

SSLS108 - Coque hélicoïdale sous charges concentrées

Résumé :

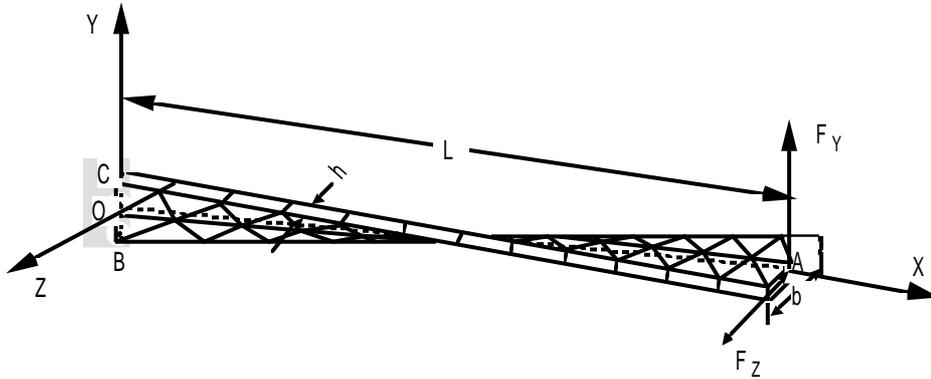
Ce test en élasticité linéaire est très sévère de par sa géométrie (coque gauche). Il permet de montrer l'influence du gauchissement sur les performances des éléments de coques.

Il comporte 14 modélisations permettant de tester les éléments COQUE_3D, SHB, DKT, DST et Q4G pour différents supports géométriques.

Les valeurs de référence sont des résultats de calcul fournis dans la littérature, on vérifie le déplacement en un point de la structure.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



La coque est d'épaisseur 0.32 m , de longueur 12 m et de largeur 1.1 m .

1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 29.10^6 \text{ Pa}$$

$$\nu = 0.22$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Encastrée sur le côté OBC : $u=v=w=0$, $\theta_x=\theta_y=\theta_z=0$

Deux cas de charge qui correspondent à des charges concentrées au point A :

- Force parallèle à l'axe Z : $F_z = 1\text{ N}$
- Force parallèle à l'axe Y : $F_y = 1\text{ N}$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence [1] est une solution fondée sur la théorie des poutres (non-déformation de la section transversale), incluant ou non les effets du cisaillement transverse.

2.2 Résultats de référence

Déplacement du point A suivant Y .

Déplacement du point A suivant Z .

| Chargement (N) | Référence (m) |
|--------------------|---|
| $F_Y=0$ $F_Z=1$ | $DY=1.72\times 10^{-3}$ $DZ=5.424\times 10^{-3}$ |
| $F_Y=1$ $F_Z=0$ | $DY=1.754\times 10^{-3}$ $DZ=1.72\times 10^{-3}$ |

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution semi-analytique.

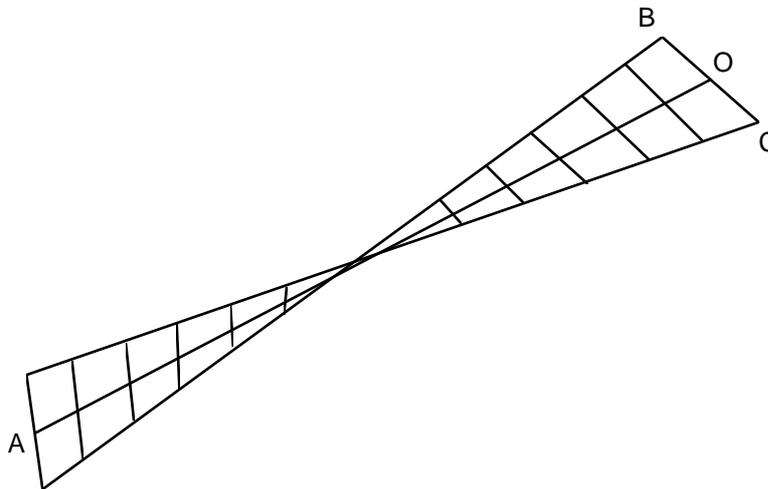
2.4 Références bibliographiques

- [1] J. L. Batoz and G. Dhatt, « Modélisation des structures par éléments finis Volume.3: Coques », éditions HERMES. Paris , France, 1992.
- [2] HAMMADI Fodil : 'Formulation et évaluation d'éléments finis a continuité C^0 de la géométrie pour l'analyse linéaire et non-linéaire des coques" Thèse de docteur, UTC, juin 1998

