

## SSNP144 – Utilisation d'un modèle à zones cohésives avec la méthode X-FEM

---

### Résumé

Ce test a pour but de valider la loi de comportement cohésive mise en jeu lors de la fissuration d'éléments  $X-FEM$ . Cette approche, décrite dans [R7.02.12] permet de modéliser l'ouverture d'une interface en tenant compte d'une force de cohésion entre les lèvres de celle-ci.

Les modélisations  $A$  à  $K$  mettent en jeu un barreau parallélépipédique fissuré sur toute sa section (on parle alors d'interface), soumis à un déplacement imposé, ce qui a pour conséquence la séparation des deux parties de la structure en mode  $I$  aussi bien qu'en mode  $II$ . L'influence du raffinement du maillage ainsi que du type d'éléments utilisés est étudiée.

La modélisation  $L$  teste le cas d'une interface qui s'ouvre et se referme en mode  $I$ . On y utilise de façon simultanée contact pénalisé et pilotage.

La validation se fait par comparaison des valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement avec une solution de référence analytique.

## Table des matières

1	Problème de référence.....	5
1.1	Géométrie 3D.....	5
1.2	Géométrie 2D.....	5
1.3	Propriétés du matériau.....	6
1.4	Conditions aux limites et chargements.....	7
1.4.1	Degrés de liberté enrichis et conditions aux limites.....	7
1.4.2	Chargement.....	8
1.5	Pilotage du chargement.....	9
2	Solution de référence.....	12
3	Modélisation A.....	16
3.1	Caractéristiques de la modélisation.....	16
3.2	Caractéristiques du maillage.....	16
3.3	Pilotage.....	16
3.4	Grandeurs testées et résultats.....	17
3.5	Commentaires.....	18
4	Modélisation B.....	19
4.1	Caractéristiques de la modélisation.....	19
4.2	Caractéristiques du maillage.....	19
4.3	Pilotage.....	19
4.4	Grandeurs testées et résultats.....	19
4.5	Commentaires.....	20
5	Modélisation C.....	21
5.1	Caractéristiques de la modélisation.....	21
5.2	Caractéristiques du maillage.....	21
5.3	Pilotage.....	21
5.4	Grandeurs testées et résultats.....	22
5.5	Commentaires.....	23
6	Modélisation D.....	24
6.1	Caractéristiques de la modélisation.....	24
6.2	Caractéristiques du maillage.....	24
6.3	Pilotage.....	24
6.4	Grandeurs testées et résultats.....	25
6.5	Commentaires.....	26
7	Modélisation E.....	27
7.1	Caractéristiques de la modélisation.....	27
7.2	Caractéristiques du maillage.....	27
7.3	Pilotage.....	27
7.4	Grandeurs testées et résultats.....	28
7.5	Commentaires.....	29

8	Modélisation F.....	30
8.1	Caractéristiques de la modélisation.....	30
8.2	Caractéristiques du maillage.....	30
8.3	Pilotage.....	30
8.4	Grandeurs testées et résultats.....	31
8.5	Commentaires.....	32
9	Modélisation G.....	33
9.1	Caractéristiques de la modélisation.....	33
9.2	Caractéristiques du maillage.....	33
9.3	Pilotage.....	33
9.4	Grandeurs testées et résultats.....	34
9.5	Commentaires.....	35
10	Modélisation H.....	36
10.1	Caractéristiques de la modélisation.....	36
10.2	Caractéristiques du maillage.....	36
10.3	Pilotage.....	36
10.4	Grandeurs testées et résultats.....	37
10.5	Commentaires.....	38
11	Modélisation I.....	39
11.1	Caractéristiques de la modélisation.....	39
11.2	Caractéristiques du maillage.....	39
11.3	Pilotage.....	39
11.4	Grandeurs testées et résultats.....	40
11.5	Commentaires.....	41
12	Modélisation J.....	42
12.1	Caractéristiques de la modélisation.....	42
12.2	Caractéristiques du maillage.....	42
12.3	Pilotage.....	42
12.4	Grandeurs testées et résultats.....	42
12.5	Commentaires.....	44
13	Modélisation K.....	45
13.1	Caractéristiques de la modélisation.....	45
13.2	Caractéristiques du maillage.....	45
13.3	Pilotage.....	45
13.4	Grandeurs testées et résultats.....	45
13.5	Commentaires.....	46
14	Modélisation L.....	47
14.1	Caractéristiques de la modélisation.....	47
14.2	Caractéristiques du maillage.....	47
14.3	Conditions aux limites.....	47
14.4	Solution de référence.....	47

14.5	Grandeurs testées et résultats.....	48
14.6	Commentaires.....	48
15	Synthèse des résultats.....	49

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie 3D

La structure est un parallélépipède droit à base carrée. Les dimensions du barreau (voir [Figure 1.1-a]) sont :  $LX = 5\text{m}$  ,  $LY = 5\text{m}$  et  $LZ = 25\text{m}$  .

L'interface est introduite par des fonctions de niveau (level sets) directement dans le fichier commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]`. L'interface est présente au milieu de la structure par le biais de sa représentation par une level set `LSN` (voir [Figure 1.1-a]) d'équation :

$$\text{LSN (pour le plan de l'interface)} : Z - \frac{LZ}{2}$$

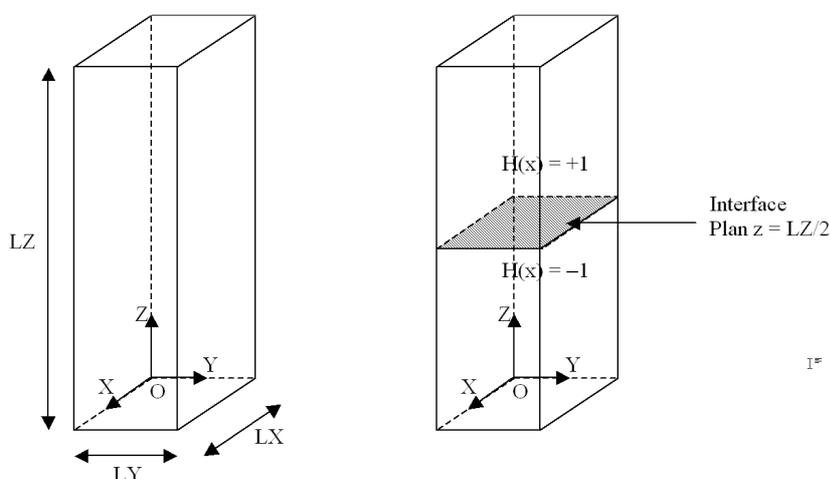


Figure 1.1-a : Géométrie du barreau et positionnement de l'interface

### 1.2 Géométrie 2D

La structure est un rectangle. Les dimensions du barreau (voir [Figure 1.2-a]) sont :  $LX = 1\text{m}$  ,  $LY = 5\text{m}$  .

