# SSNL134 - Ruine élasto-plastique du portique de Lee

**Résumé**

Ce test a pour but de valider simultanément les possibilités non-linéaires matériau et géométrique de l'élément de poutre multi-fibres POU_D_TGM. L'élément est mis en œuvre sur un cas-test couramment traité dans la littérature en ce qui concerne le comportement élastique car il présente une réponse complexe avec des *snap-back* et des *snap-through* : c'est le portique de Lee.

On suppose ici un comportement élasto-plastique du portique, ce qui permet de tester la bonne intégration de la loi de comportement des éléments multi-fibres mais aussi le traitement correct des grands déplacements. Les résultats obtenus font l'objet de comparaisons à des résultats issus de la littérature ainsi que de tests de non-régression.

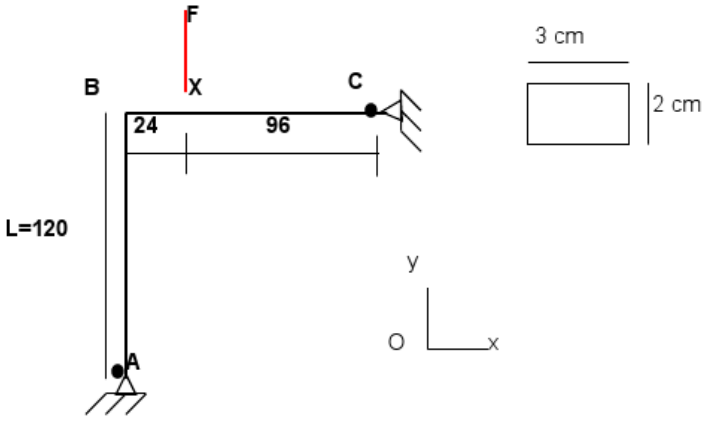


Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

Le portique de Lee est un portique à 2 bras, articulé à ses extrémités :




Coordonnées des points (en $cm$ ) :

| | $A$ | $B$ | $C$ | $X$ |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | 0 | 120 | 24 |
| $y$ | 0 | 120 | 120 | 120 |

## 1.2 Caractéristiques de la section

Les bras sont à section rectangulaire de $3\,cm$ par $2\,cm$ . La section est orientée de telle sorte que l'axe d'inertie le plus faible est perpendiculaire au plan du portique.

$$A = 6\,cm^2$$
$$I_y = 2.0\,cm^4$$
$$I_z = 4.5\,cm^4$$
$$A_y = 1.2$$
$$A_z = 1.2$$

## 1.3 Propriétés du matériau

$$E = 720\,N/cm^2$$
$$\nu = 0.3$$
$$E_t = 72\,N/cm^2$$
$$\sigma_e = 10.44\,N/cm^2$$

## 1.4 Conditions aux limites et chargement

1) Des conditions aux limites sont imposées aux points $A$ et $C$ (articulation autour de $Oz$ ) :



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$DX = DY = DZ = DRX = DRY = 0$$

2) On impose au point $X$ un chargement vertical $F$ :

$$FY = C \times t$$

La constante $C$ correspond au coefficient de pilotage déterminé par exemple par une méthode de longueur d'arc. En effet, cette structure présente une réponse complexe sous chargement non monotone.



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode utilisée pour le calcul de la solution de référence

Ce portique a été étudié pour la première fois en 1968 par Lee[1], qui a proposé une solution analytique dans le cas élastique et en négligeant l'énergie de déformation due à l'effort normal. Depuis, plusieurs autres auteurs ont à leur tour étudié la structure, en particulier en 1984, Cichon[2] fût le premier à proposer une solution en considérant un comportement élasto-plastique.

## 2.2 Résultats de référence

On s'intéresse aux déplacements horizontaux et verticaux dans le repère global du point $X$ pour différentes valeurs de la force appliquée.

