

## TTLL100 - Choc thermique sur un mur plan avec condition d'échange

---

### Résumé :

Ce test de thermique linéaire transitoire consiste à imposer un choc thermique froid sur un mur plan infini à l'aide d'une condition limite d'échange. Le choc est modélisé par une rampe linéaire  $\Delta T = -100^\circ\text{C}$  en  $10^{-2}\text{s}$ .

Le problème est traité en plan.

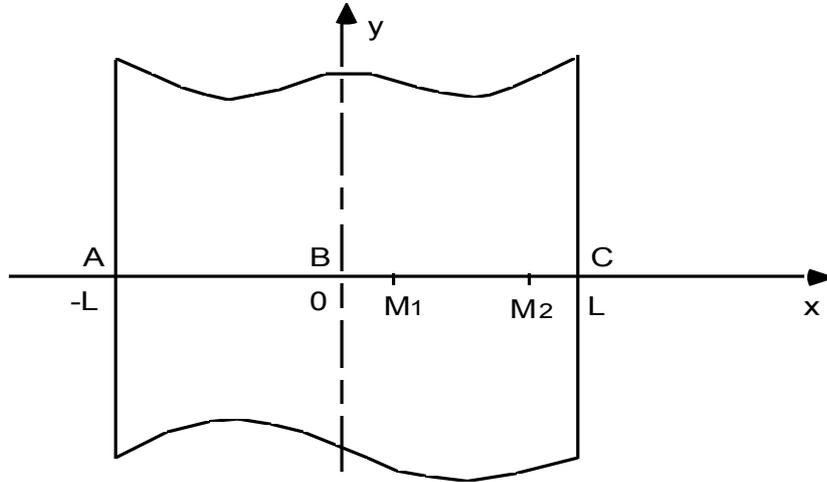
La solution de référence est analytique.

Le test est effectué sur 2 modélisations : (TRIA3, QUAD4) et (TRIA6, QUAD9).

On teste l'algorithme de thermique linéaire transitoire lorsque la matrice de masse est diagonalisée (modélisation `PLAN_DIAG` avec "mass lumping").

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



$$\begin{aligned} \overline{AB} = \overline{BC} = L &= 0.1 \text{ m} \\ x(M1) &= 0.02 \text{ m} \\ x(M2) &= 0.08 \text{ m} \end{aligned}$$

### 1.2 Propriétés de matériaux

$$\begin{aligned} \lambda &= 1 \text{ W/m}^\circ\text{C} \\ \rho C_p &= 1000 \text{ J/m}^3\text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

$$\text{échange } \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{x=\pm L} = h(T_{ext} - T(x, t))$$

$$\text{avec : } h = 100. \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$$

$$\begin{cases} T_{ext}(C)_{t=0} = 100. \\ T_{ext}(C)_{t=10^{-2}} = 0. \end{cases}$$

### 1.4 Conditions initiales

$$T(x, 0) = 100^\circ\text{C} \text{ pour tout } x$$

Discrétisation en temps (t) :

|             |                |      |   |
|-------------|----------------|------|---|
| 10 pas pour | [0., 1.D-2]    | soit | $\Delta t = 10^{-3} \text{ s}$          |
| 9 pas pour  | [1.D-2, 1.D-1] | soit | $\Delta t = 10^{-2} \text{ s}$          |
| 9 pas pour  | [1.D-1, 1.]    | soit | $\Delta t = 10^{-1} \text{ s}$          |
| 5 pas pour  | [1., 2.]       | soit | $\Delta t = 2. \cdot 10^{-1} \text{ s}$ |
| 8 pas pour  | [2., 10.]      | soit | $\Delta t = 1 \text{ s}$                |

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$\frac{T(x,t) - T_p}{T_0 - T_p} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp\left(-\xi_n^2 \frac{\lambda}{\rho C_p L^2} t\right) \cos\left(\xi_n \frac{x}{L}\right)$$

$x =$  abscisse  
 $t =$  Temps  
 $T_0 =$  Température initiale  
 $T_p =$  Température imposée  
 $n =$  1,2,3, ...

