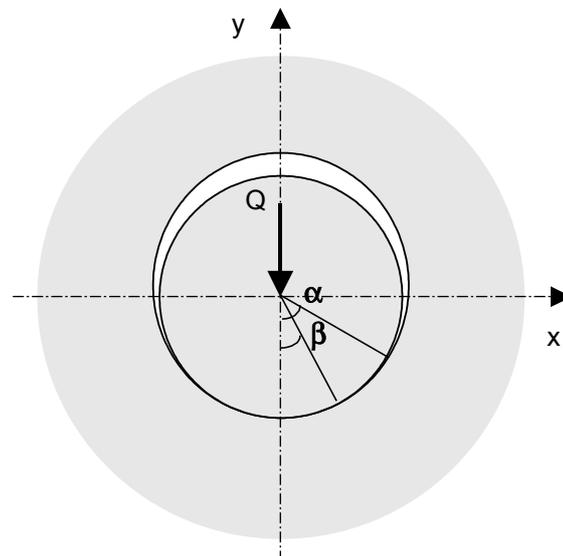
Les résultats sont comparés à une solution analytique donnée par Klang [bib2].

Au lieu de reproduire cette solution analytique relativement compliquée nous utiliserons les valeurs des pressions obtenues à partir de celle-ci [bib1].

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Contraintes planes



α = angle de contact
 β = angle pour le glissement

Rayon du cylindre : $r = 5.999 \text{ cm}$.

Rayon de l'alésage : $R = 6. \text{ cm}$.

Position des points de référence sur la surface de contact: un point tous les trois degrés d'angle à partir du bas, jusqu'à 60° .

1.2 Propriétés de matériaux

Cylindre et alésage :

Module d'Young : $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

Coefficient de friction : $\mu = 0.4$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le massif contenant l'alésage est censé être infini, ses déplacements seront bloqués (suivant x et y) sur un cercle concentrique avec l'alésage.

Le cylindre est soumis à une force répartie Q suivant l'épaisseur (z) valant : $Q = -1875 \cdot 10^3 \text{ N/m}$. Cette force est appliquée en un incrément.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est analytique [bib2].

2.2 Résultats de référence

Prediction sur la zone de contact : 60 degrés.
Prediction sur le début de la zone de glissement : 26,2 degrés.

Efforts de pression sur les points de la surface de contact :

Identification	Référence
SIXX pour un angle de 0°	-1.7813E+07
SIXX 3°	-1.7813E+07
SIXX 6°	-1.7750E+07
SIXX 9°	-1.7688E+07
SIXX 12°	-1.7594E+07
SIXX 15°	-1.7470E+07
SIXX 18°	-1.7312E+07
SIXX 21°	-1.7125E+07
SIXX 24°	-1.6906E+07
SIXX 27°	-1.6656E+07
SIXX 30°	-1.6343E+07
SIXX 33°	-1.5937E+07
SIXX 36°	-1.5406E+07
SIXX 39°	-1.4781E+07
SIXX 42°	-1.4031E+07
SIXX 45°	-1.3094E+07
SIXX 48°	-1.1169E+07
SIXX 51°	-1.0593E+07

2.3 Références bibliographiques

- 1) P. Alart, A. Curnier "A mixed formulation for frictional contact problems" Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (1991)p. 353-375
- 2) M. Klang "On interior contact under friction between cylindrical elastic bodies in contact" Thesis, Linköping University, Linköping, 1979.

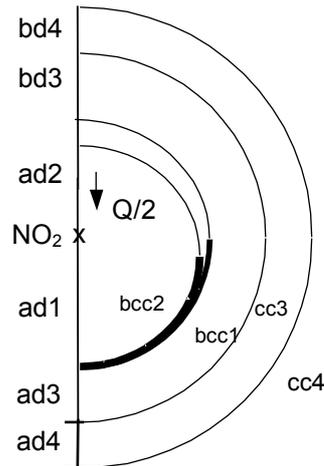
3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La symétrie du problème permet de n'en modéliser que la moitié ($X \geq 0$).