On présente ci-dessous un tableau récapitulatif des résultats obtenus par Cichon ainsi que par Waszczyszyn et Janus-Michalska[3]. On choisit comme référence la moyenne de ces deux résultats figurée en **gras**.

| Déplacement ( $cm$ ) | $U$ (horizontal) | | | $V$ (vertical) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $F(N)$ | Waszczyszyn | Cichon | Moyenne | Waszczyszyn | Cichon | Moyenne |
| 0,968 | 1,812 | 1,734 | **1,773** | 10,414 | 10,078 | **10,246** |
| 1,242 | 3,482 | 3,913 | **3,6975** | 15,61 | 16,639 | **16,1245** |
| 1,4153 | 6,281 | 6,711 | **6,496** | 22,305 | 23,344 | **22,8245** |
| 1,507 | 12,516 | 13,836 | **13,176** | 38,804 | 36,501 | **37,6525** |
| 1,4605 | 19,025 | 18,148 | **18,5865** | 44,18 | 42,543 | **43,3615** |
| 1,4006 | 23,104 | 23,073 | **23,0885** | 49,262 | 47,374 | **48,318** |
| 1,3151 | 28,998 | 28,303 | **28,6505** | 53,012 | 51,102 | **52,057** |
| 1,1062 | 39,266 | 37,765 | **38,5155** | 58,904 | 56,181 | **57,5425** |
| 0,9275 | 46,871 | 44,831 | **45,851** | 61,775 | 58,442 | **60,1085** |

## 2.3 Incertitude sur la solution

Entre 1 et 5% (écart relatif maximal à la moyenne des résultats).

## 2.4 Références bibliographiques

1 Lee S., Manuel F. S., and Rossow E. C. "Large deflections and stability of elastic frames." *J. Engrg. Mech. Div., ASCE*, 1968;EM2, 521-547.

2 Cichon Cz. "Large displacements in-plane analysis of elasto-plastic frames". *Comp Struct* 1984;19,737-45.

3 Waszczyszyn Z., Janus-Michalska M. "Numerical approach to the 'exact' finite element analysis of in-plane finite displacements of framed structures". *Comput. Struct*. 1998;69, 525-535.

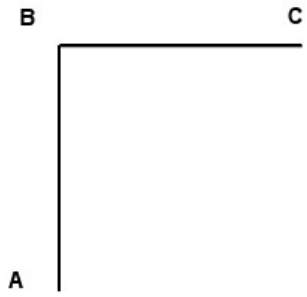


Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation POU_D_TGM




Découpage : 10 éléments dans le poteau et dans la poutre

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 20 SEG2

## 3.3 Caractéristiques du maillage de la section transverse

Nombre de fibres : 100 (découpage en 10 de chaque côté)
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 3.4 Grandeurs testées et résultats

Les résultats sont obtenus par un découpage automatique du pas de temps et avec pilotage par longueur d'arc de la réponse globale en déplacement de la structure.

| Déplacement | Identification | Référence | Type de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|---|
| 1,773 | DX | 0,968 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 10,246 | DY | 0,968 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 3,6975 | DX | 1,242 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 16,1245 | DY | 1,242 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 6,496 | DX | 1,4153 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 22,8245 | DY | 1,4153 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 13,176 | DX | 1,507 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 37,6525 | DY | 1,507 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 18,5865 | DX | 1,4605 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 43,3615 | DY | 1,4605 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 23,0885 | DX | 1,4006 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 48,318 | DY | 1,4006 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 28,6505 | DX | 1,3151 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 52,057 | DY | 1,3151 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 38,5155 | DX | 1,1062 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 57,5425 | DY | 1,1062 | 'SOURCE_EXTERNE' | 15 % |
| 45,851 | DX | 0,9275 | 'SOURCE_EXTERNE' | 5 % |
| 60,1085 | DY | 0,9275 | 'SOURCE_EXTERNE' | 55 % |

## 3.5 Remarques

L'utilisation de la technique de longueur d'arc rend difficile la définition de la valeur de référence à introduire dans la commande TEST_RESU, puisque ces valeurs ne peuvent pas être imposées. Les tests ont donc été faits à l'envers en choisissant comme paramètre les valeurs de déplacements et comme valeur testée la valeur de la force (c'est-à-dire ETA_PILOTAGE).

