

SSLS111 - Excentrement de plaque simple

Résumé :

Ce test permet de valider l'excentrement des plaques simples (c'est à dire qu'il ne s'agit ni d'un multicouche, ni d'un comportement homogénéisé).

Sept modélisations sont utilisées : DST (modélisation *A*), DKT (modélisation *B*) et DST (modélisation *C*), Q4G (modélisation *D*), Q4G (modélisation *E*), DKT (modélisation *F*), DST (modélisation *G*).

Modélisations *A* et *B* :

On modélise 2 plaques excentrées par rapport au plan moyen et on compare les résultats à une solution analytique.

Modélisation *C* :

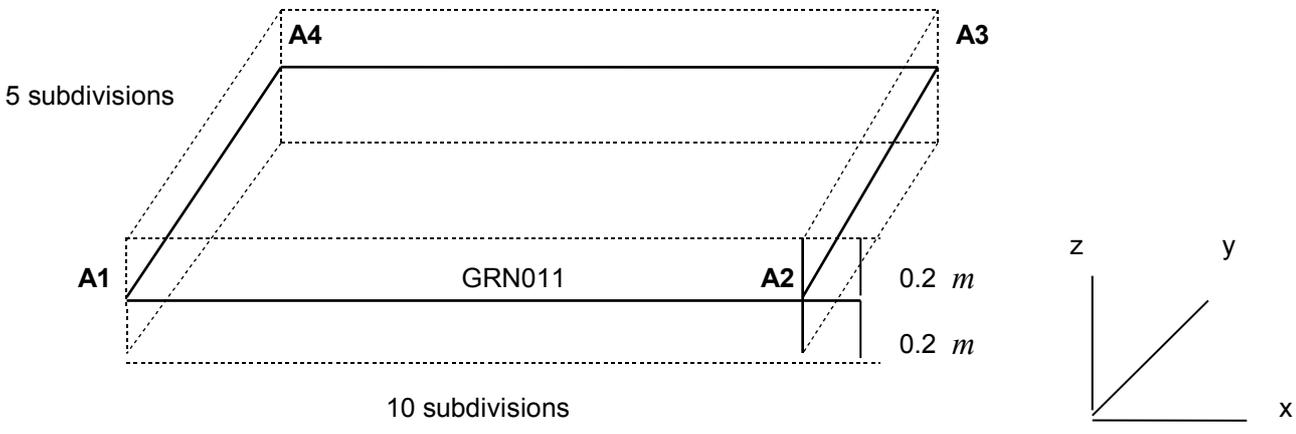
La référence est donnée par une première résolution où l'on modélise un bicouche constitué de 2 matériaux. La validation se fait dans un second calcul où l'on modélise les 2 couches du modèle précédent par 2 plaques excentrées par rapport au plan moyen du premier calcul.

Modélisation *D*, *E*, *F*, *G* :

On modélise une seule plaque excentrée par rapport au plan moyen et on compare les résultats à une solution analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Les coordonnées des points sont données en mètres (m) :

$$\begin{array}{ll} A1(0,0,0) & A3(10,5,0) \\ A2(10,0,0) & A4(0,5,0) \end{array}$$

1.2 Propriétés de matériaux

1.2.1 Modélisations A, B et D

Le matériau a un comportement élastique isotrope :

Module d'Young : $E = 200000 \text{ MPa}$

Coefficient de Poisson: $\nu = 0$.

Masse volumique : $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$

1.2.2 Modélisation C

Le matériau est un bicouche.

Le matériau constituant la première couche est élastique orthotrope et est caractérisé par les données suivantes :

$$EL = 20000 \text{ MPa} \quad ET = 20000 \text{ MPa} \quad VLT = 0.3 \quad GLT = 2000 \text{ MPa}.$$

Le matériau constituant la seconde couche est aussi élastique orthotrope et est caractérisé par les données suivantes :

$$EL = 15000 \text{ MPa} \quad ET = 15000 \text{ MPa} \quad VLT = 0.3 \quad GLT = 1500 \text{ MPa}$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

1.3.1 Modélisations A et B

L'arête *A1A4* est encastree.

On applique une force nodale $F_z = -1000$ N sur l'arête *A1A2*.

1.3.2 Modélisation C

Le noeud *A1* est encastree :

$$\begin{aligned} dx &= 0. & dy &= 0. & dz &= 0. \\ dRx &= 0. & dRy &= 0. & dRz &= 0. \end{aligned}$$

Le noeud *A2* est bloqué selon les degrés de liberté suivants :

$$dx = 0. \quad dy = 0.$$

On applique une force nodale $F_z = -1000$ N sur le noeud *A3*.

