

## SSNA103 - Calage des paramètres du modèle de Weibull

---

### Résumé :

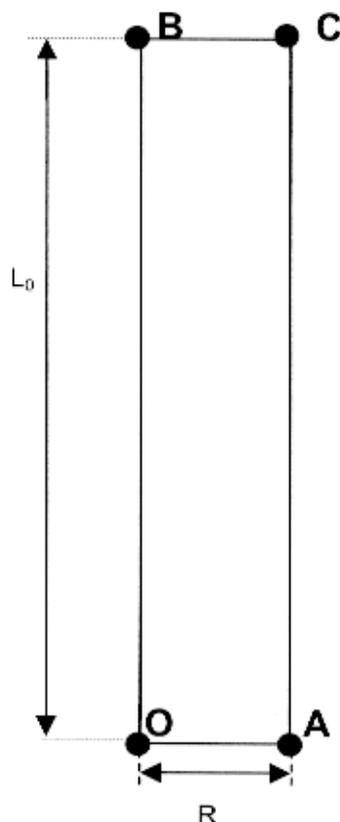
Ce test valide la commande RECA\_WEIBULL permettant l'identification des paramètres  $m$  et  $\sigma_u$  du modèle de Weibull.

L'identification est réalisée à l'aide d'une base de données constituée de 45 essais, tous réalisés sur éprouvettes cylindriques lisses à trois températures différentes,  $-150^{\circ}C$ ,  $-100^{\circ}C$  et  $-50^{\circ}C$ . Cette base de données est obtenue par tirage aléatoire d'un échantillon représentatif de la loi statistique de Weibull correspondant à des valeurs de  $m$  et  $\sigma_u$  fixées arbitrairement.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

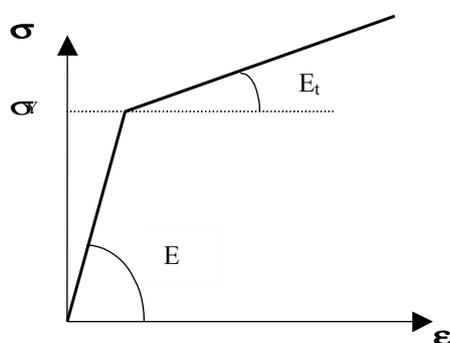
Chaque essai est réalisé sur une éprouvette cylindrique lisse. Pour des raisons évidentes de symétries, une modélisation 2D axisymétrique du quart de la structure est suffisante.



Rayon de l'éprouvette :  $R = 68 \text{ mm}$ .  
Demi-longueur de référence pour la mesure de l'élongation :  $L_0 = 203,5 \text{ mm}$

### 1.2 Propriétés du matériau

On décrit le comportement du matériau étudié par une loi élasto-plastique de Von Mises à écrouissage isotrope linéaire, 'VMIS\_ISOT\_LINE'. Les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les déformations linéarisées.



Le coefficient de Poisson ne dépend pas de la température,  $\nu = 0,3$ .

Les valeurs du module d'Young  $E$ , du module tangent  $E_t$  et de la limite d'élasticité sont données dans le tableau suivant :

Température [ $^{\circ}C$ ]	-150	-100	-50
$E$ [MPa]	200000	200000	200000
$E_t$ [MPa]	2000	2000	2000
$\sigma_Y$ [MPa]	750	700	650

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

En se rapportant à la figure du §1.1 les conditions aux limites et chargements sont les suivants :

Sur le segment  $BC$  ( $Y=L_0$ ), déplacement imposé suivant la direction  $OY$  :

$T$  [ $^{\circ}C$ ]      Déplacement ( $l-l_0$ ) à la rupture pour une longueur de référence  $l_0$  de 203.5 mm  
[mm]

Les résultats pour chaque température sont classés par ordre croissant

<b>-50</b>	10,68	28,78	30,31	31,66	32,53	33,90	34,38	35,82	36,69	37,09	37,37	37,49	38,45	39,77	44,39
<b>-100</b>	20,57	21,68	23,32	24,37	24,66	25,59	25,84	27,51	28,44	29,30	29,68	30,16	30,18	30,20	30,95
<b>-150</b>	11,33	14,70	14,79	14,90	18,62	18,87	19,00	19,37	19,61	20,07	21,19	22,79	23,28	24,17	24,41

Sur le segment  $OA$  ( $Y=0$ ) déplacements bloqués suivant la direction  $OY$ .

Sur le segment  $OB$  ( $X=0$ ) déplacements bloqués suivant la direction  $OX$ .