L'interface est introduite par une fonction de niveau (level set) directement dans le fichier commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]`. L'interface est présente au milieu de la structure par le biais de sa représentation par une level set `LSN` (voir [Figure 1.2-a]) d'équation :

$$\text{LSN (pour le plan de l'interface)} : Y - \frac{LY}{2}$$

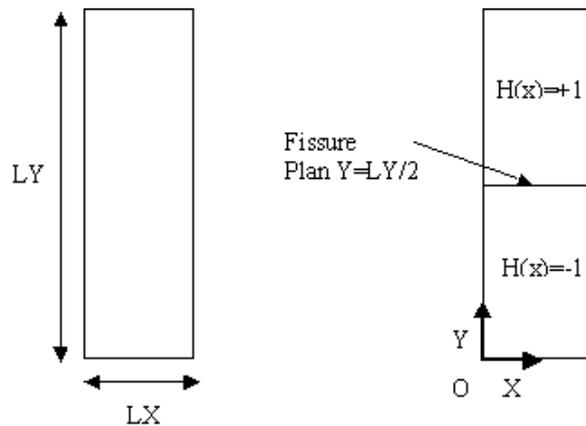


Figure 1.2-a : Géométrie de la plaque et positionnement de l'interface

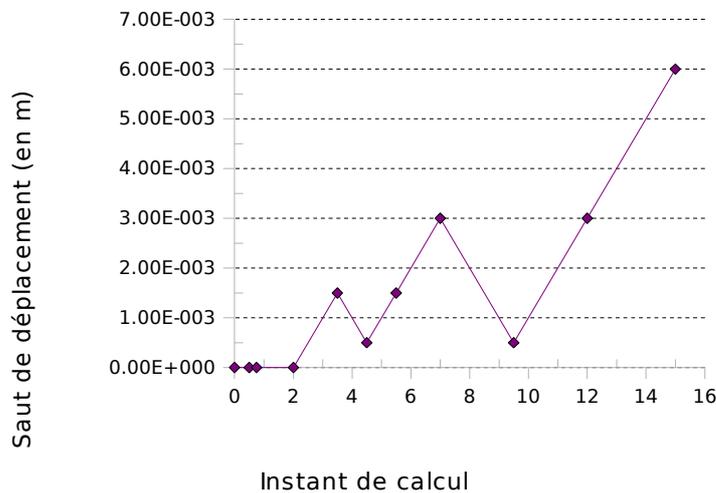


Figure 1.2-b: Évolution du saut de déplacement imposé par pilotage en fonction de l'instant de calcul

## 1.3 Propriétés du matériau

Module d' Young :  $E = 0,5.E6Pa$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0,0$

La présence d'une loi cohésive à l'interface est renseignée à l'aide du mot-clé `RELATION='CZM_EXP_REG'` lors de la définition de la zone de contact (commande `DEFI_CONTACT`, mot-clé facteur `ZONE`). La loi cohésive alors implantée a pour paramètres  $G_c$ ,  $\sigma_c$  et  $\kappa_0$ , et est expliquée en détail dans la documentation [R7.02.11]

Ténacité :  $G_c = 900 \text{ N/m}$  (mot clé : `GC`)

Contrainte critique à la rupture :  $\sigma_c = 1,1.E6 \text{ Pa}$  (mot clé : `SIGM_C`)

Paramètre de régularisation de l'énergie :  $\kappa_0 = 1,0E-3$  (mot clé `PENA_ADHERENCE`)

Remarque :

Les données matériaux n'ont bien entendu pas vocation à représenter un matériau en particulier. Elles sont uniquement destinées à des tests numériques de validation.

## 1.4 Conditions aux limites et chargements

### 1.4.1 Degrés de liberté enrichis et conditions aux limites

Rappelons que le déplacement sous  $X-FEM$  est la somme d'un déplacement continu et d'un déplacement discontinu. Dans le cas d'une interface, sans fond de fissure, l'approximation du déplacement s'écrit de la façon suivante :

$$u^h(x) = \sum_{i \in N_n(x)} a_i \phi_i(x) + \sum_{j \in N_n(x) \cap K} b_j \phi_j(x) H(lsn(x))$$

Où:

$a_i$  et  $b_i$  sont les degrés de liberté de déplacement au nœud  $i$ ,

$\phi_i$  les fonctions de forme associées au nœud  $i$ ,

$N_n(x)$  est l'ensemble des nœuds dont le support contient le point  $x$ ,

$K$  est l'ensemble des nœuds dont le support est entièrement coupé par la fissure,

$H(x)$  est la fonction Heaviside généralisée définie par  $H(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ +1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ ,

$lsn(x)$  est la valeur de la level-set normale au point  $x$ .

Pour plus de détails, se référer à la documentation de référence  $X-FEM$  [R7.02.12].

Il est donc possible de vouloir imposer des conditions limites sur le déplacement total (ou déplacement physique), sur sa composante continue ou sur sa composante discontinue. Nous allons dans un premier temps donner différentes relations utiles entre ce déplacement physique et les degrés de liberté existants dans Code\_Aster.

Prenons l'exemple représenté Figure 1.2-a: une arête d'un maillage 2D quelconque traversée par une interface :

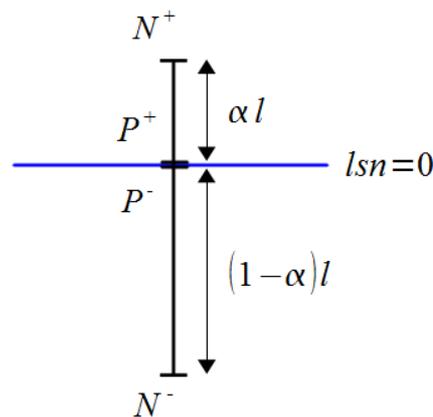


Figure 1.4.1-1: Arête intersectée par une interface

Appelons  $P^+$  et  $P^-$  les points géométriques appartenant au segment et situés respectivement juste en dessous et au dessus de la level set et considérons sans perte de généralité des déplacements verticaux. Nous avons :

$$\begin{cases} DY(N^+) = a_y^+ + b_y^+ \\ DY(N^-) = a_y^- - b_y^- \\ DY(P^+) = \alpha(a_y^+ + b_y^+) + (1-\alpha)(a_y^- + b_y^-) \\ DY(P^-) = \alpha(a_y^+ - b_y^-) + (1-\alpha)(a_y^- - b_y^-) \end{cases}$$

On peut en tirer l'expression du saut de déplacement pour l'arête :

$$\llbracket DY \rrbracket = DY(P^+) - DY(P^-) = \alpha b_y^+ + (1-\alpha) b_y^-$$

## 1.4.2 Chargement

En mode *I*, les nœuds de la face inférieure du barreau sont encastés et un déplacement vertical est imposé sur ceux de la face supérieure, comme expliqué sur la figure 1.4.2-1.

En mode *II* d'ouverture, les nœuds situés sous la level set sont encastés, et on impose un déplacement vertical  $DY$  ( $DZ$  en 3D) de  $1,0E-13$  à tous nœuds situés au dessus de la level set. On assure ainsi la nullité de l'indicateur de contact au niveau de l'interface. Nous imposons également un cisaillement pur au niveau de la zone cohésive ce qui compte tenu des notations de la figure 1.4.1-1 revient à imposer pour chaque arête intersectée:

$$\begin{cases} DX(P^-) = DX(N^-) = 0 \\ DX(P^+) = DX(N^+) \end{cases}$$

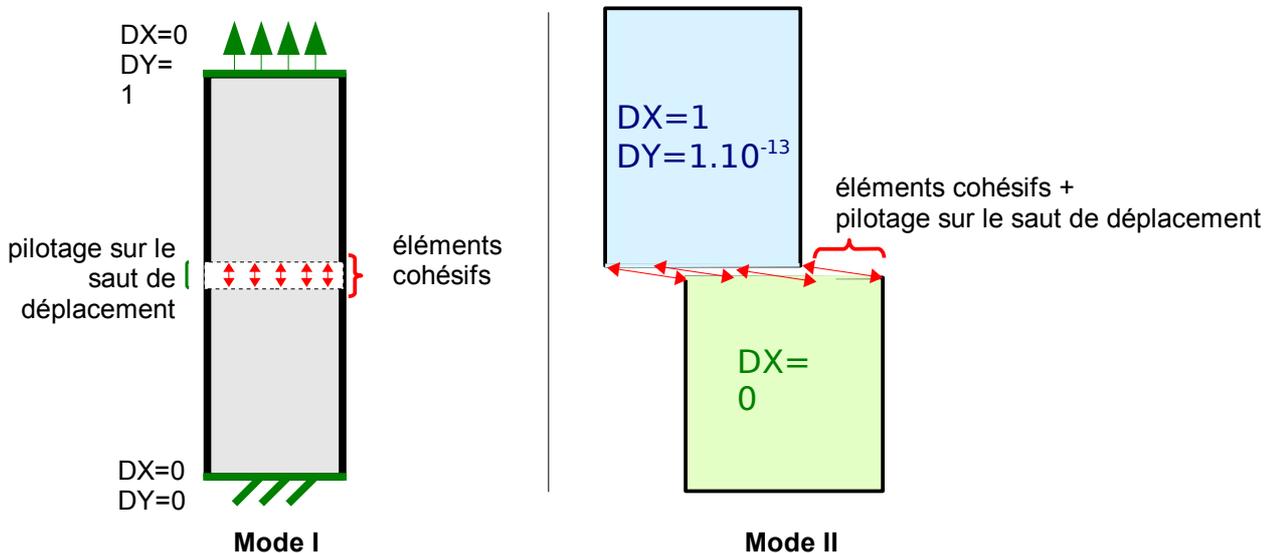


Figure 1.4.2-1: Chargement appliqué, en mode *I* et en mode *II*

Nous voyons que ceci nécessite d'imposer des liaisons entre degrés de liberté de part et d'autre de l'arête  $i$  qui dépendent du coefficient  $\alpha$ . Afin de ne pas alourdir inutilement le fichier de commande, nous ne testerons en mode *II* que des maillages pour lesquels :

- soit toutes les arêtes intersectées le sont en leur milieu, c'est-à-dire que pour chacune  $\alpha = 0,5$
- soit l'interface est conforme, c'est-à-dire  $\alpha = 1$

Dans le premier cas, où toutes les arêtes sont intersectées en leur milieu, nous assurons la nullité de l'indicateur de contact en imposant  $HIY = 5.E-14$  sur tous les nœuds extrémités des arêtes intersectées par l'interface. En ce qui concerne le cisaillement, nous devons imposer les relations :

$$\begin{cases} DX(P^-) = DX(N^-) \Leftrightarrow \frac{a_x^+ - b_x^+}{2} + \frac{a_x^- - b_x^-}{2} = a_x^- - b_x^- = 0 \\ DX(P^+) = DX(N^+) \Leftrightarrow \frac{a_x^+ + b_x^+}{2} + \frac{a_x^- + b_x^-}{2} = a_x^+ + b_x^+ \end{cases}$$

Nous voyons alors que si nous imposons la relation  $a_x^+ = b_x^+$  alors  $DX(P^-) = 0$ .

Si nous imposons alors la relation  $b_x^+ = b_x^-$ , nous avons de plus  $DX(P^+) = DX(N^+)$ .

Dans le deuxième cas, avec interface conforme au maillage, le saut est représenté par le degré de liberté Heaviside au point confondu avec l'interface et nous devons donc imposer  $H1Y = 1.E-13$  sur les nœuds confondus avec l'interface. En ce qui concerne le cisaillement, si  $N^-$  correspond au point confondu avec l'interface  $P^-$ , nous devons imposer :

$$\begin{cases} DX(P^-) = a_x^- - b_x^- = 0 \\ DX(P^+) = DX(N^+) \Leftrightarrow a_x^- + b_x^- = a_x^+ \end{cases}$$

Nous voyons alors que si nous imposons la relation  $a_x^- = b_x^-$  alors  $DX(N^+) = DX(P^-) = 0$ .

Si nous imposons alors la relation  $a_x^- = \frac{a_x^+}{2}$ , nous avons de plus  $DX(P^+) = DX(N^+)$ .

Ces deux relations sont imposées pour tous les nœuds en vis à vis des mailles traversées par l'interface.

Il est à noter que, dans le fichier de commande, la syntaxe pour imposer ces différents degrés de libertés diffère selon les opérateurs. Le mot clé facteur `DDL_IMPO` de l'opérateur `AFFE_CHAR_MECA` permet d'imposer le déplacement total (ou déplacement physique) grâce aux mots clés `DX`, `DY`, et `DZ`, ainsi que les degrés de liberté discontinus  $b_i$  grâce aux mots clés `H1X`, `H1Y`, et `H1Z`. En revanche, le mot clé facteur `LIAISON_GROUP` permet de contrôler les degrés de liberté continus  $a_i$  grâce aux mots clés `DX`, `DY`, et `DZ` (et non le déplacement total) ainsi que les degrés de liberté discontinus  $b_i$  grâce aux mots clés `H1X`, `H1Y`, et `H1Z`.

## 1.5 Pilotage du chargement

Pour le mode *I* le pilotage est effectué sur le saut de déplacement vertical. Le déplacement vertical  $DY$  ( $DZ$  en 3D) imposé sur les nœuds de la face supérieure du barreau est alors unitaire. L'intensité réelle du déplacement de ces nœuds est donc connue au cours du calcul par l'intermédiaire du paramètre `ETA_PILOTAGE`. On utilise l'un des pilotages `SAUT_IMPO` ou `SAUT_LONG_ARC` **implémenté spécialement pour *XFEM***, sur la composante normale  $H1Y$  ( $H1Z$  en 3D), correspondant à  $b_y$  ( $b_z$  en 3D) avec les notations prises ci-dessus, pour toutes les arêtes intersectées par l'interface.

Pour le mode *II* le pilotage est effectué sur le saut de déplacement horizontal. Le pilotage s'effectue alors de façon identique au mode *I*, mais sur la composante tangentielle  $H1X$ .

Enfin, pour chacun des modes d'ouverture, les pilotages utilisés permettent d'explorer toutes les phases de la loi de comportement : charge linéaire élastique, endommagement et décharge.

Les figures 1.5-1 et 1.5-2 représentent l'évolution du saut de déplacement en fonction de l'instant de calcul. Afin d'effectuer des décharges, plusieurs reprises de calcul (mot clé `reuse`) sont effectuées pour permettre de changer la valeur du coefficient  $c_{mult}$  (mot clé `COEF_MULT`) permettant de définir la valeur de l'incrément du saut de déplacement  $\Delta \delta_i$  à imposer pour un pas de

temps  $\Delta t$  via l'équation de pilotage. Comme le problème est uniforme, cette relation s'écrit de façon simple pour SAUT\_IMPO et SAUT\_LONG\_ARC :  $\Delta \delta_i c_{mult} = \Delta t$ . Le pilotage de type PRED\_ELAS n'est pas encore testé pour ce cas car il nécessiterait une restitution donnant la possibilité de piloter en décharge, discutée en [R5.03.80], avec ce type de pilotage.