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D



Découpage :

2 selon la largeur, 12 selon la longueur
24 mailles QUAD9, épaisseur : $h=0.32$

Noms des nœuds :

Point *O* *N06*
Point *B* *N01*
Point *C* *N02*
Point *A* *N032*

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 125
Nombre de mailles et types : 24 QUAD9

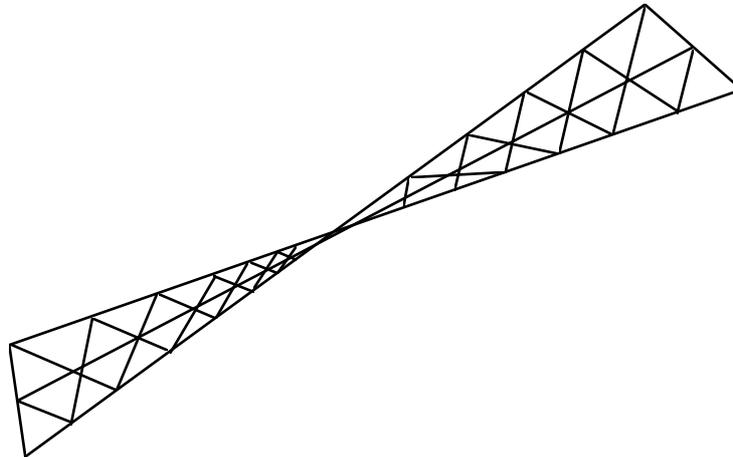
3.3 Valeurs testées

| Cas de charges | Point | Grandeur en unité | Référence |
|------------------|----------|------------------------------|-----------------------|
| $F_z=1\text{ N}$ | <i>A</i> | déplacement V (<i>m</i>) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (<i>m</i>) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ |
| $F_y=1\text{ N}$ | <i>A</i> | déplacement V (<i>m</i>) | $1.75 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (<i>m</i>) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D



Découpage :

2 selon la largeur, 12 selon la longueur
48 mailles TRIA7, épaisseur : $h=0.32$

Noms des nœuds :

Point *O* *N06*
Point *B* *N01*
Point *C* *N02*
Point *A* *N032*

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 173
Nombre de mailles et types : 48 TRIA7

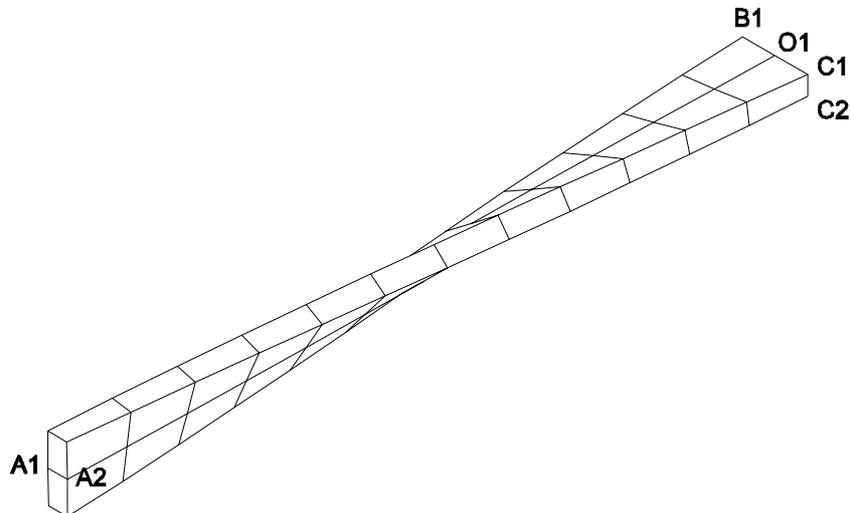
4.3 Valeurs testées

| Cas de charges | Point | Grandeur en unité | Référence |
|--------------------|----------|------------------------------|-----------------------|
| $F_z = 1\text{ N}$ | <i>A</i> | déplacement V (<i>m</i>) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (<i>m</i>) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ |
| $F_y = 1\text{ N}$ | <i>A</i> | déplacement V (<i>m</i>) | $1.75 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (<i>m</i>) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB8