60 éléments finis SEG2 sont disposés régulièrement sur la surface de contact initiale (3 degrés d'angle pour chacun).

Le cylindre et le volume circulaire entourant l'alésage sont maillés avec des éléments QUA4 et TRIA3.



```
CONTACT
METHODE = 'LAGRANGIEN'
COULOMB = 0.4
```

```
APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

Condition aux limites :

sur le GROUP_MA *CC4* : $DX=0, DY=0$.
sur les GROUP_MA *AD1, AD2, AD3, AD4, BD3* $DX=0$.
, et *BD4* :

Chargements :

La symétrie du problème par rapport au plan $x=0$ permet de modéliser la force concentrée par une force nodale $F_y = -937.5 \cdot 10^3 N$, équivalente à $Q/2$ pour un cylindre de longueur unité, appliquée sur le groupe de nœuds O_2 , centre du cylindre.
Cette force est appliquée en 1 incrément.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1281
Nombre de mailles et types : 128 SEG2
156 TRIA3
1108 QUAD4

3.3 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en *MPa*.

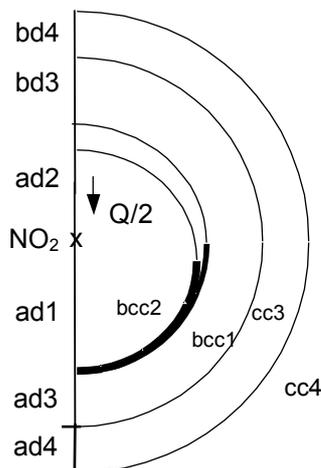
Identification	Référence	Aster	% différence
SIXX pour un angle de 0°	-1.7813E+07	-1.79080E+07	0.534
SIXX 3°	-1.7813E+07	-1.88485E+07	5.814
SIXX 6°	-1.7750E+07	-1.89858E+07	6.962
SIXX 9°	-1.7688E+07	-1.88134E+07	6.363
SIXX 12°	-1.7594E+07	-1.85821E+07	5.616

SIXX	15°	-1.7470E+07	-1.83315E+07	4.931
SIXX	18°	-1.7312E+07	-1.78831E+07	3.299
SIXX	21°	-1.7125E+07	-1.74723E+07	2.028
SIXX	24°	-1.6906E+07	-1.67279E+07	-1.053
SIXX	27°	-1.6656E+07	-1.60957E+07	-3.364
SIXX	30°	-1.6343E+07	-1.56801E+07	-4.056
SIXX	33°	-1.5937E+07	-1.57565E+07	-1.132
SIXX	36°	-1.5406E+07	-1.55705E+07	1.068
SIXX	39°	-1.4781E+07	-1.51262E+07	2.336
SIXX	42°	-1.4031E+07	-1.43093E+07	1.984
SIXX	45°	-1.3094E+07	-1.33902E+07	2.262
SIXX	48°	-1.1169E+07	-1.24478E+07	11.450
SIXX	51°	-1.0593E+07	-1.11500E+07	5.259

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est identique à la modélisation A (et notamment le maillage). Seule diffère la méthode d'appariement qui ici est « NODAL ».



CONTACT
METHODE = 'LAGRANGIEN'
COULOMB = 0.4

APPARIEMENT='NODAL'

4.2 Valeurs testées : SIGM_ELNO

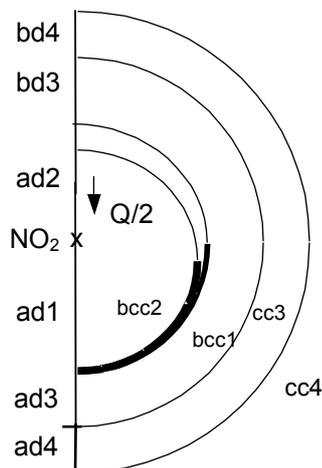
On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en *MPa*.

Identification	Référence	Aster	% différence
SIXX pour un angle 0° de	-1.7813E+07	-1.86019E+07	4.429
SIXX 3°	-1.7813E+07	-1.93157E+07	8.436
SIXX 6°	-1.7750E+07	-1.93512E+07	9.021
SIXX 9°	-1.7688E+07	-1.91026E+07	7.998
SIXX 12°	-1.7594E+07	-1.88145E+07	6.937
SIXX 15°	-1.7470E+07	-1.85112E+07	5.960
SIXX 18°	-1.7312E+07	-1.80078E+07	4.019
SIXX 21°	-1.7125E+07	-1.75572E+07	2.524
SIXX 24°	-1.6906E+07	-1.67641E+07	-0.839
SIXX 27°	-1.6656E+07	-1.63429E+07	-1.879
SIXX 30°	-1.6343E+07	-1.63762E+07	0.203
SIXX 33°	-1.5937E+07	-1.63898E+07	2.842
SIXX 36°	-1.5406E+07	-1.59991E+07	3.850
SIXX 39°	-1.4781E+07	-1.53865E+07	4.097
SIXX 42°	-1.4031E+07	-1.44452E+07	2.952
SIXX 45°	-1.3094E+07	-1.34146E+07	2.449
SIXX 48°	-1.1169E+07	-1.23898E+07	10.931
SIXX 51°	-1.0593E+07	-1.08630E+07	2.549

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est identique à la modélisation A (et notamment le maillage). Seule diffère la méthode de résolution qui est ici « PENALISATION » avec pénalisation uniquement sur le frottement.