Le chargement s'effectue en dix phases, grâce à dix appels successifs à STAT\_NON\_LINE :

Instant de calcul final	Phase	Saut de déplacement final (en m)	$C_{mult}$	
			DDL_IMPO LONG_ARC	PRED_ELAS
0,5	Début de charge élastique initiale	2,73E-7	1.833350000E+06	1.500013700E+03
0,75	Décharge élastique initiale	1,36E-7	-1.833350000E+06	-1.500013700E+03
2	Fin de charge élastique initiale	8,18E-7	1.833350000E+06	1.500013700E+03
3	Endommagement 1	1,50E-3	1.000545747E+03	1.001000991E+00
3.5				8.001501926E-01
4	Décharge élastique 1	5,00E-4	-1.000000000E+03	-8.501501892E-01
4.5				-1.285714290E+00
5	Charge élastique 1	1,50E-3	1.000000000E+03	1.285714286E+00
5.5				8.001501912E-01
7	Endommagement 2	3,00E-3	1.000000000E+03	2.089908926E+00
9	Décharge élastique 2	5,00E-4	-1.000000000E+03	-1.641475407E+00
9.5				-1.285714290E+00
10	Charge élastique 2	3,00E-3	1.000000000E+03	1.285714286E+00
12				1.441475409E+00
15	Endommagement 3	6,00E-3	1.000000000E+03	4.179817852E+00

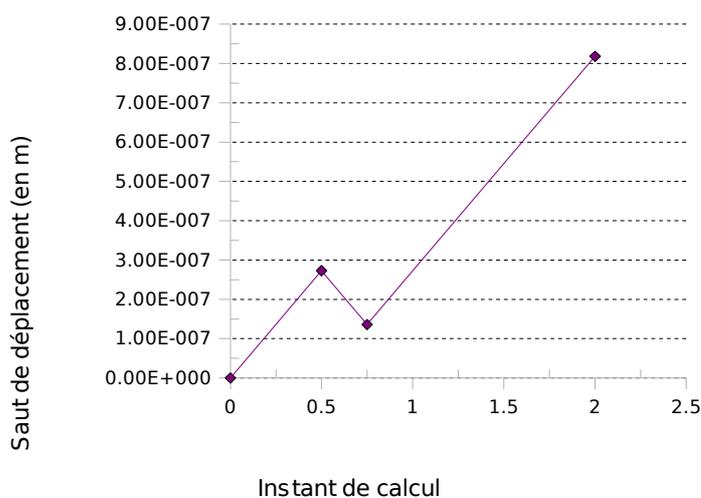
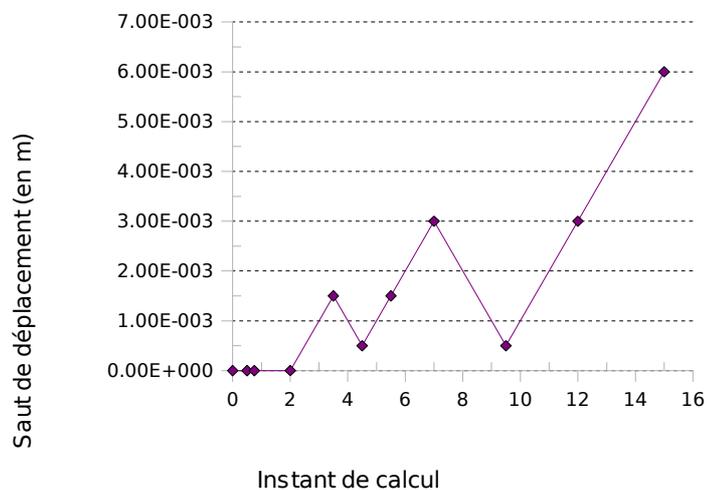


Figure 1.5-1: Évolution du saut de déplacement imposé par pilotage jusqu'à l'instant de calcul 2.



**Figure 1.5-2: Évolution du saut de déplacement imposé par pilotage en fonction de l'instant de calcul.**

## 2 Solution de référence

La solution de référence pour ce cas test est fournie par la relation de comportement cohésive définie dans [R7.02.12] :

$$t_c = \frac{\sigma_c}{\alpha} \exp\left(-\frac{\sigma_c}{G_c} \alpha\right) (\llbracket u \rrbracket_n + \beta^2 \llbracket u \rrbracket_\tau)$$

Où :

- $\llbracket u \rrbracket$  est le saut de déplacement
- $\llbracket u \rrbracket_n = n \otimes n \cdot \llbracket u \rrbracket$  est la projection du saut de déplacement suivant la normale à l'interface
- $\llbracket u \rrbracket_\tau = (\text{Id} - n \otimes n) \cdot \llbracket u \rrbracket$  est la projection du saut de déplacement suivant le plan tangent à l'interface
- $\beta$  est une grandeur obtenue expérimentalement représentant le rapport entre les forces d'ouverture en Mode *I* et en Mode *II*. Pour ce test, ce paramètre est choisi unitaire.
- $\llbracket u \rrbracket_{e,q} = \sqrt{\|\llbracket u \rrbracket_n\|^2 + \beta^2 \|\llbracket u \rrbracket_\tau\|^2}$
- $\alpha$  est une variable interne correspondant à la plus grande valeur de  $\llbracket u \rrbracket_{e,q}$  atteinte pendant l'ouverture. Cette variable interne a pour valeur initiale  $\alpha_0 = \frac{G_c}{\sigma_c} \text{PENA\_ADHERENCE}$ . Si le matériau sort de son domaine d'élasticité, on a  $\alpha = \llbracket u \rrbracket_{e,q}$ .

On connaît donc de façon explicite la force de cohésion<sup>1</sup> en fonction du saut de déplacement.

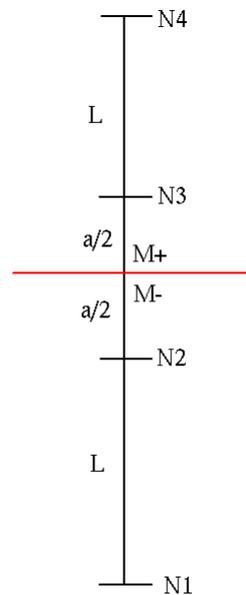
Instant de calcul final	Phase	Saut de déplacement final (en m)	$\ t_c\ $ (en Pa)
0,5	Début de charge élastique initiale	2,73E-7	3.66296853301E+05
0,75	Décharge élastique initiale	1,36E-7	1.8314842665E+05
2	Fin de charge élastique initiale	8,18E-7	1.098890559903E+06
3,5	Endommagement 1	1,50E-3	1.75867720687844E+05
4.5	Décharge élastique 1	5,00E-4	2.49999999999582E-04
5,5	Charge élastique 1	1,50E-3	1.75867720687844E+05
7	Endommagement 2	3,00E-3	2.8117686527187E+04
9,5	Décharge élastique 2	5,00E-4	4.68628108785798E+03
12	Charge élastique 2	3,00E-3	2.8117686527187E+04
15	Endommagement 3	6,00E-3	7.18731177854856E+02

Cette valeur sera donc comparée aux valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement respectivement nommés LAGS\_C et LAGS\_F1.

Mode *I* :

Pour des raisons d'invariance, considérons un problème unidimensionnel. Nous supposons aussi que la structure est maillée avec seulement trois éléments, ce qui ne change rien à la validité des résultats énoncés par la suite. L'interface est présente au milieu de l'élément central comme le montre la [Figure 2-a]. Étant donné que nous pilotons par DDL\_IMPO le degré de liberté *H1Y* du nœud N2 (aussi noté  $b_{y2}$ ), résolvons le problème en fonction de ce paramètre.

