# SSNA121 - Tube de béton soumis à une pression interne avec le modèle UMLV_FP

**Résumé :**

L'objectif de ce test consiste à valider la bonne prise en compte des états de traction pour traiter le fluage du béton, modèle UMLV_FP, sous ces états de contraintes de traction. L'essai consiste à appliquer une pression interne sur un tube en béton modélisé en conditions axisymétriques.



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

On considère un tube infini de rayon intérieur de $20\text{m}$ et de rayon extérieur $21\text{m}$. La longueur du tube n'intervient pas dans l'évaluation de la solution de référence, mais cette longueur est fixée à $10\text{m}$ pour la modélisation physique du problème (illustration 1.1.1).

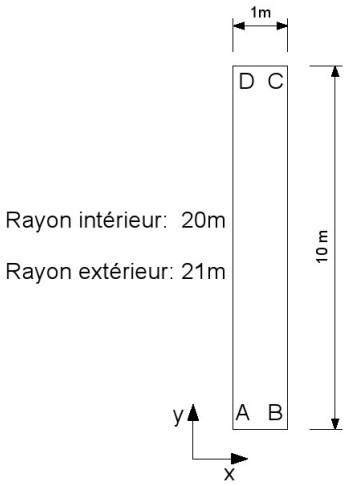


**Illustration 1.1.1: Géométrie du tube en béton d'épaisseur 1m et de rayon intérieur 20m**

## 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau béton est élastique isotrope dont les propriétés sont :

- $E=31\,000\,MPa$
- $\nu=0.2$

Les propriétés du béton au fluage propre (modèle ULMV_FP) sont données ci-dessous:

- K_RS = $2.0\text{e}11\,Pa$ ,
- ETA_RS = $4.0\text{e}16\,Pa.s$ ,
- K_IS = $5.0\text{e}10\,Pa$ ,
- ETA_IS = $1.0\text{e}17\,Pa.s$ ,
- K_RD = $5.0\text{e}11\,Pa$ ,
- ETA_RD = $1.0\text{e}16$ ,
- ETA_ID = $1.0\text{e}17$ .

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le bord $AB$ , on bloque les déplacements verticaux suivant l'axe $Y$.
Sur le bord $AD$ , on impose une pression de confinement de $1\text{MPa}$ .
Sur le bord $BC$ , on impose une liaison uniforme pour l'ensemble des nœuds dans la direction $X$.
Sur le bord $CD$ , on impose une liaison uniforme pour l'ensemble des nœuds dans la direction $Y$.

Les conditions aux limites de type liaison uniforme assure de modéliser un cylindre infini et non un cylindre à dimensions finies.



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 1.4 Conditions initiales

néant



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul

### 2.1.1 Solution élastique

La solution analytique est établie sur un cylindre infini suivant la direction $Z$, de rayon intérieur $R_{\text{int}}$, de rayon extérieur $R_{\text{ext}}$, soumis à une pression intérieure. En coordonnées cylindrique et avec les conditions aux limites suivantes:

$$\left\{\begin{array}{rcl} \sigma_{rr}(r=R_{\text{int}}) &=& -P \\ \sigma_{rr}(r=R_{\text{ext}}) &=& 0 \end{array}\right.$$

en contraintes planes, la solution élastique s'écrit:

$$\left\{\begin{array}{rcllrcl} \sigma_{rr} &=& \dfrac{-R_{\text{int}}^2}{R_{\text{int}}^2-R_{\text{ext}}^2}P\left(1-\dfrac{R_{\text{ext}}}{r^2}\right) & \epsilon_{rr} &=& \left(\sigma_{rr}-\nu\,\sigma_{\theta\theta}\right)/E \\ \sigma_{\theta\theta} &=& \dfrac{-R_{\text{int}}^2}{R_{\text{int}}^2-R_{\text{ext}}^2}P\left(1+\dfrac{R_{\text{ext}}}{r^2}\right) & \epsilon_{\theta\theta} &=& \left(\sigma_{\theta\theta}-\nu\,\sigma_{rr}\right)/E \\ \sigma_{zz} &=& 0 & \epsilon_{zz} &=& -\nu\left(\sigma_{rr}+\sigma_{\theta\theta}\right)/E \end{array}\right.$$

Ceci constitue la solution de référence du calcul élastique qui servira de conditions initiales au calcul de fluage propre. Cette solution est appliquée avec les données physiques suivantes: $R_{\text{int}}=20\,\text{m}$ et $R_{\text{ext}}=21\,\text{m}$.