```
CONTACT
METHODE = 'PENALISATION'
COULOMB = 0.4
```

```
APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

5.2 Valeurs testées : SIGM_ELNO

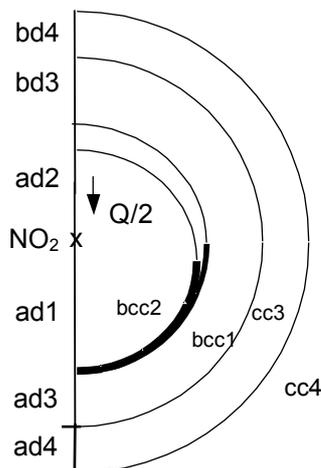
On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en *MPa* .

Identification	Référence	Aster	% différence
SIXX pour un angle 0° de	-1.7813E+07	-1.86714E+07	4.819
SIXX 3°	-1.7813E+07	-1.97269E+07	10.745
SIXX 6°	-1.7750E+07	-1.99928E+07	12.636
SIXX 9°	-1.7688E+07	-1.98849E+07	12.421
SIXX 12°	-1.7594E+07	-1.97193E+07	12.080
SIXX 15°	-1.7470E+07	-1.95408E+07	11.854
SIXX 18°	-1.7312E+07	-1.91611E+07	10.681
SIXX 21°	-1.7125E+07	-1.88051E+07	9.811
SIXX 24°	-1.6906E+07	-1.82459E+07	7.926
SIXX 27°	-1.6656E+07	-1.78217E+07	6.999
SIXX 30°	-1.6343E+07	-1.71305E+07	4.819
SIXX 33°	-1.5937E+07	-1.64093E+07	2.964
SIXX 36°	-1.5406E+07	-1.55834E+07	1.152
SIXX 39°	-1.4781E+07	-1.46776E+07	-0.699
SIXX 42°	-1.4031E+07	-1.36676E+07	-2.589
SIXX 45°	-1.3094E+07	-1.27603E+07	-2.548
SIXX 48°	-1.1169E+07	-1.24156E+07	11.161
SIXX 51°	-1.0593E+07	-1.08692E+07	2.608

