

SSNL501 - Poutre encastrée aux deux extrémités soumise à une pression uniforme

Résumé :

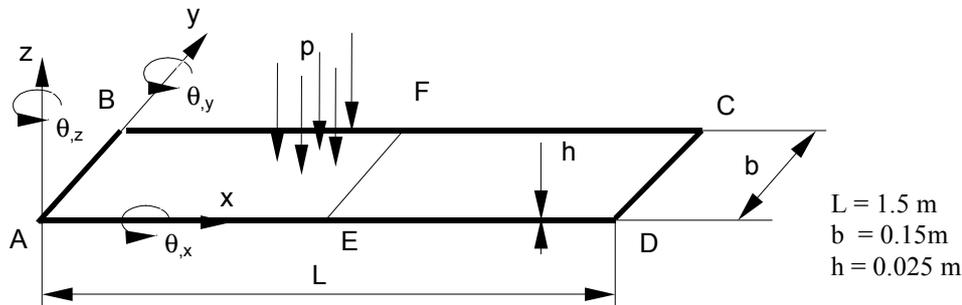
Ce test représente un calcul quasi-statique d'une poutre encastrée soumise à une pression uniforme, constituée d'un matériau élastique parfaitement plastique. Ce test permet de valider les modélisations éléments finis suivantes :

- COQUE_C_PLAN (SEG3),
- DKT (TRIA3, QUAD4),
- COQUE_3D (TRIA7, QUAD9),
- POU_D_TGM (SEG2).

La pression limite est comparée à une solution de référence analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la poutre sont :

$$E = 2.10^{11} \text{ Pa} \quad \text{Module de Young}$$

$$\nu = 0.3 \quad \text{Coefficient de poisson}$$

Le matériau suit une loi de comportement élastique parfaitement plastique :

$$\sigma_e = 2.3510^8 \text{ Pa} \quad \text{Limite élastique}$$

$$\varepsilon_e = 1.17510^{-3} \quad \text{Déformation élastique limite}$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Conditions aux limites : Cotés AB et CD encastrés
- Déplacement imposé suivant Z en E ($x = L/2$) :

$$DZ_e = 6.60910^{-3} \text{ m} \quad \left(DZ_e = \frac{q_e L^4}{384EI} \right)$$

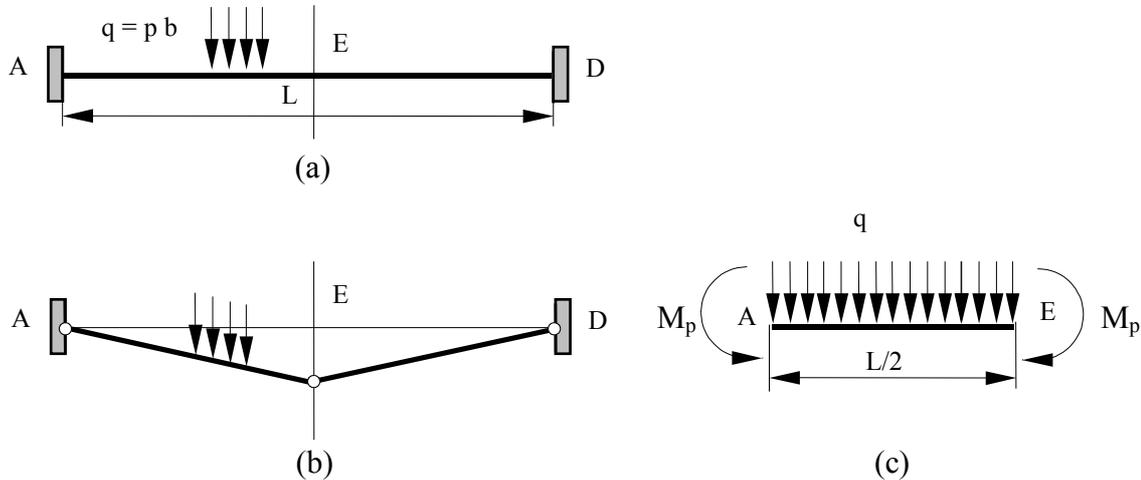
$$DZ(E) \text{ varie de } 0 \text{ à } 30 DZ_e$$

1.4 Conditions initiales

Sans objet

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence



La ruine de la poutre apparaît lorsqu'il y a des rotules plastiques aux points A , D et E (figure b). L'équilibre statique de la moitié gauche de la poutre, permet de déterminer la pression limite (figure c)

$$\sum M_A = 2M_p - q_L \left(\frac{L}{2}\right) \left(\frac{L}{4}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad q_L = \frac{16M_p}{L^2}$$

où :

q_L représente la pression limite

M_p représente le moment plastique ($M_p = \sigma_e \frac{bh^2}{4}$)

L'apparition du premier point plastique sur la fibre extérieure de la poutre a lieu aux points A et D , les autres fibres étant en régime élastique. La pression limite élastique est de $q_e = 2\sigma_e \frac{bh^2}{L^2}$.