1 Force par unité de surface, homogène à une contrainte



**Figure 2-a: Représentation unidimensionnelle du problème de référence**

Exprimons les déplacements des différents points de la structure :

$$\begin{cases} u^1 = 0 \\ u^2 = L \epsilon \\ u^+ = \left(L + \frac{a}{2}\right) \epsilon \\ u^- = \left(L + \frac{a}{2}\right) \epsilon + [[u]]_n \\ u^3 = (L + a) \epsilon + [[u]]_n \\ u^4 = (2L + a) \epsilon + [[u]]_n \end{cases}$$

Exprimons maintenant les déplacements des points N2, M+, M- et N3 en fonction des degrés de liberté  $X-FEM$ .

$$\begin{cases} u^2 = a_{y2} - b_{y2} \\ u^3 = a_{y2} + b_{y3} \\ u^+ = \frac{a_{y2} + b_{y2}}{2} + \frac{a_{y3} + b_{y3}}{2} \\ u^- = \frac{a_{y2} - b_{y2}}{2} + \frac{a_{y3} - b_{y3}}{2} \end{cases}$$

En inversant ce système, on obtient :

$$\begin{cases} a_{y2} = \frac{u_2}{2} - \frac{u_3}{2} + u^+ \\ b_{y2} = -\frac{u_2}{2} - \frac{u_3}{2} + u^+ \\ a_{y3} = -\frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{2} + u^- \\ b_{y3} = \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{2} - u^- \end{cases}$$

La loi élastique de la structure donne :  $\sigma = E \epsilon$  .

L'équilibre du système donne  $\sigma = t_c$  .

Enfin, la loi de comportement cohésive fournit une relation entre contrainte et saut de déplacement. Cette relation est différente selon que le joint reste dans son domaine élastique ou qu'il s'endommage.

Si le joint reste dans le domaine élastique, la variable interne  $\alpha$  reste constante. On a alors

$$t_c = \frac{\sigma_c}{\alpha} \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \alpha\right) \llbracket u \rrbracket_n .$$

Les déplacements des différents points de la structure s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} u^1 &= 0 \\ u^2 &= \frac{L}{E} \frac{\sigma_c}{\alpha} \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \alpha\right) \llbracket u \rrbracket_n \\ u^+ &= \frac{L + \frac{a}{2}}{E} \frac{\sigma_c}{\alpha} \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \alpha\right) \llbracket u \rrbracket_n \\ u^- &= \left(1 + \frac{L + \frac{a}{2}}{E} \frac{\sigma_c}{\alpha} \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \alpha\right)\right) \llbracket u \rrbracket_n \\ u^3 &= \left(1 + \frac{L + a}{E} \frac{\sigma_c}{\alpha} \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \alpha\right)\right) \llbracket u \rrbracket_n \\ u^4 &= \left(1 + \frac{2L + a}{E} \frac{\sigma_c}{\alpha} \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \alpha\right)\right) \llbracket u \rrbracket_n \end{aligned}$$

En injectant ces expressions dans les formules donnant  $b_{y2}$  et  $b_{y3}$  , on constate que  $b_{y2} = b_{y3}$  .

On a ainsi  $\llbracket u \rrbracket_n = u^+ - u^- = b_{y2} + b_{y3} = 2.b_{y2}$  . Le problème est donc entièrement déterminé pour la donne du degré de liberté  $b_{y2}$  , correspondant au demi saut de déplacement, et connu à tout instant grâce au pilotage.

Si le joint reste en phase d'endommagement, la variable interne  $\alpha$  devient égale au saut de déplacement  $\llbracket u \rrbracket_n$  . On a alors  $t_c = \sigma_c \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \llbracket u \rrbracket_n\right)$  .

Les déplacements des différents points de la structure s'écrivent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} u^1 = 0 \\ u^2 = \frac{L}{E} \sigma_c \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \llbracket u \rrbracket_n\right) \\ u^+ = \frac{L + \frac{a}{2}}{E} \sigma_c \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \llbracket u \rrbracket_n\right) \\ u^- = \frac{(L + \frac{a}{2})}{E} \sigma_c \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \llbracket u \rrbracket_n\right) + \llbracket [u] \rrbracket_n \\ u^3 = \frac{(L + a)}{E} \sigma_c \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \llbracket u \rrbracket_n\right) + \llbracket [u] \rrbracket_n \\ u^4 = \frac{(2L + a)}{E} \sigma_c \exp\left(\frac{-\sigma_c}{G_c} \llbracket u \rrbracket_n\right) + \llbracket [u] \rrbracket_n \end{array} \right.$$

En injectant ces expressions dans les formules donnant  $b_{y2}$  et  $b_{y3}$ , on constate que  $b_{y2} = b_{y3}$ .  
On a ainsi  $\llbracket [u] \rrbracket_n = u^+ - u^- = b_{y2} + b_{y3} = 2 \cdot b_{y2}$ . Le problème est donc entièrement déterminé pour la donne du degré de liberté  $b_{y2}$ , correspondant au demi saut de déplacement, et connu à tout instant grâce au pilotage.

## Mode II :

Les conditions aux limites et les relations imposées grâce au mot clé facteur `LIAISON_GROUP` assurent un cisaillement parfait au niveau de l'interface. Le déplacement de tous les points situés sous la level set est donc nul et le déplacement de tous les points situés au dessus de la level set est égal au saut de déplacement.

La force de cohésion dans le joint est donc connue comme une fonction explicite du saut de déplacement lui-même connu à tout instant grâce au pilotage.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation XFEM, en contraintes planes, l'interface de discontinuité étant définie par une fonction de niveau (level set notée LN pour la level set normale) directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]`.

L'équation de la fonction de niveau pour l'interface est la suivante :

$$LN = Y - 2.5$$

Aucune level set tangentielle n'est nécessaire puisqu'on utilise le mot clé `TYPE_DISCONTINUITE='INTERFACE'`, ce qui permet d'avoir la structure totalement coupée en deux parties.

La loi cohésive est introduite par l'intermédiaire de l'opérateur `DEFI_CONT`, en spécifiant `ALGO_CONT='CZM'`, et la loi de comportement cohésive est activée grâce au mot clé `RELATION='CZM_EXP_REG'`.

On teste ici les modes *I* et *II* d'ouverture.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

On discrétise la structure en  $1 \times 5$  éléments finis QUAD4. L'interface est donc présente au sein de l'élément central par le biais des level sets.

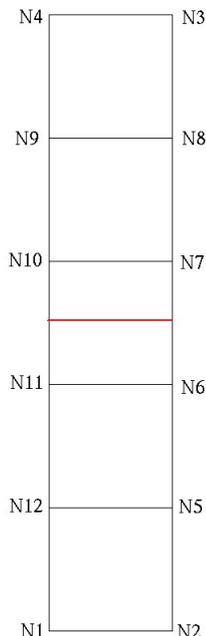


Figure 3.2-a: Maillage de la modélisation A

### 3.3 Pilotage

On utilise un pilotage spécifique  $X - FEM$  SAUT\_IMPO sur l'ensemble des arêtes intersectées par la fissure.

### 3.4 Grandeurs testées et résultats

Mode *I* :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Y pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,51.0E-6	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1Y pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1Y pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1Y pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1Y pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1Y pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1Y pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1Y pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1Y pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1Y pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

Mode *II* :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1X pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1X pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-6

4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1X pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

## 3.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques de modélisation sont les mêmes que pour la modélisation A.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

On discrétise la structure en  $2 \times 5$  éléments finis TRIA3. L'interface est donc présente au sein des éléments centraux par le biais des level sets.