## 1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul

Aucun calcul n'est nécessaire pour obtenir la solution de référence. Les valeurs  $m$  et  $\sigma_u$  ( $M$  et  $SIGM\_REFE$  dans l'option `WEIBULL` de `DEFI_MATERIAU`) que l'on cherche à identifier avec `Code_Aster` sont connues et permettent de générer la base des données expérimentales. Ainsi, les elongations à rupture sont déterminées de la façon suivante :

Pour chaque couple  $m$  et  $\sigma_u$  associé à une température d'essai, un échantillon de 15 valeurs de contrainte de Weibull à la rupture ont été déterminées par tirage aléatoire compte tenu de la loi statistique suivante :

$$P_f(\sigma_w) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma_w}{\sigma_u}\right)^m\right]$$

La contrainte de Weibull est définie par :

$$\sigma_w = \sqrt[m]{\sum_i (\sigma_i)^m \frac{V_i}{V_0}}$$

La sommation porte sur les volumes de matière  $V_i$  plastifiés,  $\sigma_i^i$  désignant la contrainte principale maximale dans chacun de ces volumes (le volume  $V_0$  (`VOLU_REFE` dans l'option `WEIBULL` de `DEFI_MATERIAU`) est égal à  $(50 \mu m^3)$ ).

Dans le cas d'une sollicitation en traction simple avec l'hypothèse des petites déformations, la contrainte de Weibull,  $\sigma_w$ , s'exprime en fonction de l'élongation à la rupture  $(l-l_0)/l_0$ , selon :

$$\sigma_w = \left[ E_t \left( \frac{l-l_0}{l_0} \right) + \left( 1 - \frac{E_t}{E} \right) \sigma_y \right] \sqrt[m]{\frac{V}{V_0}}$$

On déduit donc de cette expression et du tirage aléatoire précédent les valeurs des allongements à rupture reportées dans le tableau du [§1.3].

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les grandeurs de références de  $m$  et  $\sigma_u$  utilisées pour créer les bases d'essais expérimentaux sont les suivantes :

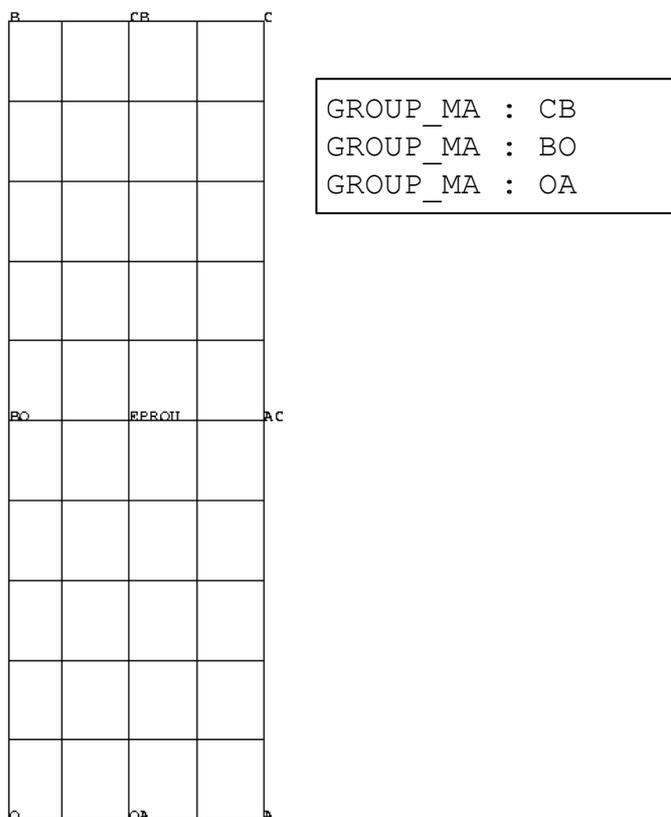
Température [ $^{\circ}C$ ]	-50	-100	-150
$m$	24	24	24
$\sigma_u$ [MPa]	2800	2700	2600

### 2.3 Incertitudes sur la solution

L'incertitude sur la solution ne peut pas être déterminée de façon précise. Elle peut être assez élevée. En effet, les valeurs de références ne peuvent être retrouvées que si l'on considère des populations expérimentales composées d'un nombre infini d'échantillons.

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 149  
Nombre de mailles et types : 40 éléments QUAD8

#### 3.2 Grandeurs testées et résultats

Identification d'un  $m$  commun aux trois bases expérimentales et d'un  $\sigma_u$  par base.

Température [ $^{\circ}C$ ]	Référence		Code_Aster	
	$m$	$\sigma_u$ [MPa]	$m$	$\sigma_u$ [MPa]
-50	24	2800	26,7	2536
-100	24	2700	26,7	2428
-150	24	2600	26,7	2372

#### 3.3 Remarques

Bien que l'écart entre les valeurs de  $(m, \sigma_u)$  obtenues avec RECA\_WEIBULL et leurs valeurs de référence reste non négligeable, il est conforme au résultat recherché compte tenu du nombre relativement faible d'échantillons utilisés pour le recalage (15 par température). Pour obtenir les valeurs de référence il faudrait considérablement augmenter le nombre d'échantillons par température ( $N > 1000$ ). L'écart constaté reste cependant raisonnable (de l'ordre de 10%). Par ailleurs, la croissance de  $\sigma_u$  en fonction de la température est respectée

## 4 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus par *Code\_Aster* montrent que la procédure de calage automatique des paramètres du modèles de Weibull fonctionne et donne des résultats cohérents avec les résultats théoriques attendus.