Découpage :

2 selon la largeur, 12 selon la longueur
24 mailles HEXA8, épaisseur : $h = 0.32$

Noms des nœuds :

Point O1 N03 Point O2 N05
Point B1 N04 Point B2 N06
Point C1 N01 Point C2 N02
Point A1 N78 Point A2 N75

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 78
Nombre de mailles et types : 24 HEXA8

5.3 Valeurs testées

| Cas de charges | Point | Grandeur en unité | Référence |
|---------------------|----------|-----------------------|-----------------------|
| $F_z = 1 \text{ N}$ | A1 et A2 | déplacement V (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (m) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ |
| $F_y = 1 \text{ N}$ | A1 et A2 | déplacement V (m) | $1.75 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |

5.4 Remarques

Une modélisation 3D sur le même maillage (mailles HEXA8) fait apparaître un blocage : les résultats sont très éloignés de la référence. Par exemple, pour le cas de charge 1, on obtient :

| Point | Grandeur en unité | Référence | Aster |
|-------|-------------------|-----------|-------|
|-------|-------------------|-----------|-------|

| | | | |
|------------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| <i>A1</i> et <i>A2</i> | déplacement V (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ | $-7.5 \cdot 10^{-4}$ |
| | déplacement W (m) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ | $5.408 \cdot 10^{-3}$ |

Ce blocage n'apparaît plus avec des mailles quadratiques `HEXA20`, puisque l'on obtient alors :

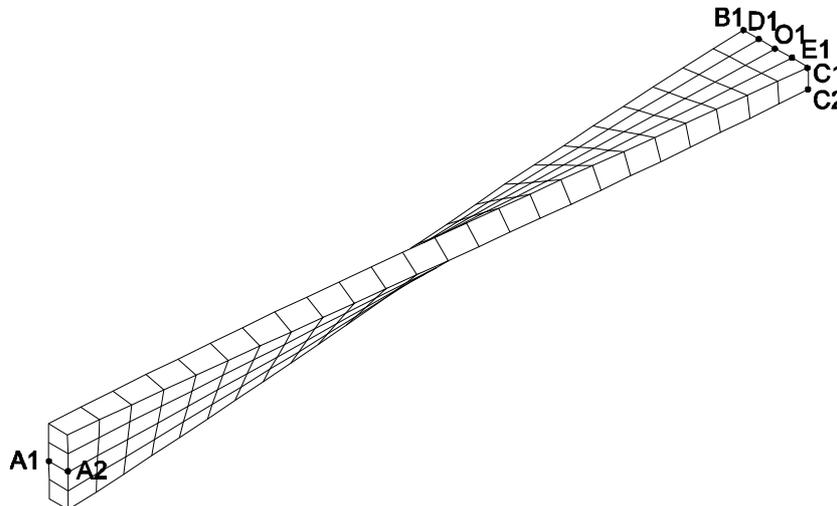
| Point | Grandeur en unité | Référence | Aster |
|------------------------|--------------------------|-----------------------|------------------------|
| <i>A1</i> et <i>A2</i> | déplacement V (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ | $-1.729 \cdot 10^{-3}$ |
| | déplacement W (m) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ | $5.43 \cdot 10^{-3}$ |

La modélisation `SHB` permet d'éviter tout blocage numérique, à un coût (en temps CPU) similaire à celui d'un maillage `HEXA8`.