D'autre part, on applique sur 3 mailles (voir dessin en 5.2) le chargement réparti en repère local suivant (mot clé `FORCE_COQUE`) :

$$F1 = 200 \text{ N/m}^2, \quad F2 = -500 \text{ N/m}^2, \quad F3 = -500 \text{ N/m}^2, \quad MF1 = 100 \text{ N/m}, \quad MF2 = 40 \text{ N/m}$$

dans le plan du maillage.

1.3.3 Modélisation D, E, F et G

L'arête *A1A4* est encastree. La plaque a pour épaisseur $0,8$ m. La plaque est excentree de $e = 0,4$ m.

On applique une force nodale répartie transverse $F_z = -1000$ N/m sur l'arête *A2A3* et une force nodale répartie de traction $F_x = 4000$ N/m sur la même arête *A2A3*.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

2.1.1 Modélisations A et B

La flèche fl est donnée par la formule : $fl = FIL^3/3EI$
où l est la largeur, L la longueur de la plaque, et $I = lh^3/12$, h étant l'épaisseur.

2.1.2 Modélisation C

Le calcul avec matériau bicouche sert de référence. La non régression des résultats obtenus pour ce premier calcul est vérifiée.

2.2 Résultats de référence

2.2.1 Modélisations A et B

Ils sont constitués des valeurs du champ de déplacement DZ au point $A3$ et des efforts au point AI . D'autre part, on calcule les 4 plus petites fréquences de la structure.

2.2.2 Modélisation C

Ils sont constitués des valeurs du champ de déplacement DX, DY, DZ, DRX, DRY au point $A3$ (nœud NI pour Code_Aster) et au point de coordonnées $(9,2,0)$.

On compare aussi les efforts au point AI .

D'autre part, on calcule les 4 plus petites fréquences de la structure.

2.2.3 Modélisation D

On ne représente dans ce cas qu'une seule plaque excentrée (excentrement $e = 0,4 m$, épaisseur $h/2 = 0,4 m$). La flèche w à l'extrémité libre est donnée par l'expression :
 $w = (2F_z L - 3F_x e) \ell L^2 / 6EI + F_z L / (6Gh5/6)$. Les sollicitations globales sur le bord encasté $A1A4$, de longueur $\ell = 5 m$ sont : $N_x = F_x$ et $V_z = -F_z$.

2.3 Incertitude sur la solution

Pour les modélisations A et B , la solution de référence est analytique. Il n'y a donc pas d'incertitude.

Pour la modélisation C , les incertitudes sont nulles puisqu'il s'agit d'un même calcul réalisé par deux voies différentes.

2.3.1 Modélisation D, E, F, G

On utilise comme solution de référence pour la fréquence propre une autre solution venant d'un calcul non excentré.

3 Modélisation A

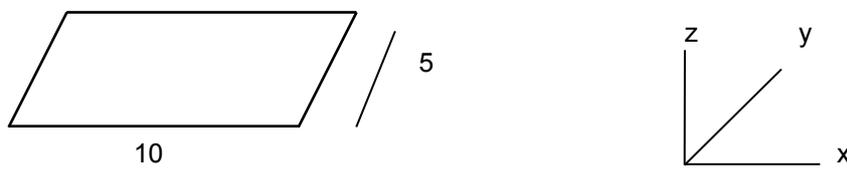
3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué de 2 plaques excentrées des distances -0.1m et 0.1m .

Les éléments utilisés sont des éléments de plaque DSQ.



3.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 10 subdivisions selon x et 5 subdivisions selon y ; soit au total 50 mailles DSQ (QUAD4) et 66 nœuds.

3.3 Grandeurs testées et résultats

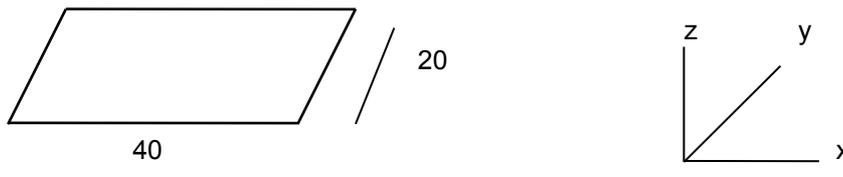
Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DZ (A3)	'ANALYTIQUE'	$-3.90625 \cdot 10^{-5}$	0.005
MXX(A1)	'ANALYTIQUE'	5000.	0.001
QX(A1)	'ANALYTIQUE'	-500.	0.001
SIXX(M1 , PT1 , SSPT1)	'ANALYTIQUE'	0.	1.0E-8
SIXX(M1 , PT1 , SSPT2)	'ANALYTIQUE'	990.585	0.0001
Fréquence 1 ^{er} mode	'NON_REGRESSION'	18.2	0.0001
Fréquence 2 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	84.6	0.0001
Fréquence 3 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	101.21	0.0001
Fréquence 4 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	111.28	0.0001

4 Modélisation B

4.1 Caractéristique de la modélisation

Le modèle est le même que celui de la modélisation A, à ceci près qu'au lieu d'avoir des éléments de plaque DSQ , on a des éléments DKT .