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est identique à la modélisation A (et notamment le maillage). Seule diffère la méthode de résolution qui est ici « PENALISATION » avec pénalisation sur le contact et le frottement.



```
CONTACT
METHODE = 'PENALISATION'
COULOMB = 0.4
```

```
APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

6.2 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en *MPa*.

Identification	Référence	Aster	% différence
SIXX pour un angle de 0°	-1.7813E+07	-1.867141E+07	4.819
SIXX 3°	-1.7813E+07	-1.972695E+07	10.745
SIXX 6°	-1.7750E+07	-1.999288E+07	12.636
SIXX 9°	-1.7688E+07	-1.988495E+07	12.421
SIXX 12°	-1.7594E+07	-1.971935E+07	12.080
SIXX 15°	-1.7470E+07	-1.954087E+07	11.854
SIXX 18°	-1.7312E+07	-1.916115E+07	10.681
SIXX 21°	-1.7125E+07	-1.880513E+07	9.811
SIXX 24°	-1.6906E+07	-1.824592E+07	7.926
SIXX 27°	-1.6656E+07	-1.782171E+07	6.999
SIXX 30°	-1.6343E+07	-1.713057E+07	4.819
SIXX 33°	-1.5937E+07	-1.640937E+07	2.964
SIXX 36°	-1.5406E+07	-1.558344E+07	1.152
SIXX 39°	-1.4781E+07	-1.467761E+07	-0.699
SIXX 42°	-1.4031E+07	-1.366763E+07	-2.590
SIXX 45°	-1.3094E+07	-1.276022E+07	-2.549
SIXX 48°	-1.1169E+07	-1.241550E+07	11.160
SIXX 51°	-1.0593E+07	-1.086923E+07	2.608

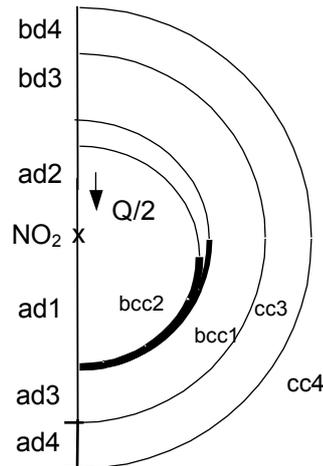
7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

La symétrie du problème permet de n'en modéliser que la moitié ($X \geq 0$).

30 éléments finis SEG3 sont disposés régulièrement sur la surface de contact. Du fait de la courbure de ces éléments, on utilise la méthode de projection « QUADRATIQUE ».

Le cylindre et le volume circulaire entourant l'alésage sont maillés avec des éléments QUA8 et TRIA6.



```
CONTACT
METHODE = 'LAGRANGIEN'
COULOMB = 0.4

APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

Condition aux limites :

sur le GROUP_MA CC4 : $DX=0, DY=0$.
sur les GROUP_MA AD1, AD2, AD3, AD4, BD3 $DX=0$.
, et BD4 :

Chargements :

La symétrie du problème par rapport au plan $x=0$ permet de modéliser la force concentrée par une force nodale $F_y = -937.5 \cdot 10^3 \text{ N}$, équivalente à $Q/2$ pour un cylindre de longueur unité, appliquée sur le groupe de nœuds O_2 , centre du cylindre.

Cette force est appliquée en 1 incrément.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1603
Nombre de mailles et types : 88 SEG3
58 TRIA6
456 QUAD8

7.3 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en MPa .

Identification	Référence	Aster	% différence
SIXX pour un angle 0° de	-1.7813E+07	-1.87916E+07	5.494
SIXX 3°	-1.7813E+07	-1.87072E+07	5.020

SIXX	6°	-1.7750E+07	-1.85202E+07	4.340
SIXX	9°	-1.7688E+07	-1.83433E+07	3.705
SIXX	12°	-1.7594E+07	-1.81013E+07	2.884
SIXX	15°	-1.7470E+07	-1.77266E+07	1.469
SIXX	18°	-1.7312E+07	-1.74321E+07	0.694
SIXX	21°	-1.7125E+07	-1.68102E+07	-1.838
SIXX	24°	-1.6906E+07	-1.64256E+07	-2.841
SIXX	27°	-1.6656E+07	-1.62913E+07	-2.189
SIXX	30°	-1.6343E+07	-1.57932E+07	-3.364
SIXX	33°	-1.5937E+07	-1.55232E+07	-2.596
SIXX	36°	-1.5406E+07	-1.48572E+07	-3.562
SIXX	39°	-1.4781E+07	-1.41428E+07	-4.317
SIXX	42°	-1.4031E+07	-1.28218E+07	-8.618
SIXX	45°	-1.3094E+07	-1.19407E+07	-8.808
SIXX	48°	-1.1169E+07	-1.07287E+07	-3.942
SIXX	51°	-1.0593E+07	-9.70591E+06	-8.374