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB8



Découpage :

4 selon la largeur, 24 selon la longueur
96 mailles HEXA8, épaisseur : $h = 0.32$

Noms des nœuds :

| | | | |
|-----------------|-------------|-----------------|-------------|
| Point <i>O1</i> | <i>N245</i> | Point <i>O2</i> | <i>N249</i> |
| Point <i>B1</i> | <i>N224</i> | Point <i>B2</i> | <i>N226</i> |
| Point <i>C1</i> | <i>N239</i> | Point <i>C2</i> | <i>N241</i> |
| Point <i>D1</i> | <i>N236</i> | Point <i>D2</i> | <i>N238</i> |
| Point <i>E1</i> | <i>N250</i> | Point <i>E2</i> | <i>N246</i> |
| Point <i>A1</i> | <i>N05</i> | Point <i>A2</i> | <i>N06</i> |

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 250
Nombre de mailles et types : 96 HEXA8

6.3 Valeurs testées

| Cas de charges | Point | Grandeur en unité | Référence |
|---------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $F_z = 1 \text{ N}$ | <i>A1</i> et <i>A2</i> | déplacement V (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (m) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ |
| $F_y = 1 \text{ N}$ | <i>A1</i> et <i>A2</i> | déplacement V (m) | $1.75 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |

6.4 Remarques

Une modélisation 3D sur le même maillage (mailles `HEXA8`) fait apparaître un blocage : même avec un maillage à 96 éléments. Les résultats restent très éloignés de la référence. Par exemple, pour le cas de charge 1, on obtient :

| Point | Grandeur en unité | Référence | Aster |
|------------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| <i>A1</i> et <i>A2</i> | déplacement V (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ | $-2.49 \cdot 10^{-4}$ |
| | déplacement W (m) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ | $1.12 \cdot 10^{-3}$ |

Ce blocage n'apparaît plus avec des mailles quadratiques `HEXA20`, puisque l'on obtient alors :

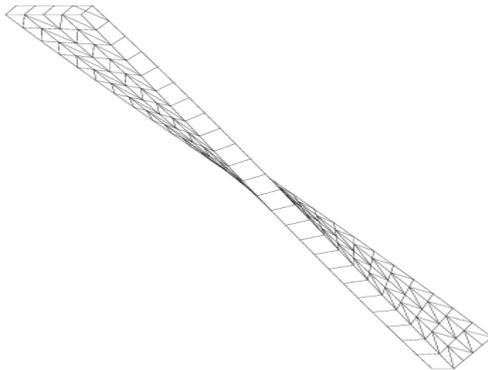
| Point | Grandeur en unité | Référence | Aster |
|------------------------|-------------------------|-----------------------|------------------------|
| <i>A1</i> et <i>A2</i> | déplacement V (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ | $-1.735 \cdot 10^{-3}$ |
| | déplacement W (m) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ | $5.438 \cdot 10^{-3}$ |

Avec des `HEXA20`, la convergence est bien meilleure. La modélisation `SHB` permet d'éviter tout blocage numérique, à un coût (en temps CPU) similaire à celui d'un maillage `HEXA8`.

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB6



Découpage :

4 selon la largeur, 24 selon la longueur
192 mailles PENTA6, épaisseur : $h=0.32$

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 250
Nombre de mailles et types : 192 PENTA6

7.3 Valeurs testées

| Cas de charges | Point | Grandeur en unité | Référence |
|------------------|----------|-----------------------|-----------------------|
| $F_z=1\text{ N}$ | A1 et A2 | déplacement V (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (m) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ |
| $F_y=1\text{ N}$ | A1 et A2 | déplacement V (m) | $1.75 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |

7.4 Remarques

Une modélisation 3D sur le même maillage (mailles PENTA6) fait apparaître un blocage : les résultats sont très éloignés de la référence. Par exemple, pour le cas de charge 1, on obtient :

| Point | Grandeur en unité | Référence | Aster |
|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| A1 et A2 | déplacement V (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ | $-7.84 \cdot 10^{-4}$ |

| | | |
|-------------------------|----------------------|----------------------|
| déplacement W (m) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ | $2.63 \cdot 10^{-3}$ |
|-------------------------|----------------------|----------------------|

Ce blocage n'apparaît plus avec des mailles quadratiques PENTA15, puisque l'on obtient alors :

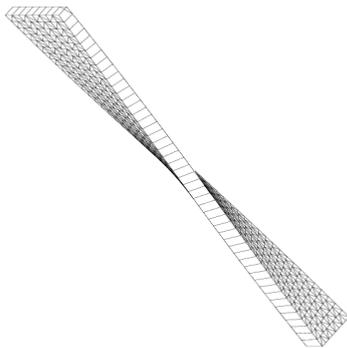
| Point | Grandeur en unité | Référence | Aster |
|--------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $A1$ et $A2$ | déplacement V (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |
| | déplacement W (m) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ | $5.43 \cdot 10^{-3}$ |

La modélisation SHB6 permet d'éviter tout blocage numérique, à un coût (en temps CPU) similaire à celui d'un maillage PENTA6.