4.2 Caractéristique du maillage



Le maillage est régulier. On a 40 subdivisions selon x et 20 subdivisions selon y ; soit au total 1600 mailles DKT et 861 nœuds.

4.3 Grandeurs testées et résultats

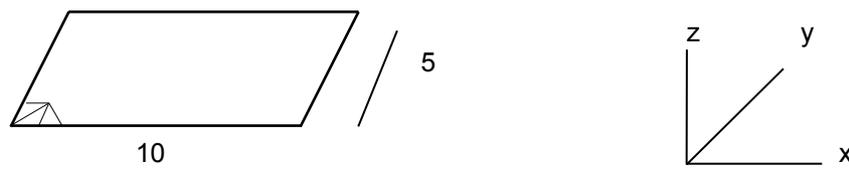
Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DZ (A3)	'ANALYTIQUE'	$-3.90625 \cdot 10^{-5}$	0.005
MXX(A1)	'ANALYTIQUE'	5000.	0.3
QX(A1)	'ANALYTIQUE'	-500.	0.15
Fréquence 1 ^{er} mode	'NON_REGRESSION'	18.25	0.0001
Fréquence 2 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	88.35	0.0001
Fréquence 3 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	100.1	0.0001
Fréquence 4 ^{ème} mode	'NON_REGRESSION'	113.5	0.0001

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est le même que celui de la modélisation *A*, à ceci près qu'au lieu d'avoir des éléments de plaque *DSQ*, on a des éléments *DST*. (Modélisation *DST* avec des mailles *TRIA3*).

5.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 10 subdivisions selon *x* et 5 subdivisions selon *y*; soit au total 100 mailles *DST* et 66 nœuds.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DX <i>N66</i>	'AUTRE_ASTER'	-6.49678E-06	0.0015
DEPL DY <i>N66</i>	'AUTRE_ASTER'	-6.08932E-07	0.004
DEPL DZ <i>N66</i>	'AUTRE_ASTER'	-5.33844E-03	0.004
DEPL DRX <i>N66</i>	'AUTRE_ASTER'	-4.29182E-04	0.003
DEPL DRY <i>N66</i>	'AUTRE_ASTER'	4.75601E-04	0.003
DEPL DX <i>N53</i>	'AUTRE_ASTER'	-3.58293E-06	0.003
DEPL DY <i>N53</i>	'AUTRE_ASTER'	-1.18788E-06	0.002
DEPL DZ <i>N53</i>	'AUTRE_ASTER'	-3.63885E-03	0.004
DEPL DRX <i>N53</i>	'AUTRE_ASTER'	-4.05175E-04	0.004
DEPL DRY <i>N53</i>	'AUTRE_ASTER'	4.23116E-04	0.0035
EFGE NXX <i>N6</i>	'AUTRE_ASTER'	1.70005E+04	0.0035
EFGE NYX <i>N6</i>	'AUTRE_ASTER'	1.14438E+04	0.0035
EFGE NXY <i>N6</i>	'AUTRE_ASTER'	3.53598E+03	0.005
EFGE MXX <i>N6</i>	'AUTRE_ASTER'	2.14585E+04	0.009
EFGE MYX <i>N6</i>	'AUTRE_ASTER'	1.53094E+04	0.004
EFGE MXY <i>N6</i>	'AUTRE_ASTER'	5.71331E+03	0.005
EFGE QX <i>N6</i>	'AUTRE_ASTER'	-3.03380E+03	0.0065
EFGE QY <i>N6</i>	'AUTRE_ASTER'	1.76436E+03	0.015
MODE 1	'AUTRE_ASTER'	1.01181E+00	0.003
MODE 2	'AUTRE_ASTER'	4.27003E+00	0.003
MODE 3	'AUTRE_ASTER'	8.39151E+00	0.004
MODE 4	'AUTRE_ASTER'	1.72305E+01	0.006