2.2 Résultats de référence

Pression limite $q_L = 39\,166.67 \text{ N/m}$

2.3 Incertitudes sur la solution

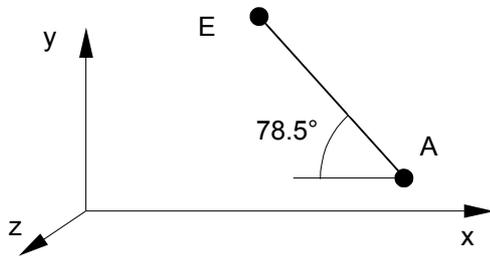
Solution analytique

2.4 Références bibliographiques

- 1) WILLIAM A. NASH : Theory and problems of Strength of material, Schaum's outline series, 2/ed, McGRAW-HILL

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_C_PLAN

Point A (2.1 ; 0.7) (nœud n1)

Conditions aux limites : Point A : $u = v = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie : Point E : $\theta_z = 0$

la poutre étant inclinée à 78.5° , la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(78.5^\circ)$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et type : 10 SEG3

3.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
10	ETA_PILOTAGE	10	1.0	1.0699	6.9
12	ETA_PILOTAGE	12	1.0	1.0699	6.9

3.4 Remarques

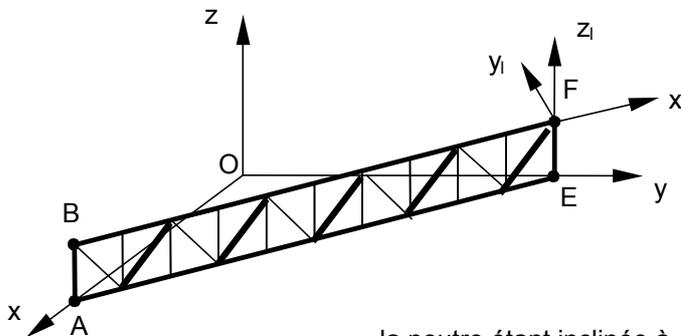
La largeur pour la modélisation COQUE_C_PLAN est imposée à 1 dans Code_Aster. En conséquence, nous avons multiplié par $1/b$ le chargement pour tenir compte de la largeur réelle de la poutre.

Dans cette analyse on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 20 éléments, on observe une amélioration des résultats COQUE_C_PLAN lorsque l'on raffine le maillage.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (TRIA3)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF: $u = 0$ (repère local $x_1 y_1 z_1$)

- côté EF: $\theta_z = 0$ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45° , la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43

Nombre de mailles et type : 20 TRIA3

4.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.11133	11.11
25	ETA_PILOTAGE	15	1.0	1.142	11.42

4.4 Remarques

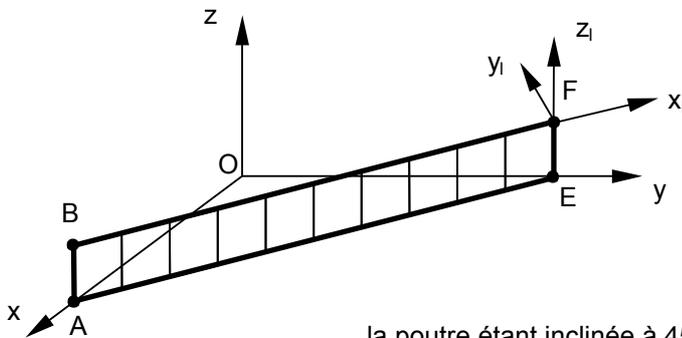
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats DKT TRIA3 lorsque l'on raffine le maillage.

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (QUAD4)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF: $u = 0$ (repère local $x_1 y_1 z_1$)

- côté EF: $\theta_z = 0$ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45° , la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43

Nombre de mailles et type : 10 QUAD4

5.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.0837	8.37
25	ETA_PILOTAGE	25	1.0	1.0998	9.98

5.4 Remarques

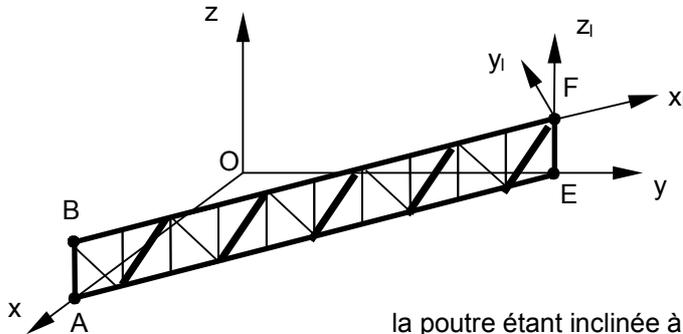
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats DKT QUAD4 lorsque l'on raffine le maillage.