### 2.1.2 Solution avec fluage propre

Le modèle de fluage propre du béton, UMLV_FP, est présenté en détails dans [R7.01.06]. On rappelle succinctement la décomposition en partie sphérique et déviatorique des déformations de fluage propre. Chacune de ces parties est ensuite elle-même séparée en composantes à caractère réversible ou irréversible.
On s'intéresse ici à une solution particulière de ce modèle des déformations différées pour un chargement et une humidité relative constants. L'intérêt est surtout porté sur la partie sphérique des déformations.
Le modèle distingue les chargements conduisant à une vitesse de déformation positive (état de traction) ou comportement à court terme et l'inverse, le comportement à long terme pour des vitesses de déformation négatives.

L'intérêt de ce cas-test vise à s'assurer uniquement du bon comportement du modèle pour le chargement en traction. L'équation suivante précise les évolutions à respecter en regard du modèle:

$$\left\{\begin{array}{l} \epsilon_r^{sph}(t)=\dfrac{h}{k_r^{sph}}\left[1-\exp\left(\dfrac{-t\,k_r^{sph}}{\eta_r^{sph}}\right)\right]\sigma^{sph} \\ \epsilon_i^{sph}(t)=0 \end{array}\right.$$

avec:
$\epsilon_r^{sph}$ : la déformation volumique sphérique dite à court terme
$h$ : l'humidité relative du milieu continu
$t$ : temps exprimé en seconde
$k_r^{sph}$ : rigidité apparente sphérique réversible
$\eta_r^{sph}$ : viscosité apparente



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$\sigma^{sph}$ : partie sphérique du chargement imposé

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

La seule grandeur de référence testée dans cet exemple est la déformation volumique irréversible de fluage. La valeur de cette grandeur reste nulle pour tout état de contraintes de traction.

## 2.3 Incertitudes sur la solution

Les incertitudes sont nulles, car il s'agit d'une solution analytique.

## 2.4 Références

[1] BENBOUDJEMA, F. :Modélisation des déformations différées du béton sous sollicitations biaxiales. Application aux bâtiments réacteurs de centrales nucléaires, Mémoire de D.E.A. Matériaux avancés – Ingénierie des Structures et Enveloppes, 38p. (+ annexes), 1999.

[2] Documentation de Référence de Code_aster [R7.01.06] : Relation de comportement UMLV pour le fluage propre du béton.



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS.

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 50 éléments de type QUAD8 et 30 SEG3.

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la déformation volumique irréversible, valeur portée par la variable interne V2.

| Identification | NOM_CMP | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|---|
| Maille $M1$ - Point de Gauss 1 | V2 | 'ANALYTIQUE' | 0.0 | 10E-6 |

Les résultats obtenus sont en parfait accord avec le modèle analytique comme le présente la figure 3.3.1.

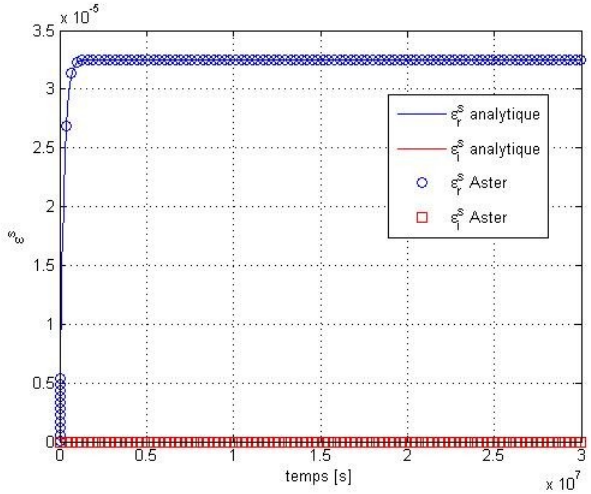


**Illustration 3.3.1: Évolution des déformations différées sous chargement intérieur de $1\mathrm{MPa}$**



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Synthèse des résultats

La réalisation de ce test permet de s'assurer de la bonne prise en compte du fluage sous des états de traction. Les résultats obtenus avec le Code_aster sont conformes à la solution analytique.



Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)