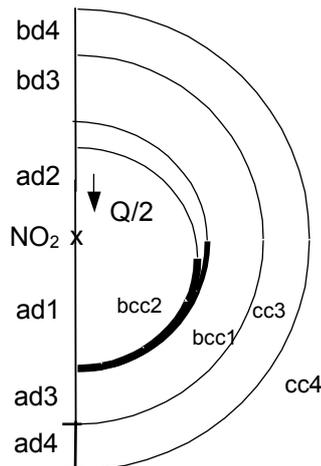
8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

La symétrie du problème permet de n'en modéliser que la moitié ($X \geq 0$).

60 éléments finis SEG3 sont disposés régulièrement sur la surface de contact initiale (3 degrés d'angle pour chacun).

Le cylindre et le volume circulaire entourant l'alésage sont maillés avec des éléments QUA8 et TRIA6.



```
CONTACT
METHODE = 'CONTINUE'
COULOMB = 0.4

APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

Condition aux limites :

sur le GROUP_MA CC4 : $DX=0, DY=0$.
sur les GROUP_MA AD1, AD2, AD3, AD4, BD3, et BD4 : $DX=0$.

Chargements :

La symétrie du problème par rapport au plan $x=0$ permet de modéliser la force concentrée par une force nodale $F_y = -937.5 \cdot 10^3 N$, équivalente à $Q/2$ pour un cylindre de longueur unité, appliquée sur le groupe de nœuds O_2 , centre du cylindre.

Cette force est appliquée en 1 incrément.

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1603
Nombre de mailles et types : 88 SEG3
58 TRIA6
456 QUAD8

8.3 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en MPa .

Identification	Référence	Aster	% différence
SIXX pour un angle de 0°	-1.7813E+07	-1.88235E+07	5.673
SIXX 3°	-1.7813E+07	-1.87386E+07	5.196
SIXX 6°	-1.7750E+07	-1.85220E+07	4.349
SIXX 9°	-1.7688E+07	-1.84104E+07	4.084
SIXX 12°	-1.7594E+07	-1.81071E+07	2.917
SIXX 15°	-1.7470E+07	-1.78019E+07	1.900

SIXX	18°	-1.7312E+07	-1.73913E+07	0.458
SIXX	21°	-1.7125E+07	-1.68233E+07	1.762
SIXX	24°	-1.6906E+07	-1.65322E+07	-2.211
SIXX	27°	-1.6656E+07	-1.63678E+07	-1.730
SIXX	30°	-1.6343E+07	-1.60549E+07	-1.763
SIXX	33°	-1.5937E+07	-1.56070E+07	-2.071
SIXX	36°	-1.5406E+07	-1.48829E+07	-3.395
SIXX	39°	-1.4781E+07	-1.41776E+07	-4.082
SIXX	42°	-1.4031E+07	-1.29292E+07	-7.852
SIXX	45°	-1.3094E+07	-1.19737E+07	-8.555
SIXX	48°	-1.1169E+07	-1.06929E+07	-4.263
SIXX	51°	-1.0593E+07	-0.96396E+07	-8.999

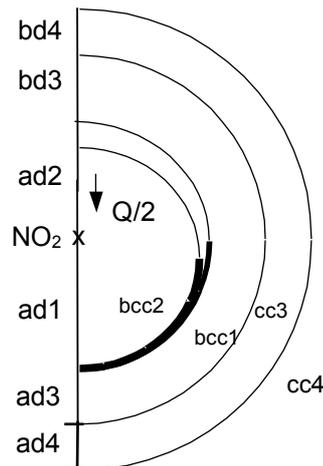
9 Modélisation H

9.1 Caractéristiques de la modélisation

La symétrie du problème permet de n'en modéliser que la moitié ($X \geq 0$).

60 éléments finis SEG2 sont disposés régulièrement sur la surface de contact initiale (3 degrés d'angle pour chacun).

Le cylindre et le volume circulaire entourant l'alésage sont maillés avec des éléments QUA4 et TRIA3.



