SSNL114 - Câble pesant avec dilatation thermique

Résumé :

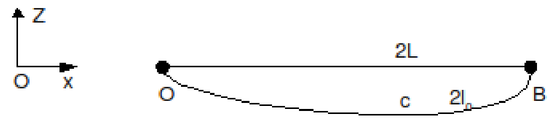
Ce test valide le calcul des câbles soumis à la pesanteur, avec ou sans dilatation thermique.

- Analyse statique
- Comportement élastique
- Grands déplacements
- 2 modélisations : `CABLE` et `POU_D_T_GD`

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Un câble de longueur $2l_0$ au repos, dans la direction x, est soumis son poids propre (pesanteur dans direction $-Z$). Il est encastré aux extrémités O et B, elles-mêmes distantes de $2\mathrm{L}$.



Initialement, $2l_0 = 2L = 325\mathrm{m}$

L'aire de la section du câble vaut : $2.2783\mathrm{E}-04\,m^2$

1.2 Propriétés de matériaux

$E = 5.70\,E+10\,Pa$
$\nu = 0.3$ (modélisation B uniquement)
$ALPHA : 2.3\,E-5\,K^{-1}$
$RHO : 2.844230\mathrm{E}+03\,kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Encastrement en O et B
Pesanteur : $(9.81, 0.0, 0.0, -1.0)$
La température dans le câble varie en fonction du temps, la température de référence est $0.\,°C$.

- Instant : 0. Température $T = 0.\,°C$
- Instant : 1.Température $T = 39.26\,°C$

On traite donc :

- à l'instant 0, un câble soumis à son seul poids propre
- à l'instant 1, un câble pesant soumis à une dilatation thermique.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique :
Pour un câble extensible (élastique), soumis à son poids propre, le déplacement vaut :

$$x(s)=a\,Argsh\left(\frac{s}{a}\right)+\frac{\rho g}{E}l_0$$

$$z(x)=a\sqrt{1+\frac{s^2}{a^2}}+\frac{\rho g}{E}\frac{s^2}{2}-a\sqrt{1+\frac{l_0^2}{a^2}}-\frac{\rho g}{E}\frac{l_0^2}{2}$$

a solution de l'équation $L=a\,Argsh\left(\frac{l_0}{a}\right)+\frac{\rho g}{E}a\,l_0=f(a)$

Avec s abscisse curviligne, $s\in[-l_o,l_o]$. On s'intéresse ici à la flèche au centre (point C) :

$$z(C)=a-a\sqrt{1+\frac{l_0^2}{a^2}}-\frac{\rho g}{E}\frac{l_0^2}{2}$$

a solution de l'équation $L=a\,Argsh\left(\frac{l_0}{a}\right)+\frac{\rho g}{E}a\,l_0=f(a)$

La seule difficulté dans le calcul de cette solution est la résolution de l'équation $L=f(a)$. Cette résolution a été faite numériquement (programme fortran utilisant la routine de recherche de zéro d'Aster `ZEROFO`).

Remarque :

Dans le cas de la dilatation thermique, la solution est la même que précédemment, en considérant que la longueur initiale $2l_0$ est égale à sa longueur initiale $2\mathrm{L}$ augmentée de la dilatation linéique : $l_0=L(1+\alpha T)$

2.2 Résultats de référence

Déplacement en Z au point C

2.3 Incertitude sur la solution

Solution semi - analytique : la résolution numérique de l'équation $L=f(a)$ donne une valeur à 10^{-3} près.

2.4 Références bibliographiques

[C.CONEIM « Sur l'approximation des équations de la statique des câbles aériens en présence de champs de forces électromagnétiques ». Thèse et note HI/3640-02 (Février 1981)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

éléments CABLE

3.2 Caractéristiques du maillage

27 éléments CABLE

3.3 Grandeurs testées et résultats

$DZ(C)$ (m)	Instant	Point	Identification	Référence	$\%$ différence
	0.	C	DZ	–6.352	0.025
	1.	C	DZ	–8.195	0.012

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

éléments POU_D_T_GD
Afin de ne pas perturber la solution, les valeurs des inerties de flexion sont choisies arbitrairement petites : pour une section d'aire $2.2783\mathrm{E}-4$, on pose $IY = IZ = 1.0\mathrm{E}-4$
Signalons toutefois que des valeurs ne peuvent pas être prises plus petites sans provoquer d'erreur dans la résolution.

4.2 Caractéristiques du maillage

27 éléments POU_D_T_GD

4.3 Grandeurs testées et résultats

$DZ(C)$ (m)	**Instant**	**Point**	**Identification**	**Référence**	**$\%$ différence**
	0.	C	DZ	–6.352	0.4
	1.	C	DZ	–8.195	0.2

5 Synthèse des résultats

Les résultats montrent que l'on peut obtenir la solution du problème du câble pesant avec une bonne précision pour les éléments de câble (0.02%), et une précision acceptable pour les éléments POU_D_T_GD (0.4%).

En effet, ce problème mécanique est difficile pour l'algorithme de résolution, car la solution ne peut être obtenue qu'avec l'hypothèse des grands déplacements. La convergence ne peut s'obtenir qu'avec la matrice de rigidité géométrique.