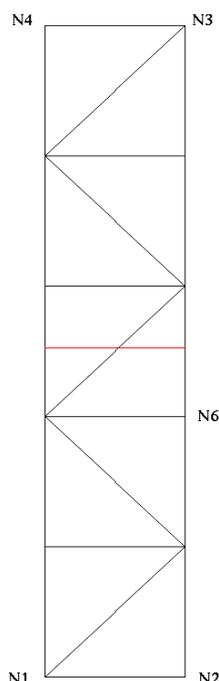


Figure 4.2-a:  
Maillage de la  
modélisation B

### 4.3 Pilotage

On utilise un pilotage spécifique *XFEM* SAUT\_IMPO sur l'ensemble des arêtes intersectées par la fissure.

### 4.4 Grandeurs testées et résultats

Mode I :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Y pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1Y pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6

0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1Y pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3,5	H1Y pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4,5	H1Y pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5,5	H1Y pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1Y pour tous les nœuds	1.499999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9,5	H1Y pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1Y pour tous les nœuds	1.499999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1Y pour tous les nœuds	2.999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

## Mode II :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0,5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0,75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3,5	H1X pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+0	1.0E-6
		5	
4,5	H1X pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5,5	H1X pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+0	1.0E-6
		5	
7	H1X pour tous les nœuds	1.499999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9,5	H1X pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1X pour tous les nœuds	1.499999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1X pour tous les nœuds	2.999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

## 4.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

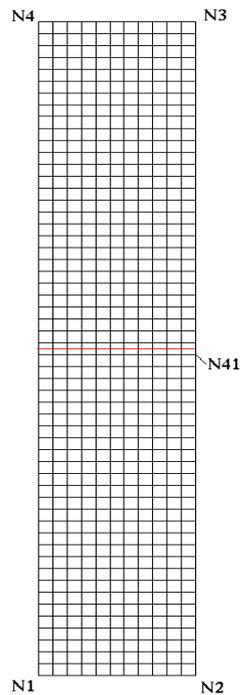
## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques de modélisation sont les mêmes que pour la modélisation *A*.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est ici raffiné par rapport à celui de la modélisation *A*. On discrétise la structure en  $11 \times 55$  éléments finis QUAD4. L'interface est donc présente au sein des éléments centraux par le biais des level sets.



**Figure 5.2-a:**  
**Maillage de la**  
**modélisation C**

### 5.3 Pilotage

On utilise un pilotage spécifique  $X-FEM$  SAUT\_LONG\_ARC sur l'ensemble des arêtes intersectées par la fissure.

## 5.4 Grandeurs testées et résultats

Mode *I* :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Y pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,51.0 E-6	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1Y pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1Y pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1Y pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1Y pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1Y pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1Y pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1Y pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1Y pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1Y pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

Mode *II* :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6

9.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1X pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

## 5.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques de modélisation sont les mêmes que pour la modélisation *A*.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est ici raffiné par rapport à celui de la modélisation *C*. On discrétise la structure en  $2 \times (11 \times 55)$  éléments finis TRIA3. L'interface est donc présente au sein des éléments centraux par le biais des level sets.

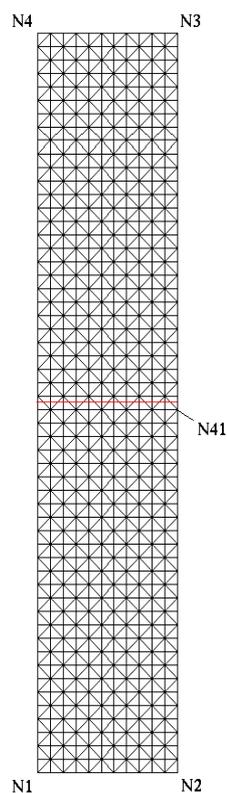


Figure 6.2-a: Maillage de la modélisation D

### 6.3 Pilotage

On utilise un pilotage spécifique *XFEM* SAUT\_LONG\_ARC sur l'ensemble des arêtes intersectées par la fissure.

## 6.4 Grandeurs testées et résultats

Mode *I* :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Y pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1Y pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1Y pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1Y pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1Y pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1Y pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1Y pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1Y pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1Y pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1Y pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

Mode *II* :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6

9,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1X pour tous les nœuds	1.49999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1X pour tous les nœuds	2.99999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

## 6.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation  $X-FEM$ , en trois dimensions, avec définition de contact sur l'interface de discontinuité définie par une fonction de niveau (level set notée  $LN$  pour la level set normale) directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` [U4.82.08].

L'équation de la fonction de niveau pour l'interface est la suivante :

$$LN = Y - 12.5$$

Aucune level set tangentielle n'est nécessaire puisqu'on utilise le mot clé `TYPE_DISCONTINUITE='INTERFACE'`, ce qui permet d'avoir la structure totalement coupée en deux parties.

La loi cohésive est introduite par l'intermédiaire de l'opérateur `DEFI_CONT`, en spécifiant `ALGO_CONT='CZM'`, et la loi de comportement cohésive est activée grâce au mot clé `RELATION='CZM_EXP_REG'`.

On teste ici les modes  $I$  et  $II$  d'ouverture.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

On discrétise la structure en  $1 \times 1 \times 5$  éléments finis `HEXA8`. L'interface est donc présente au sein de l'élément central par le biais des level sets.

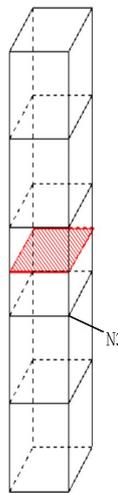


Figure 7.2-a : maillage avec 5 HEXA8

### 7.3 Pilotage

Pilotage spécifique de type `SAUT_IMPO`, on utilise le groupe des nœuds situés immédiatement au dessus de la fissure .

## 7.4 Grandeurs testées et résultats

### Mode I :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Z pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-5
0,5	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-5
0.75	H1Z pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-5
0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-5
2	H1Z pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-5
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-5
3.5	H1Z pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
4.5	H1Z pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-5
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-5
5.5	H1Z pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
7	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-5
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
9.5	H1Z pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-5
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-5
12	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-5
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
15	H1Z pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-5
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-5

### Mode II :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-5
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-5
0.75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-5
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-5
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-5
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-5
3.5	H1X pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
4.5	H1X pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-5
4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-5
5.5	H1X pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
7	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-5
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5

9.5	H1X pour tous les nœuds	2.499999999999582E-04	1.0E-5
9.5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-5
12	H1X pour tous les nœuds	1.49999999999958E-03	1.0E-5
12	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
15	H1X pour tous les nœuds	2.99999999999958E-03	1.0E-5
15	LAGS_F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-5

## 7.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques de modélisation sont les mêmes que pour la modélisation *E* .

### 8.2 Caractéristiques du maillage

On discrétise la structure en  $2 \times (1 \times 1 \times 5)$  éléments finis PENTA6. L'interface est donc présente au sein des éléments centraux par le biais des level sets.

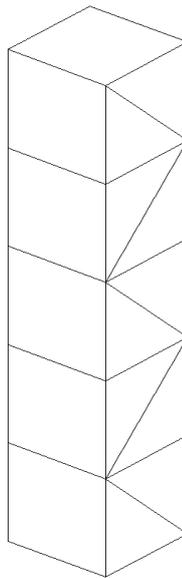


Figure 8.2-a: Maillage de la modélisation F

### 8.3 Pilotage

On utilise un pilotage spécifique *X-FEM* SAUT\_IMPO à l'aide du groupe de nœuds situé immédiatement au dessus de la fissure.