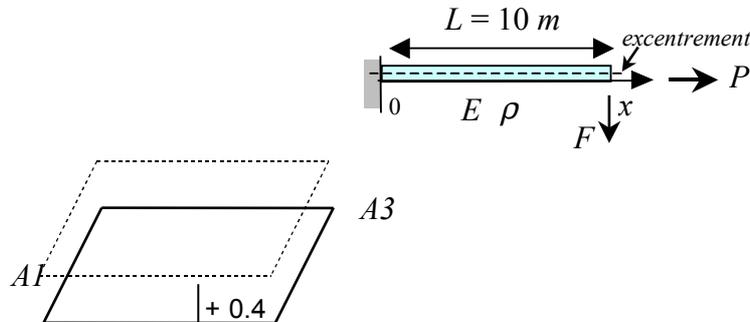
5.4 Remarques

On note une différence entre la solution obtenue pour une coque bi-couche et celle issue de deux coques mono-couches excentrées, sans qu'il soit possible au moment de la rédaction du test de déterminer d'où vient l'écart.

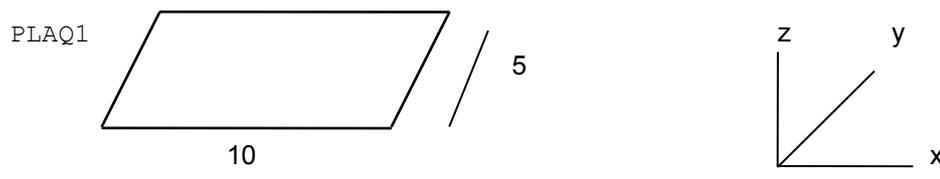
6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de $0,8\text{ m}$. Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4G.



6.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 20 subdivisions selon x et 10 subdivisions selon y ; soit au total 200 mailles QUAD4 et 231 nœuds.

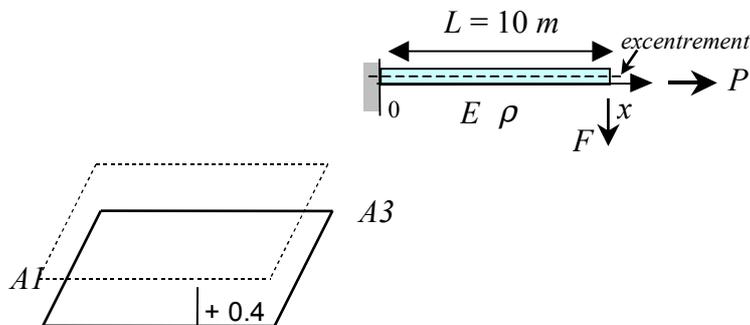
6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DX A3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU NXX AI	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU MXX AI	'ANALYTIQUE'	10000	0.03
EFGE_NOEU QX AI	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO MXX NOEUD NI MAILLE MI	'ANALYTIQUE'	8400.0	0,03
MODE 0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	0.004
MODE 1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	0.01

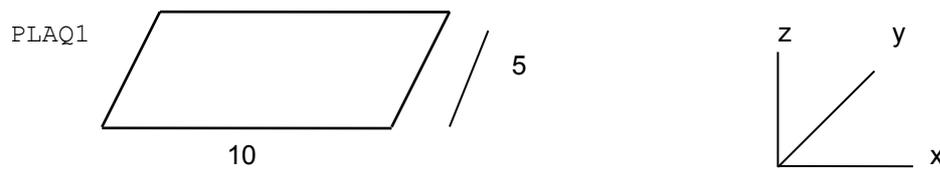
7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de $0,4\text{ m}$ (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de $0,8\text{ m}$. Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4G.



7.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 5300 maille et 5151 nœuds. Cette modélisation montre l'influence du maillage sur la modélisation Q4G.

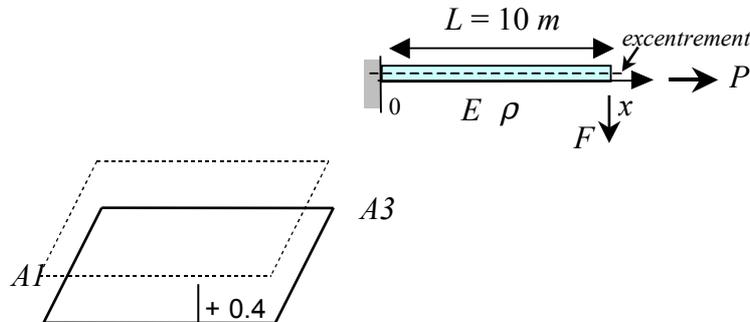
7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DX A3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU NXX A1	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU MXX A1	'ANALYTIQUE'	10000	0.03
EFGE_NOEU QX A1	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO MXX NOEUD NI MAILLE M1	'ANALYTIQUE'	8400.0	0,03
MODE 0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	0.004
MODE 1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	0.01

