

## SSLV117 – Validation de la modélisation second gradient de dilatation en 3D

---

### Résumé :

Ce test permet de valider la modélisation second gradient [R5.04.03] en 3D à partir de solutions analytiques. Il s'agit d'une boule élastique de rayon unitaire soumise à un déplacement radial imposé et à une pression interne.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

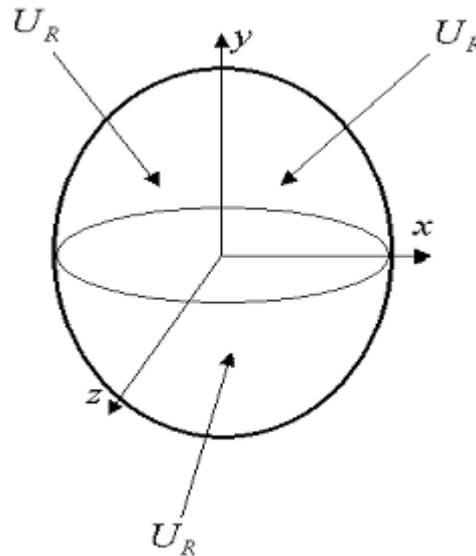


Figure 1.1-a

La géométrie de la structure est une boule de rayon unitaire pour la solution analytique.

### 1.2 Propriétés des matériaux

Dans le contexte des milieux du second gradient, il est nécessaire de définir des propriétés matériaux pour les parties rattachées aux premier et second gradients du champ de déplacement. Les propriétés du matériau n'ont aucune pertinence physique mais ont été établis pour simplifier les applications analytiques.

- Module d'Young:  $E = 1 \text{ Pa}$  ;
- Coefficient de Poisson:  $\nu = 0$  ;
- Module de rigidité microscopique:  $a_1 = 0.25 \text{ Pa.m}^2$  .
- Paramètres matériau des milieux du second gradient:  $a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 0 \text{ Pa.m}^2$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Pour des raisons de simplifications numériques, on ne considère qu'un huitième de la boule par symétrie :

- $DX = 0$  sur le GROUP\_MA 'SYME\_X'
- $DY = 0$  sur le GROUP\_MA 'SYME\_Y'
- $DZ = 0$  sur le GROUP\_MA 'SYME\_Z'

Pour des raisons de simplifications numériques, on ne modélise pas la boule mais le cube inscrit de cette boule pour l'application des conditions aux limites. On applique ainsi dans le repère  $X = (x, y, z)$  :

- $U_R(X) = \left( \frac{r^4}{7} - \frac{1}{3} \right) X$  pour les composantes  $DX$ ,  $DY$  et  $DZ$  du GROUP\_MA 'BORD\_EXT' où  $r$  est la distance entre l'origine de la boule et le point de coordonnées  $X$  .

•  $G_R(X) = (r^4 - 1)$  pour les composantes GONF du GROUP\_MA 'BORD\_EXT'.

On applique enfin les forces internes suivantes dans le repère  $X = (x, y, z)$  :

$F_I(X) = 4(10 - r^2)X$  pour les composantes FX, FY et FZ du GROUP\_MA 'BORD\_EXT'

## 2 Solution de référence

### 2.1 Grandeurs et résultats de référence

La solution analytique est la suivante :

$\nabla \chi(X) = 4r^2 X$ . où  $\nabla \chi(X)$  sont les composantes DGONFX1, DGONFX2, DGONFX3 du champ SIEF\_ELGA.

$\varepsilon_{xx}(X) = \left(\frac{r^4}{7} - \frac{1}{3}\right) + \frac{4r^2}{7} x * x$ . où  $r$  désigne la distance entre l'origine de la boule et le point de coordonnées  $X = (x, y, z)$  (composante EPXX du champ EPSI\_ELGA).

$\varepsilon_{yy}(X) = \left(\frac{r^4}{7} - \frac{1}{3}\right) + \frac{4r^2}{7} y * y$ . (composante EPYY du champ EPSI\_ELGA).

$\varepsilon_{zz}(X) = \left(\frac{r^4}{7} - \frac{1}{3}\right) + \frac{4r^2}{7} z * z$ . (composante EPZZ du champ EPSI\_ELGA).

$\varepsilon_{xy}(X) = \frac{4r^2}{7} x * y$ . (composante EPXY du champ EPSI\_ELGA).

$\varepsilon_{xz}(X) = \frac{4r^2}{7} x * z$ . (composante EPXZ du champ EPSI\_ELGA).

$\varepsilon_{yz}(X) = \frac{4r^2}{7} y * z$ . (composante EPYZ du champ EPSI\_ELGA).

### 2.2 Incertitudes sur la solution

Solution analytique.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques sont identiques à la solution de référence. La modélisation portant sur le premier gradient du champ de déplacement est 3D et celle portant sur le second gradient de dilatation est 3D\_DIL avec le choix d'interpolation P2-P1-P1.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le groupe de mailles CUBE\_REG est obtenu par duplication du groupe de mailles nommé CUBE , dont l'objectif est d'accueillir la modélisation second gradient de dilatation pour la régularisation.

Nombre de nœuds	9009
Nombre de TRIA6	768
Nombre de TETRA10	12288
Nombre de groupe de mailles	6

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées portent sur les normes des erreurs  $\theta(\nabla X)$  et  $\theta(\varepsilon)$  suivant les relations :

$$\theta(\nabla X) = \sqrt{\int_{boule} (\nabla X^{analytique}(X) - \nabla X^{numérique}(X))^2}$$

$$\theta(\varepsilon) = \sqrt{\int_{boule} (\varepsilon^{analytique}(X) - \varepsilon^{numérique}(X))^2}$$

La référence est ici considérée comme de la 'NON\_REGRESSION' à partir du moment où le test porte sur les normes des erreurs  $\theta(\nabla X)$  et  $\theta(\varepsilon)$  et non sur les composantes  $\nabla X$  et  $\varepsilon$ .

Valeur testée	Instant	Référence	Critère	Aster	Tolérance
$\theta(\varepsilon)$	1.0	'NON_REGRESSION'	RELATIF	0.0038977	0.1 %
$\theta(\nabla X)$	1.0	'NON_REGRESSION'	RELATIF	0.06	0.1 %

## 4 Synthèse des résultats

---

Ce test permet de valider le bon fonctionnement de la modélisation second gradient de dilatation en 3D par comparaison à une solution analytique.