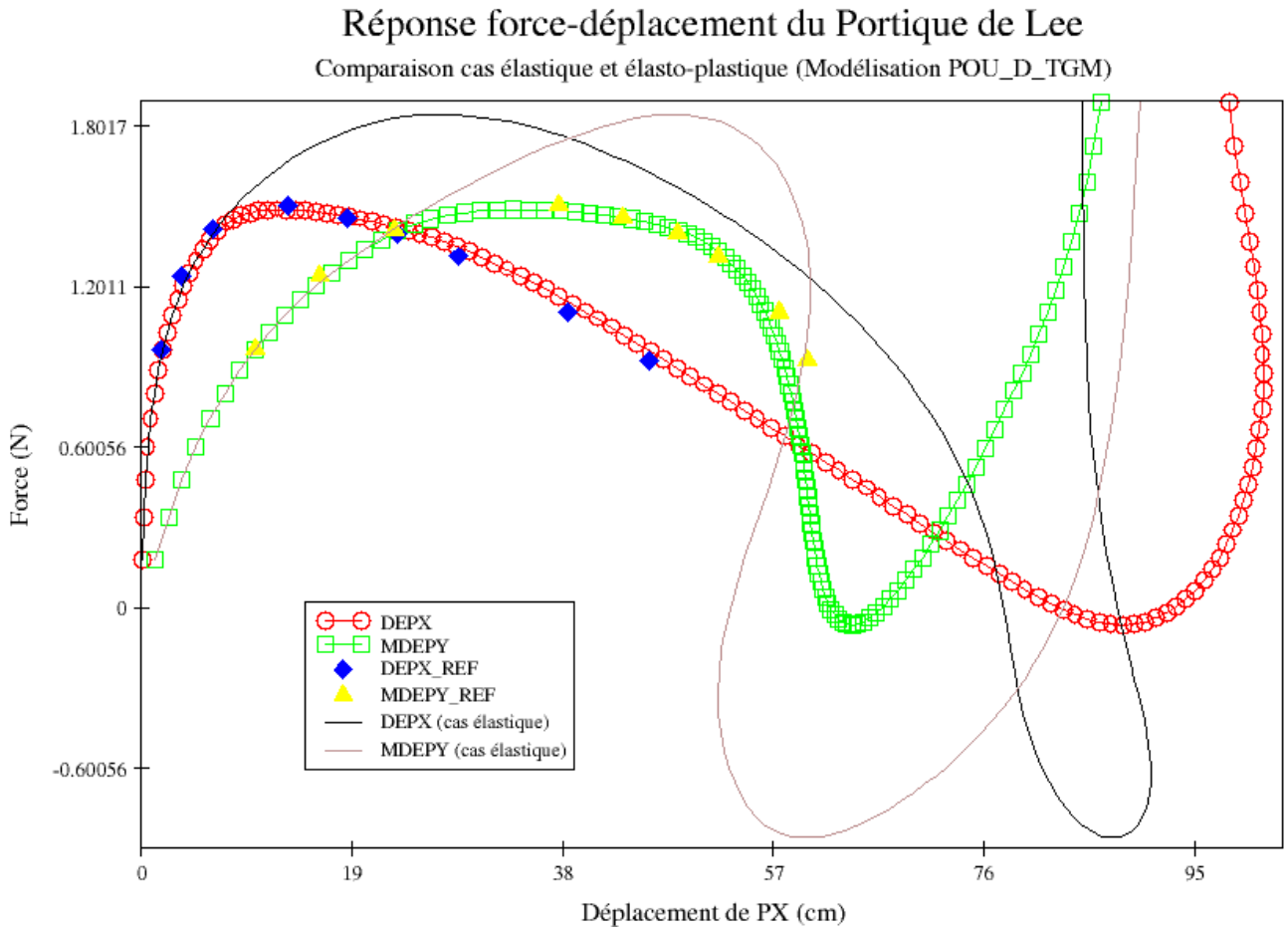
C'est cette manière de tester qui explique les différences élevées constatées en $DY$ aux derniers instants alors que les courbes se superposent parfaitement.



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Synthèse des résultats

## 4.1 Comparaison avec le cas élastique




On présente ci-dessus une représentation graphique de la réponse force-déplacement du portique de Lee où l'on a fait figurer la réponse dans le cas d'une structure élastique (obtenue avec la même modélisation dans *Code_Aster*).

Il est intéressant de remarquer comme l'adjonction du comportement élasto-plastique modifie complètement la réponse de la structure dès la première plastification.

## 4.2 Synthèse

Globalement l'erreur commise sur les déplacements ne dépasse jamais 5% qu'il faut comparer à l'incertitude sur la solution qui est d'environ 5%. De plus comme on l'a expliqué, réaliser des tests sur des valeurs est difficile en présence de pilotage.

Si on observe la figure ci-dessus, on remarque une bonne corrélation entre la réponse de référence et celle obtenue par *Code_Aster*. On décrit notamment bien le changement d'allure due à la première plastification.



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)