Avec  $\xi_n$  racines positives de  $\xi_n \tan \xi_n = hL/\lambda = 10$ .

$$\text{et } A_n = \frac{4 \sin \xi_n}{2 \xi_n + \sin(2 \xi_n)}$$

### 2.2 Résultats de référence

Températures aux points  $M1$  ( $x=0.02$ ) et  $M2$  ( $x=0.08$ ),  
et à différents instants ( $t=0.1, 0.5, 2.0$  et  $10.0$ ).

Les valeurs de référence sont obtenues en calculant les 30 premiers termes de la série (Mathematica).

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

### 2.4 Références bibliographiques

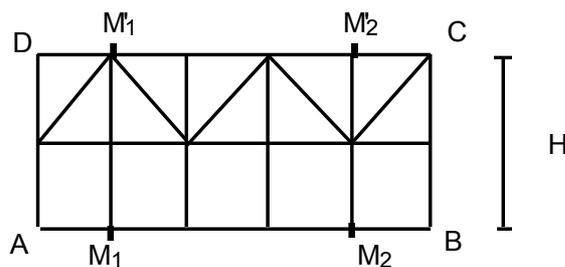
- INCROPERA F.P., DE WITT D.P., Fundamentals of heat and mass transfer. Third Edition. 1990.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

TRIA3, QUAD4

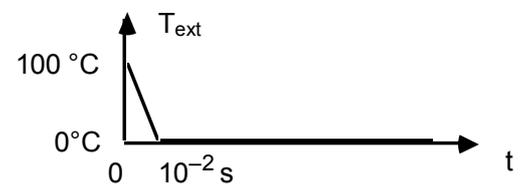
Par raison de symétrie, on ne maille qu'une moitié de l'épaisseur du mur. La modélisation est faite sur une hauteur  $H=0.1\text{ m}$  avec 2 couches d'éléments.



Conditions limites

sur [AB], [AD] et [CD] : flux nul

sur [BC] : échange  $h, T_{\text{ext}}$



Conditions initiales  
 $T = 100\text{ °C}$

| points | nœuds | x    | y   |
|--------|-------|------|-----|
| M1     | N16   | 0.02 | 0.0 |
| M2     | N6    | 0.08 | 0.0 |
| M'1    | N14   | 0.02 | 0.1 |
| M'2    | N4    | 0.08 | 0.1 |

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 18

Nombre de mailles et types : 5 QUAD4, 10 TRIA3

### 3.3 Valeurs testées

| Identification        | Référence | Aster  | % différence |
|-----------------------|-----------|--------|--------------|
| <i>M1(x=0.02)N16</i>  |           |        |              |
| $t=0.1$               | 100.00    | 99.998 | +0.00        |
| $t=0.5$               | 99.408    | 99.042 | -0.37        |
| $t=2.0$               | 79.859    | 79.794 | -0.08        |
| $t=10.0$              | 15.717    | 16.138 | +2.68        |
| <i>M2(x=0.08)N6</i>   |           |        |              |
| $t=0.1$               | 93.666    | 93.380 | -0.31        |
| $t=0.5$               | 63.500    | 63.813 | +0.49        |
| $t=2.0$               | 35.717    | 35.667 | -0.14        |
| $t=10.0$              | 6.7948    | 6.9326 | +2.03        |
| <i>M'1(x=0.02)N14</i> |           |        |              |
| $t=0.1$               | 100.00    | 99.998 | +0.00        |
| $t=0.5$               | 99.408    | 99.077 | -0.33        |

