

## SSLV146 – Cube plein renforcé par des armatures sous chargement triaxial

---

### Résumé

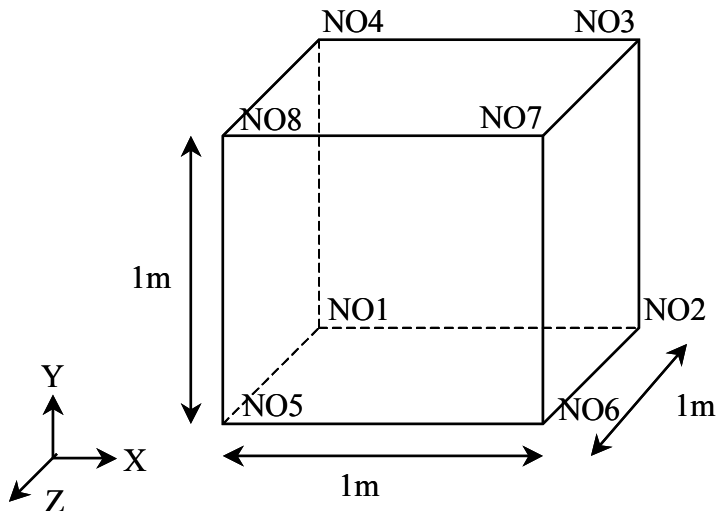
Ce test 3D entre dans le cadre de la validation de la formulation `GRILLE_MEMBRANE`. Il s'agit d'un cube plein de dimension unitaire. On place sur chaque face une nappe d'armatures d'acier de manière à balayer toutes les directions possibles. Le chargement consiste en des déplacements imposés sur tous les nœuds de la structure.

L'intérêt principal de ce test est de tester la modélisation `GRILLE_MEMBRANE` pour différentes orientations et pour différents éléments (linéaire et quadratique). Les résultats sont comparés à une solution analytique.

Les unités de toutes les valeurs numériques sont en SI.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



On définit six nappes d'armatures (une par côté du cube) :

- *GEOX* (2 nappes) : faces *NO1NO4NO8NO5* et *NO2NO6NO7NO3*
- *GEOY* (2 nappes) : faces *NO1NO2NO6NO5* et *NO4NO3NO7NO8*
- *GEOZ* (2 nappes) : faces *NO1NO2NO3NO4* et *NO5NO6NO7NO8*

### 1.2 Propriétés des matériaux

Pour le cube plein :

| Modélisation  | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> |
|---------------|----------|----------|----------|----------|
| <i>E</i> (Pa) | 2        | 2        | 2E14     | 2E14     |
| $\nu$         | 0        | 0        | 0        | 0        |

Pour les nappes d'armatures (toute modélisation confondue)

$$E = 2E11 \text{ Pa} , \nu = 0$$

- Nappe *GEOX* : section par mètre linéaire  $0.01 \text{ m}^2/\text{ml}$  , excentrement 0, orientation (ANGL\_REP) (30;0)
- Nappe *GEOY* : section par mètre linéaire  $0.02 \text{ m}^2/\text{ml}$  , excentrement 0, orientation (ANGL\_REP) (0;40)
- Nappe *GEOZ* : section par mètre linéaire  $0.03 \text{ m}^2/\text{ml}$  , excentrement 0, orientation (ANGL\_REP) (15 ;70)

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\begin{aligned} DX &= 0 \text{ sur la face } NO2NO3NO7NO6 \\ DY &= 0 \text{ sur la face } NO1NO2NO6NO5 \\ DZ &= 0 \text{ sur la face } NO1NO2NO3NO4 \end{aligned}$$

Le chargement est appliqué en un incrément de la manière suivante (déplacements imposés) :

$DX = 1$  sur la face *NO1NO4NO8NO5*

$DY = 2$  sur la face *NO4NO3NO7NO8*

$DZ = 3$  sur la face *NO5NO6NO7NO8*

## 2 Solution de référence

### 2.1 Solution formelle

On cherche à définir la déformation  $\varepsilon$  selon la direction principale d'une nappe d'armature située dans le plan  $(x_1; y_1)$ .

Compte tenu des conditions aux limites choisies, on peut écrire :

$$\varepsilon = u_{x1} \cos^2(\theta) + u_{y1} \sin^2(\theta)$$

avec  $(u_{x1}, u_{y1})$  les composantes du vecteur déplacement dans le plan  $(x_1; y_1)$  et  $\theta$  l'angle entre la direction principale de la nappe d'armature et  $x_1$ .