## 8.4 Grandeurs testées et résultats

### Mode I :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Z pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-5
0,5	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-5
0.75	H1Z pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-5
0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-5
2	H1Z pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-5
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-5
3.5	H1Z pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
4.5	H1Z pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-5
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-5
5.5	H1Z pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
7	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-5
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
9.5	H1Z pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-5
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-5
12	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-5
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
15	H1Z pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-5
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-5

### Mode II :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-5
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-5
0.75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-5
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-5
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-5
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-5
3.5	H1X pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
4.5	H1X pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-5
4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-5
5.5	H1X pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
7	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-5
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
9.5	H1X pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-5

9,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-5
12	H1X pour tous les nœuds	1.49999999999958E-03	1.0E-5
12	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
15	H1X pour tous les nœuds	2.99999999999958E-03	1.0E-5
15	LAGS_F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-5

## 8.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques de modélisation sont les mêmes que pour la modélisation *E*.

### 9.2 Caractéristiques du maillage

On discrétise la structure en  $4 \times (1 \times 1 \times 15)$  éléments finis TETRA4. L'interface est donc présente au sein des éléments centraux par le biais des level sets.

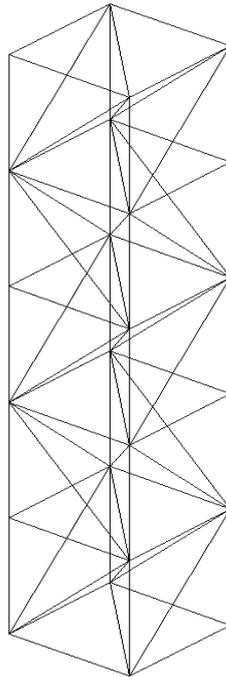


Figure 9.2-a: Maillage de la modélisation G

### 9.3 Pilotage

On utilise un pilotage spécifique *X-FEM* SAUT\_LONG\_ARC à l'aide du groupe de nœuds situé immédiatement au dessus de la fissure.

## 9.4 Grandeurs testées et résultats

Mode *I* :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Z pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1Z pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1Z pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1Z pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1Z pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1Z pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1Z pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1Z pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

Mode *II* :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6

9,5	LAGS F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1X pour tous les nœuds	1.49999999999958E-03	1.0E-5
12	LAGS F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
15	H1X pour tous les nœuds	2.99999999999958E-03	1.0E-5
15	LAGS F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-5

## 9.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 10 Modélisation H

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques de modélisation sont les mêmes que pour la modélisation  $E$ .

### 10.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est ici raffiné par rapport à celui de la modélisation  $F$ . On discrétise la structure en  $5 \times 1 \times 13$  éléments finis `HEXA8`. L'interface est donc présente au sein des éléments centraux par le biais des level sets.

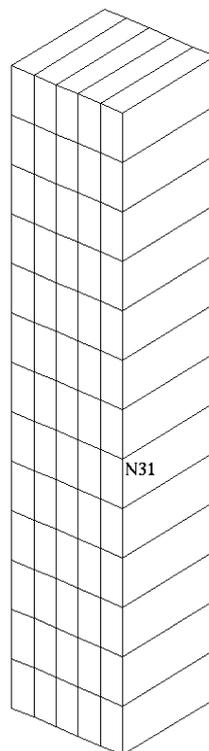


Figure 10.2-a:  
Maillage de la  
modélisation H

### 10.3 Pilotage

On utilise un pilotage spécifique  $X-FEM$  `SAUT_LONG_ARC` à l'aide du groupe de nœuds situé immédiatement au dessus de la fissure.

## 10.4 Grandeurs testées et résultats

### Mode I :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Z pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-5
0,5	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-5
0.75	H1Z pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-5
0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-5
2	H1Z pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-5
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-5
3.5	H1Z pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
4.5	H1Z pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-5
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-5
5.5	H1Z pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
7	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-5
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
9.5	H1Z pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-5
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-5
12	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-5
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
15	H1Z pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-5
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-5

### Mode II :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-5
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-5
0.75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-5
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-5
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-5
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-5
3.5	H1X pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
4.5	H1X pour tous les nœuds	2.4999999999582E-04	1.0E-5
4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-5
5.5	H1X pour tous les nœuds	7.4999999999582E-04	1.0E-5
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-5
7	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-5
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5

9.5	H1X pour tous les nœuds	2.499999999999582E-04	1.0E-5
9,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-5
12	H1X pour tous les nœuds	1.49999999999958E-03	1.0E-5
12	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-5
15	H1X pour tous les nœuds	2.99999999999958E-03	1.0E-5
15	LAGS_F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-5

## 10.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 11 Modélisation I

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques de modélisation sont les mêmes que pour la modélisation  $E$ .

### 11.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est ici raffiné par rapport à celui de la modélisation  $F$ . On discrétise la structure en  $2 \times (5 \times 1 \times 13)$  éléments finis PENTA6. L'interface est donc présente au sein des éléments centraux par le biais des level sets.

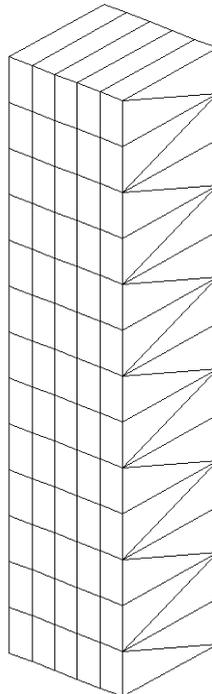


Figure 11.2-a:  
Maillage de la  
modélisation I

### 11.3 Pilotage

On utilise un pilotage spécifique  $X-FEM$  SAUT\_IMPO à l'aide du groupe de nœuds situé immédiatement au dessus de la fissure.

## 11.4 Grandeurs testées et résultats

Mode *I* :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Z pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	2.0E-6
0,5	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	2.0E-6
0.75	H1Z pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	2.0E-6
0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	2.0E-6
2	H1Z pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	2.0E-6
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	2.0E-6
3.5	H1Z pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	2.0E-6
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	2.0E-6
4.5	H1Z pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	2.0E-6
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	2.0E-6
5.5	H1Z pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	2.0E-6
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	2.0E-6
7	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	2.0E-6
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	2.0E-6
9.5	H1Z pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	2.0E-6
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	2.0E-6
12	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	2.0E-6
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	2.0E-6
15	H1Z pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	2.0E-6
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	2.0E-6

Mode *II* :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	2.0E-6
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	2.0E-6
0.75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	2.0E-6
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	2.0E-6
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	2.0E-6
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	2.0E-6
3.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	2.0E-6
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	2.0E-6
4.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	2.0E-6
4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	2.0E-6
5.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	2.0E-6
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	2.0E-6
7	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	2.0E-6
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	2.0E-6
9.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	2.0E-6

9,5	LAGS F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	2.0E-6
12	H1X pour tous les nœuds	1.49999999999958E-03	2.0E-6
12	LAGS F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	2.0E-6
15	H1X pour tous les nœuds	2.99999999999958E-03	2.0E-6
15	LAGS F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	2.0E-6

## 11.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 12 Modélisation J

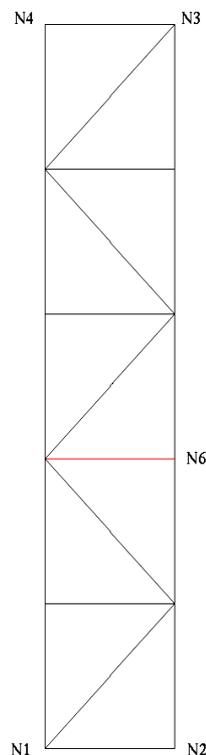
### 12.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques de modélisation sont les mêmes que pour la modélisation  $A$ , mis à part que l'on change la position de la level set afin de la positionner à l'interface entre deux éléments. L'équation de la fonction de niveaux pour l'interface est la suivante :

$$LN = Y - 2$$

### 12.2 Caractéristiques du maillage

On discrétise la structure en  $2 \times 5$  éléments finis TRIA3. L'interface est donc présente entre deux éléments par le biais des level sets.