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (TRIA7)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF: $u = 0$ (repère local $x_1 y_1 z_1$)

- côté EF: $\theta_z = 0$ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45°, la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 83

Nombre de mailles et type : 20 TRIA7

6.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.1143	11.43
15	ETA_PILOTAGE	15	1.0	1.1682	16.82

6.4 Remarques

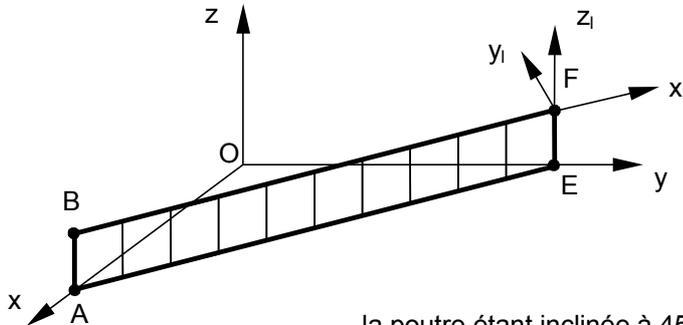
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre `ETA_PILOTAGE` s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats coques 3D TRIA7 lorsque l'on raffine le maillage.

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (QUAD9)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF: $u = 0$ (repère local $x_1 y_1 z_1$)

- côté EF: $\theta_z = 0$ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45°, la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 54

Nombre de mailles et type : 10 QUAD9

7.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.0978	9.78
25	ETA_PILOTAGE	25	1.0	1.1085	10.85

7.4 Remarques

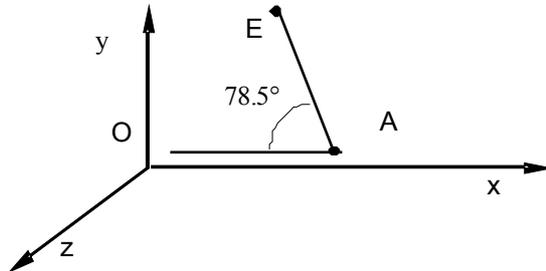
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats coques 3D QUAD9 lorsque l'on raffine le maillage.

8 Modélisation F

8.1 caractéristiques de la modélisation



Modélisation POU_D_TGM

A= 2.1 0.7 0.

AE =0.75 m

Conditions aux limites (repère global)

- noeud A: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- noeud E: $u = 0, \theta_z = 0$

la poutre étant inclinée à 78.5° , la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(78.5^\circ)$

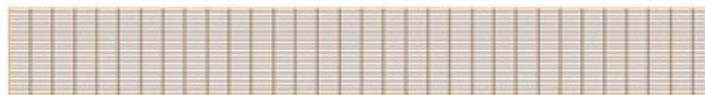
8.2 caractéristiques du maillage

- maillage de la poutre

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et type : 10 SEG2

- maillage de la section



Nombre de nœuds : 355

Nombre de mailles et type : 280 QUAD4

8.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	% Tolérance
5	ETA_PILOTAGE	10	1.0	14.
5.24	ETA_PILOTAGE	12	1.0	14.

Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

La solution poutre s'améliore sensiblement lorsque l'on raffine le maillage.

9 Synthèse des résultats

Concernant l'évolution du déplacement normal au centre de la plaque en fonction du paramètre de pilotage, on observe que :

- les modélisations comportant des quadrangles donnent de meilleurs résultats, par rapport aux mailles triangles.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre `ETA_PILOTAGE` s'est stabilisée, ou lorsque le calcul n'était plus possible. Compte tenu des maillages utilisés, les résultats obtenus sont satisfaisants. Les erreurs observées sont pour les modélisations :

- `COQUE_C_PLAN` : 6.9% (A),
- `DKT` : 11.4% pour la maille `TRIA3` (B) et 9.9% pour la maille `QUAD4` (C),
- `COQUE_3D` : 16% pour la maille `TRIA7` (D) et 10.8% pour la maille `QUAD9` (E),
- `POUT_D_TGM` : 9% (F).

Mais on constate qu'avec un maillage plus fin aux extrémités et au centre de la plaque, lieu ou la plastification apparaît, il est possible de minimiser l'erreur par rapport à la solution de référence.