Pour définir la direction principale de la nappe, on utilise les angles nautiques  $(\alpha; \beta)$  donnés par le mot clé *ANGL\_REP*. Ils définissent un vecteur  $v$  dont la projection  $x_p$  sur le plan tangent de la nappe fixe la direction principale.

$$v = \cos(\alpha)\cos(\beta)x + \sin(\alpha)\cos(\beta)y + \sin(\beta)z$$

avec  $(x, y, z)$  le repère initial. Pour notre application, le vecteur déplacement  $U$  s'écrit :

$$v = 1.x + 2.y + 3.z$$

Pour la nappe *GEOX* (plan  $(y; z)$ ) :

$$x_p = \sin(30)y$$

La direction principale de la nappe est  $y$  ( $\theta = 90^\circ$ ). La déformation s'écrit alors :

$$\varepsilon = u_y = 2$$

Pour la nappe *GEOY* (plan  $(x; z)$ ) :

$$x_p = \cos(40)x + \sin(40)z$$

La direction principale de la nappe fait donc un angle de  $40^\circ$  avec le plan de la nappe. La déformation s'écrit alors :

$$\varepsilon = u_x \cos^2(40) + u_z \sin^2(40) = 1.82635$$

Pour la nappe *GEOZ* (plan  $(x; y)$ ) :

$$x_p = \cos(15).\cos(70)x + \sin(15)\cos(70)y$$

La direction principale de la nappe fait donc un angle de  $15^\circ$  avec le plan de la nappe. La déformation s'écrit alors :

$$\varepsilon = u_x \cos^2(15) + u_y \sin^2(15) = 1.067$$

Ces trois valeurs seront les valeurs de référence analytiques pour la validation des calculs.

## 3 Modélisations

En fonction des modélisations, les objets sont maillés avec des éléments différents :

**Modélisation A :** cube : 1 élément HEXA8 à 8 nœuds  
faces : 1 élément QUAD4 à 4 nœuds

**Modélisation B :** cube : 6 éléments TETRA4 à 4 nœuds  
faces : 2 éléments TRIA3 à 3 nœuds

**Modélisation C :** même modélisation qu'en A avec des éléments quadratiques

**Modélisation D :** même modélisation qu'en B avec des éléments quadratiques

### 3.1 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

La modélisation A est constituée d'un élément CUB8 pour le cube et d'un élément QUA4 pour chaque face. Le comportement est élastique (commandes MECA\_STATIQUE puis STAT\_NON\_LINE (vérification)).

On teste les valeurs données par EPSI\_ELGA ; EPSI\_ELNO, SIEF\_ELGA, SIEF\_ELNO, SIEF\_ELGA, SIGM\_ELNO en différents points dans les directions principales des nappes d'armature, obtenues respectivement avec les commandes MECA\_STATIQUE et STAT\_NON\_LINE.

Pour MECA\_STATIQUE :

| Points<br>d'intégration       | EPSI_ELGA<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |           |             | SIEF_ELGA<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |            |       |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------|-------------|-----------------------------------------------------------------------|------------|-------|
|                               | Code_Aster                                                            | Référence | Ecart ( % ) | Code_Aster                                                            | Référence  | Ecart |
| MA1 – Point 1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001       | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA2 – Point 1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001       | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA3 – Point 1<br>(nappe GEOY) | 1.8264                                                                | 1.8263    | 0           | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA4 – Point 1<br>(nappe GEOY) | 1.8264                                                                | 1.8263    | 0           | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA5 – Point 1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                     | 2         | 0           | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |
| MA6 – Point 1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                     | 2         | 0           | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |

| Noeud               | EPSI_ELNO<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |           |             | SIGM_ELNO<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |            |       |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------|-------------|-----------------------------------------------------------------------|------------|-------|
|                     | Code_Aster                                                            | Référence | Ecart ( % ) | Code_Aster                                                            | Référence  | Ecart |
| NO1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001       | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| NO1<br>(nappe GEOY) | 1.8264                                                                | 1.8263    | 0           | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| NO1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                     | 2         | 0           | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |

Pour STAT\_NON\_LINE

| Points<br>d'intégration       | EPSI_ELGA<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |           |                | SIEF_ELGA<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |            |       |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------|----------------|-----------------------------------------------------------------------|------------|-------|
|                               | Code_Aster                                                            | Référence | Ecart<br>( % ) | Code_Aster                                                            | Référence  | Ecart |
| MA1 – Point 1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001          | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA2 – Point 1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001          | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA3 – Point 1<br>(nappe GEOY) | 1.8264                                                                | 1.8263    | 0.003          | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA4 – Point 1<br>(nappe GEOY) | 1.8264                                                                | 1.8263    | 0.003          | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA5 – Point 1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                     | 2         | 0              | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |
| MA6 – Point 1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                     | 2         | 0              | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |

| Noeud                     | EPSI_ELNO<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |           |                | SIEF_ELNO<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |            |       |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------|----------------|-----------------------------------------------------------------------|------------|-------|
|                           | Code_Aster                                                            | Référence | Ecart<br>( % ) | Code_Aster                                                            | Référence  | Ecart |
| MA1 - NO1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001          | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA2 - NO1<br>(nappe GEOY) | 1.8264                                                                | 1.8263    | 0.003          | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA3 - NO1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                     | 2         | 0              | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |

La valeur de l'énergie potentielle totale est aussi testée à partir du calcul STAT\_NON\_LINE. La solution analytique est calculée à partir de toutes les déformations uniaxiales dans les grilles, à partir de l'équation :

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \int_{\text{element}} \varepsilon . A . \varepsilon dv$$

où  $A$  désigne le tenseur d'élasticité.

Les résultats obtenus sont les suivants :

|                                  | Code_Aster | Référence analytique | Ecart |
|----------------------------------|------------|----------------------|-------|
| Energie potentielle totale ( J ) | 2.8173E10  | 2.8173E10            | 0     |

## 3.2 Grandeurs testées et résultats de la modélisation B

La modélisation B est constituée de six éléments TETRA4 pour le cube et de deux éléments TRIA3 pour chaque face.

Le comportement est élastique en utilisant la commande MECA\_STATIQUE puis la commande STAT\_NON\_LINE (vérification).

On teste les valeurs données par EPSI\_ELGA ; EPSI\_ELNO, SIEF\_ELGA, SIEF\_ELNO ; SIEF\_ELGA ; SIGM\_ELNO en différents points dans les directions principales des nappes d'armature, obtenues respectivement avec les commandes MECA\_STATIQUE et STAT\_NON\_LINE.

Pour MECA\_STATIQUE :

| Points d'intégration           | EPSI_ELGA<br>(dans la direction principale de la nappe d'armature) |           |             | SIEF_ELGA<br>(dans la direction principale de la nappe d'armature) |            |       |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------|-----------|-------------|--------------------------------------------------------------------|------------|-------|
|                                | Code_Aster                                                         | Référence | Ecart ( % ) | Code_Aster                                                         | Référence  | Ecart |
| MA1 – Point 1<br>(nappe GEOZ)  | 1.067                                                              | 1.067     | 0.001       | 2.13397E11                                                         | 2.13397E11 | 0     |
| MA2 – Point 1<br>(nappe GEOZ)  | 1.067                                                              | 1.067     | 0.001       | 2.13397E11                                                         | 2.13397E11 | 0     |
| MA3 – Point 1<br>(nappe GEOZ)  | 1.8263                                                             | 1.8263    | 0           | 3.6527E11                                                          | 3.6527E11  | 0     |
| MA4 – Point 1<br>(nappe GEOZ)  | 1.8263                                                             | 1.8263    | 0           | 3.6527E11                                                          | 3.6527E11  | 0     |
| MA5 – Point 1<br>(nappe GEOX)  | 2                                                                  | 2         | 0           | 4E11                                                               | 4E11       | 0     |
| MA6 – Point 1<br>(nappe GEOX)  | 2                                                                  | 2         | 0           | 4E11                                                               | 4E11       | 0     |
| MA11 – Point 1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                              | 1.067     | 0.001       | 2.13397E11                                                         | 2.13397E11 | 0     |
| MA21 – Point 1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                              | 1.067     | 0.001       | 2.13397E11                                                         | 2.13397E11 | 0     |
| MA31 – Point 1<br>(nappe GEOY) | 1.8263                                                             | 1.8263    | 0           | 3.6527E11                                                          | 3.6527E11  | 0     |
| MA41 – Point 1<br>(nappe GEOY) | 1.8263                                                             | 1.8263    | 0           | 3.6527E11                                                          | 3.6527E11  | 0     |
| MA51 – Point 1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                  | 2         | 0           | 4E11                                                               | 4E11       | 0     |
| MA61 – Point 1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                  | 2         | 0           | 4E11                                                               | 4E11       | 0     |