```
CONTACT
METHODE = 'CONTINUE'
COULOMB = 0.4

APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

Condition aux limites :

sur le GROUP_MA CC4 : $DX = 0, DY = 0$.
sur les GROUP_MA AD1, AD2, AD3, AD4, BD3, et BD4 : $DX = 0$.

Chargements :

La symétrie du problème par rapport au plan $x=0$ permet de modéliser la force concentrée par une force nodale $F_y = -937.5 \cdot 10^3 \text{ N}$, équivalente à $Q/2$ pour un cylindre de longueur unité, appliquée sur le groupe de nœuds O_2 , centre du cylindre.

Cette force est appliquée en 1 incrément.

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1282
Nombre de mailles et types : 128 SEG2
162 TRIA3
1106 QUAD4

9.3 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en MPa .

Identification	Référence	Aster	% différence
SIXX pour un angle de 0°	-1.7813E+07	-1.79054E+07	0.519
SIXX 3°	-1.7813E+07	-1.88551E+07	5.850
SIXX 6°	-1.7750E+07	-1.89952E+07	7.015
SIXX 9°	-1.7688E+07	-1.88212E+07	6.407
SIXX 12°	-1.7594E+07	-1.85900E+07	5.661
SIXX 15°	-1.7470E+07	-1.83361E+07	4.958

SIXX	18°	-1.7312E+07	-1.78879E+07	3.327
SIXX	21°	-1.7125E+07	-1.74676E+07	2.001
SIXX	24°	-1.6906E+07	-1.67457E+07	-0.948
SIXX	27°	-1.6656E+07	-1.60969E+07	-3.357
SIXX	30°	-1.6343E+07	-1.56549E+07	-4.211
SIXX	33°	-1.5937E+07	-1.57323E+07	-1.284
SIXX	36°	-1.5406E+07	-1.55859E+07	1.168
SIXX	39°	-1.4781E+07	-1.51202E+07	2.295
SIXX	42°	-1.4031E+07	-1.42668E+07	1.680
SIXX	45°	-1.3094E+07	-1.33861E+07	2.230
SIXX	48°	-1.1169E+07	-1.24518E+07	11.485
SIXX	51°	-1.0593E+07	-1.11524E+07	5.280

10 Synthèse des résultats

Les résultats sont de bonne qualité si l'on considère qu'ils sont comparés à une solution analytique et que les maillages utilisés ne sont pas particulièrement fins.

Les meilleures solutions sont données par les modélisations E et F (algorithmes Lagrangien et continu, respectivement) qui utilisent des éléments quadratiques avec projection quadratique (sans utiliser cette projection, les résultats sont faux). Viennent ensuite les modélisations A et H qui, comme la précédente, utilisent les algorithmes Lagrangien et continu, respectivement, avec appariement maître-esclave. Si on utilise l'appariement nodal (modélisation B), la solution est bonne mais il faut souligner que cette technique d'appariement se limite aux petits glissements. Viennent enfin les modélisations C et D qui utilisent l'algorithme de pénalisation et qui donnent des résultats acceptables. Notons que la convergence avec ces algorithmes est beaucoup plus lente et difficile.

Si l'on examine l'étendue de la surface de contact à l'aide de l'impression de la structure de données `VALE_CONT` (voir fichier de résultats), on constate qu'elle est donnée très précisément (60°). En ce qui concerne la surface adhérente, les algorithmes renvoient une valeur acceptable de l'ordre de 30° au lieu de 26.2° analytiquement.