**Figure 12.2-a:**  
**Maillage de la**  
**modélisation J**

### 12.3 Pilotage

On utilise un pilotage spécifique XFEM SAUT\_IMPO sur toutes les arêtes intersectées.

### 12.4 Grandeurs testées et résultats

Mode I :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant

uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Y pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1Y pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1Y pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1Y pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1Y pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1Y pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1Y pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1Y pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1Y pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1Y pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

## Mode II :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1X pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

## 12.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 13 Modélisation K

### 13.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques de modélisation sont les mêmes que pour la modélisation  $G$ , mis à part que l'on change la position de la level set afin de la positionner à l'interface entre deux éléments. L'équation de la fonction de niveaux pour l'interface est la suivante :

$$LN = Y - 10$$

### 13.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est le même que celui de la modélisation  $G$ .

### 13.3 Pilotage

On utilise un pilotage spécifique XFEM SAUT\_IMPO sur toutes les arêtes intersectées.

### 13.4 Grandeurs testées et résultats

Mode  $I$  :

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact LAGS\_C en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Z pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0.5	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1Z pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_C pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1Z pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_C pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1Z pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1Z pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_C pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1Z pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_C pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1Z pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_C pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1Z pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_C pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1Z pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_C pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

Mode  $II$  :

On teste les valeurs des Lagrangiens de frottement LAGS\_F1 en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur STAT\_NON\_LINE, ces valeurs étant uniformes sur l'interface. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de frottement.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1X pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-6
0,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-6
0.75	H1X pour tous les nœuds	6.818119835274E-08	1.0E-6
0,75	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.8314842665E+05	1.0E-6
2	H1X pour tous les nœuds	4.0908719011645E-07	1.0E-6
2	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.098890559903E+06	1.0E-6
3.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
3,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
4.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
4,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	58622.573562549	1.0E-6
5.5	H1X pour tous les nœuds	7.49999999999582E-04	1.0E-6
5,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	1.75867720687844E+05	1.0E-6
7	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
7	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
9.5	H1X pour tous les nœuds	2.49999999999582E-04	1.0E-6
9,5	LAGS_F1 pour tous les nœuds	4686.28108785798	1.0E-6
12	H1X pour tous les nœuds	1.4999999999958E-03	1.0E-6
12	LAGS_F1 pour tous les nœuds	28117.686527187	1.0E-6
15	H1X pour tous les nœuds	2.9999999999958E-03	1.0E-6
15	LAGS_F1 pour tous les nœuds	718.731177854856	1.0E-6

## 13.5 Commentaires

Les valeurs des Lagrangiens de contact et de frottement sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 14 Modélisation L

### 14.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation  $X - FEM$ , en contraintes planes, avec définition de contact sur l'interface de discontinuité définie par une fonction de niveau (level set notée  $LN$  pour la level set normale) directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` [U4.82.08].

Le statut esclave/maître pour une surface de contact  $X - FEM$  est donné par le signe de la fonction de niveau normale  $LN$  : la surface esclave est du côté négatif tandis que la surface maître se situe du côté positif.

L'équation de la fonction de niveau pour l'interface est la suivante :

$$LN = Y - 2.5$$

Aucune level set tangentielle n'est nécessaire puisqu'on utilise le mot clé `TYPE_DISCONTINUITE='INTERFACE'`, ce qui permet d'avoir la structure totalement coupée en deux parties.

Ce teste modélise une interface en ouverture et en fermeture pour laquelle le saut de déplacement est contrôlé par un pilotage par `SAUT_IMPO`.

La loi cohésive est introduite par l'intermédiaire de l'opérateur `DEFI_CONT`, en spécifiant `ALGO_CONT='CZM'`, et la loi de comportement cohésive est activée grâce au mot clé `RELATION='CZM_EXP_REG'`. En fermeture, le contact est géré par un terme de pénalisation compris dans la loi cohésive.

### 14.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est le même que celui de la modélisation  $A$ . L'interface est donc présente au sein de l'élément central par le biais des level sets.

### 14.3 Conditions aux limites

Les conditions limites sont les mêmes que celles du mode  $I$  d'ouverture des modélisations 2D. Les valeurs de `COEF_MULT` sont modifiées pour effectuer un pas de temps en ouverture puis un pas de temps en fermeture.

Instant de calcul final	Phase	Saut de déplacement final (en $m$ )	$c_{mult}$	$HIY$ final
0,5	Traction	2,73E-7	3.6667E6	1.36362396705485E-07
1,0	Compression	-2,73E-7	-9.16675E5	-1.36362396705485E-07

### 14.4 Solution de référence

En ouverture, la solution est donnée par la loi cohésive au paragraphe 2.

En fermeture, la solution pénalisée est égale au produit du saut de déplacement par le coefficient de pénalisation qui est le même que le coefficient d'adhérence étant donné que nous avons entré `PENA_CONTACT=1`. (voir documentation [R7.02.11]).

### 14.5 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs des Lagrangiens de contact `LAGS_C` en tous les nœuds de la maille traversée par l'interface après convergence des itérations de chaque opérateur `STAT_NON_LINE`. Pour tester toutes les valeurs en une fois, on teste le minimum et le maximum des Lagrangiens de contact.

Pas	Identification	Référence	Tolérance (%)
0.5	H1Y pour tous les nœuds	1.36362396705485E-07	1.0E-10
0,5	LAGS_C pour tous les nœuds	3.66296853301E+05	1.0E-10
1	H1Y pour tous les nœuds	-1.36362396705485E-07	1.0E-10
1	LAGS_C pour tous les nœuds	-3.66296853301E+05	1.0E-10

## 14.6 Commentaires

Ce teste montre que le terme de pénalisation inclut dans la loi de comportement cohésive pour le traitement du contact permet de lever l'incompatibilité entre contact en méthode continue et le pilotage. Reste à l'utilisateur de vérifier que l'interpénétration obtenue reste physique, et augmenter `PENA_CONTACT` si tel n'est pas le cas.

Les valeurs des Lagrangiens de contact sont calculées de façon explicite en fonction du saut de déplacement que l'on pilote. Il est donc naturel d'avoir des erreurs quasi-nulles.

## 15 Synthèse des résultats

---

Les résultats numériques sont en accord avec la solution analytique. Ces tests permettent de valider la loi de contact cohésive implémentée pour la méthode  $X-FEM$  en 2D et 3D dans les différents modes d'ouverture.

La modélisation  $L$  permet de plus de lever l'incompatibilité entre contact en méthode continue et le pilotage en utilisant un terme de pénalisation dans la loi cohésive.