| Noeud                      | EPSI_ELNO<br>(dans la direction principale de la nappe d'armature) |           |             | SIGM_ELNO<br>(dans la direction principale de la nappe d'armature) |            |       |
|----------------------------|--------------------------------------------------------------------|-----------|-------------|--------------------------------------------------------------------|------------|-------|
|                            | Code_Aster                                                         | Référence | Ecart ( % ) | Code_Aster                                                         | Référence  | Ecart |
| MA1 - NO1<br>(nappe GEOZ)  | 1.067                                                              | 1.067     | 0.001       | 2.13397E11                                                         | 2.13397E11 | 0     |
| MA2 - NO1<br>(nappe GEOY)  | 1.8263                                                             | 1.8263    | 0           | 3.6527E11                                                          | 3.6527E11  | 0     |
| MA3 - NO1<br>(nappe GEOX)  | 2                                                                  | 2         | 0           | 4E11                                                               | 4E11       | 0     |
| MA11 - NO1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                              | 1.067     | 0.001       | 2.13397E11                                                         | 2.13397E11 | 0     |
| MA21 - NO1<br>(nappe GEOY) | 1.8263                                                             | 1.8263    | 0           | 3.6527E11                                                          | 3.6527E11  | 0     |

|                            |   |   |   |      |      |   |
|----------------------------|---|---|---|------|------|---|
| MA31 - NO1<br>(nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
|----------------------------|---|---|---|------|------|---|

Pour **STAT\_NON\_LINE**

| Points<br>d'intégration        | EPSI_ELGA<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |           |                | SIEF_ELGA<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |            |       |
|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------|----------------|-----------------------------------------------------------------------|------------|-------|
|                                | Code_Aster                                                            | Référence | Ecart<br>( % ) | Code_Aster                                                            | Référence  | Ecart |
| MA1 – Point 1<br>(nappe GEOZ)  | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001          | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA2 – Point 1<br>(nappe GEOZ)  | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001          | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA3 – Point 1<br>(nappe GEOY)  | 1.8263                                                                | 1.8263    | 0              | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA4 – Point 1<br>(nappe GEOY)  | 1.8263                                                                | 1.8263    | 0              | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA5 – Point 1<br>(nappe GEOX)  | 2                                                                     | 2         | 0              | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |
| MA6 – Point 1<br>(nappe GEOX)  | 2                                                                     | 2         | 0              | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |
| MA11 – Point 1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001          | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA21 – Point 1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001          | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA31 – Point 1<br>(nappe GEOY) | 1.8263                                                                | 1.8263    | 0              | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA41 – Point 1<br>(nappe GEOY) | 1.8263                                                                | 1.8263    | 0              | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA51 – Point 1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                     | 2         | 0              | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |
| MA61 – Point 1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                     | 2         | 0              | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |

| Noeud                      | EPSI_ELNO<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |           |                | SIEF_ELNO<br>(dans la direction principale de la nappe<br>d'armature) |            |       |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------|----------------|-----------------------------------------------------------------------|------------|-------|
|                            | Code_Aster                                                            | Référence | Ecart<br>( % ) | Code_Aster                                                            | Référence  | Ecart |
| MA1 - NO1<br>(nappe GEOZ)  | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001          | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA2 - NO1<br>(nappe GEOY)  | 1.8263                                                                | 1.8263    | 0              | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA3 - NO1<br>(nappe GEOX)  | 2                                                                     | 2         | 0              | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |
| MA11 - NO1<br>(nappe GEOZ) | 1.067                                                                 | 1.067     | 0.001          | 2.13397E11                                                            | 2.13397E11 | 0     |
| MA21 - NO1<br>(nappe GEOY) | 1.8263                                                                | 1.8263    | 0              | 3.6527E11                                                             | 3.6527E11  | 0     |
| MA31 - NO1<br>(nappe GEOX) | 2                                                                     | 2         | 0              | 4E11                                                                  | 4E11       | 0     |

## 4 Résultats de la modélisation C

---

La modélisation C est identique à la modélisation A en utilisant des éléments quadratiques (commande CREA\_MAILLAGE, option LINE\_QUAD).

On retrouve les mêmes résultats que pour la modélisation A (erreur par rapport à la solution de référence inférieure à 0.002 %).

## 5 Résultats de la modélisation D

---

La modélisation D est identique à la modélisation B en utilisant des éléments quadratiques.

On retrouve les mêmes résultats que pour la modélisation D (erreur par rapport à la solution de référence inférieure à 0.002 %).

## 6 Synthèse des résultats et remarques générales

---

Les résultats obtenus pour ces modélisations sont identiques aux solutions de référence. Ils valident la modélisation `GRILLE_MEMBRANE` pour quatre types d'éléments différents dans le cas d'un calcul mécanique linéaire (`MECA_STATIQUE` et `STAT_NON_LINE`).