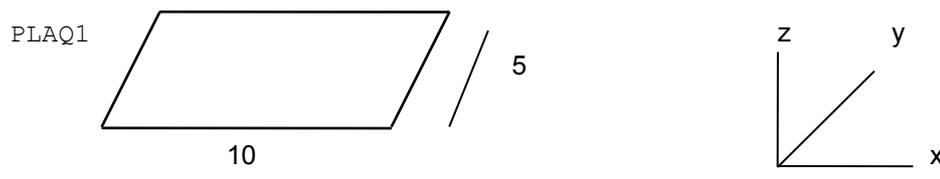
8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de $0,8\text{ m}$. Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4G.



8.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 20 subdivisions selon x et 10 subdivisions selon y ; soit au total 200 mailles QUAD4 et 231 nœuds. Cette modélisation montre l'influence du maillage sur la modélisation DKT.

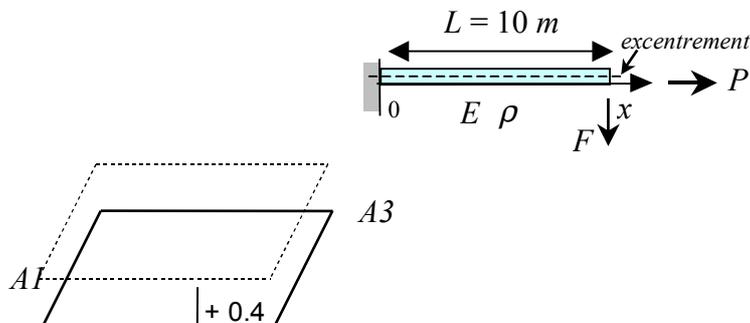
8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DX A3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU NXX AI	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU MXX AI	'ANALYTIQUE'	10000	0.03
EFGE_NOEU QX AI	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO MXX NOEUD NI MAILLE MI	'ANALYTIQUE'	8400.0	0,03
MODE 0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	0.004
MODE 1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	0.01

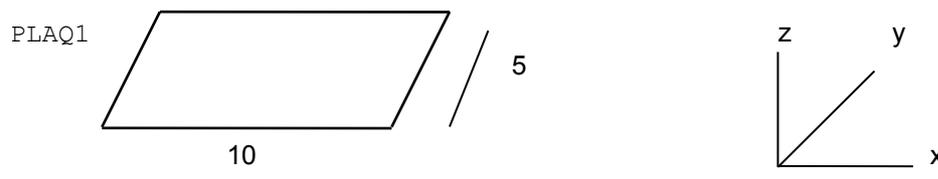
9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué d'une plaque excentrée de 0.4 m (PLAQ1) (par rapport au maillage initial). L'épaisseur totale est de $0,8\text{ m}$. Les éléments utilisés sont des éléments de plaque Q4G.



9.2 Caractéristiques du maillage



Le maillage est régulier. On a 20 subdivisions selon x et 10 subdivisions selon y ; soit au total 200 mailles QUAD4 et 231 nœuds. Cette modélisation montre l'influence du maillage sur la modélisation DST.

9.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
DEPL DX A3	'ANALYTIQUE'	-2.97625E-05	0.005
EFGE_NOEU NXX AI	'ANALYTIQUE'	4000	1.e-9
EFGE_NOEU MXX AI	'ANALYTIQUE'	10000	0.03
EFGE_NOEU QX AI	'ANALYTIQUE'	-1000	1.e-9
EFGE_ELNO MXX NOEUD NI MAILLE MI	'ANALYTIQUE'	8400.0	0,03
MODE 0	'NON_REGRESSION'	18.2307742712	0.004
MODE 1	'AUTRE_ASTER'	18.2307742712	0.01

10 Synthèse des résultats

Les résultats des 3 premières modélisations sont très bons, sauf pour les efforts tranchants des modélisations B et C (respectivement 10% et 7% d'erreur). Les modélisations D, E, F, G donnent aussi de bons résultats. Toutefois, il faut noter que la modélisation $Q4G$ dépend du maillage (à cause de l'interpolation isoparamétrique des rotations-translations). En d'autres termes, avec un raffinement de maillage on réduit les erreurs commises avec la modélisation D .