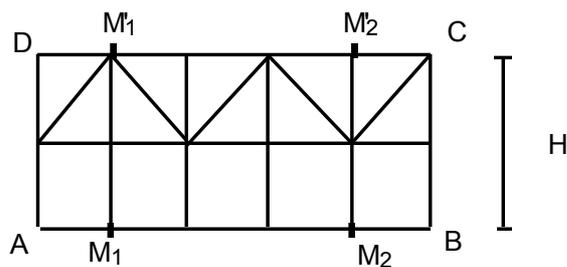
|                   |        |        |       |
|-------------------|--------|--------|-------|
| $t=2.0$           | 79.859 | 80.002 | +0.18 |
| $t=10.0$          | 15.717 | 16.211 | +3.14 |
| <hr/>             |        |        |       |
| $M' 2(x=0.08) N4$ |        |        |       |
| $t=0.1$           | 93.666 | 92.895 | -0.82 |
| $t=0.5$           | 63.500 | 61.882 | -2.55 |
| $t=2.0$           | 35.717 | 35.331 | -1.08 |
| $t=10.0$          | 6.7948 | 6.8885 | +1.38 |

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

TRIA6, QUAD9

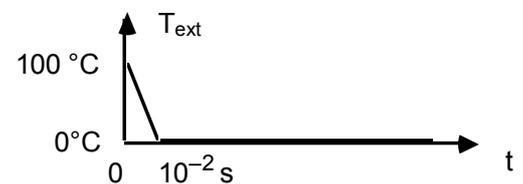
Par raison de symétrie, on ne maille qu'une moitié de l'épaisseur du mur. La modélisation est faite sur une hauteur  $H=0.1\text{ m}$  avec 2 couches d'éléments.



Conditions limites

sur [AB], [AD] et [CD] : flux nul

sur [BC] : échange  $h, T_{\text{ext}}$



Conditions initiales

$T = 100\text{ °C}$

| points | nœuds | x    | y   |
|--------|-------|------|-----|
| M1     | N16   | 0.02 | 0.0 |
| M2     | N6    | 0.08 | 0.0 |
| M'1    | N14   | 0.02 | 0.1 |
| M'2    | N4    | 0.08 | 0.1 |

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 55

Nombre de mailles et types : 5 QUAD9, 10 TRIA6

### 4.3 Valeurs testées

| Identification         | Référence | Aster  | % différence |
|------------------------|-----------|--------|--------------|
| <i>M1(x=0.02) N18</i>  |           |        |              |
| $t=0.1$                | 100.00    | 100.00 | +0.00        |
| $t=0.5$                | 99.408    | 99.278 | -0.13        |
| $t=2.0$                | 79.859    | 79.898 | +0.05        |
| $t=10.0$               | 15.717    | 16.043 | +2.07        |
| <i>M2(x=0.08) N49</i>  |           |        |              |
| $t=0.1$                | 93.666    | 94.077 | +0.44        |
| $t=0.5$                | 63.500    | 63.979 | +0.75        |
| $t=2.0$                | 35.717    | 35.825 | +0.30        |
| $t=10.0$               | 6.7948    | 6.9321 | +2.02        |
| <i>M'1(x=0.02) N12</i> |           |        |              |
| $t=0.1$                | 100.00    | 100.00 | +0.00        |

|                        |        |        |       |
|------------------------|--------|--------|-------|
| $t=0.5$                | 99.408 | 99.311 | -0.10 |
| $t=2.0$                | 79.859 | 80.101 | +0.30 |
| $t=10.0$               | 15.717 | 16.093 | +2.39 |
| <hr/>                  |        |        |       |
| <i>M'2(x=0.08) N30</i> |        |        |       |
| $t=0.1$                | 93.666 | 93.469 | -0.21 |
| $t=0.5$                | 63.500 | 62.860 | -1.01 |
| $t=2.0$                | 35.717 | 35.641 | -0.21 |
| $t=10.0$               | 6.7948 | 6.9068 | +1.65 |

## 5 Synthèse des résultats

---

La modélisation `PLAN_DIAG` donne des résultats assez satisfaisants. Bien que le maillage comporte peu d'éléments dans l'épaisseur, l'écart sur les températures reste inférieur à 3.2 %.

Bien que le choc thermique soit brutal, la diagonalisation de la matrice de masse permet d'obtenir une solution en température qui n'oscille pas pendant le transitoire.