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB6



Découpage :

8 selon la largeur, 48 selon la longueur
768 mailles PENTA6, épaisseur : $h=0.32$

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 882
Nombre de mailles et types : 768 PENTA6

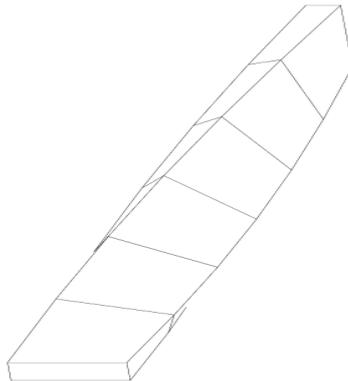
8.3 Valeurs testées

| Cas de charges | Point | Grandeur en unité | Référence |
|--------------------|-------------|-----------------------|-----------------------|
| $F_z = 1\text{ N}$ | A1 et A2 | déplacement V (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (m) | $5.42 \cdot 10^{-3}$ |
| $F_y = 1\text{ N}$ | A1 et A2 | déplacement V (m) | $1.75 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement W (m) | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB20



Découpage :

1 selon la largeur, 6 selon la longueur
6 mailles HEXA20, épaisseur : $h=0.32$

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 80
Nombre de mailles et types : 6 HEXA20

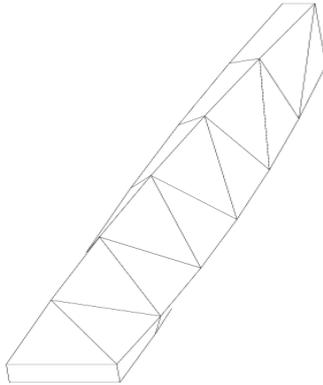
9.3 Valeurs testées

| Cas de charges | Point | Grandeur en unité | Référence |
|----------------|----------|-----------------------|-----------------------|
| $F_z=1 N$ | A1 et A2 | déplacement $V (m)$ | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement $W (m)$ | $5.42 \cdot 10^{-3}$ |
| $F_y=1 N$ | A1 et A2 | déplacement $V (m)$ | $1.75 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement $W (m)$ | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB15



Découpage :

1 selon la largeur, 6 selon la longueur
12 mailles PENTA15, épaisseur : $h=0.32$

10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 92
Nombre de mailles et types : 12 PENTA15

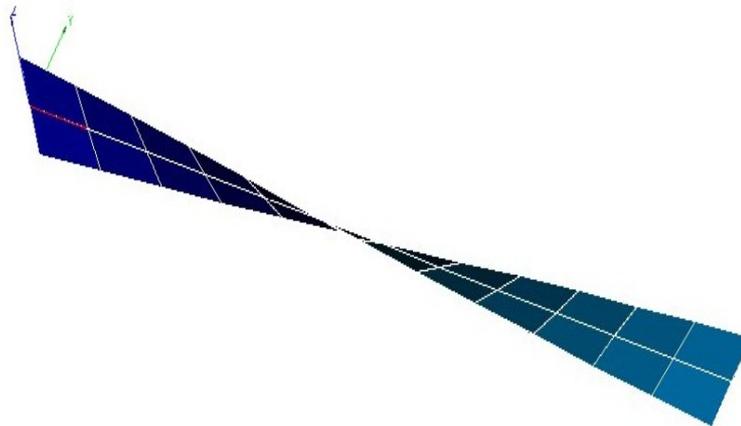
10.3 Valeurs testées

| Cas de charges | Point | Grandeur en unité | Référence |
|----------------|----------|---------------------|-----------------------|
| $F_z = 1 N$ | A1 et A2 | déplacement $V (m)$ | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement $W (m)$ | $5.42 \cdot 10^{-3}$ |
| $F_y = 1 N$ | A1 et A2 | déplacement $V (m)$ | $1.75 \cdot 10^{-3}$ |
| | | déplacement $W (m)$ | $-1.72 \cdot 10^{-3}$ |

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT (QUAD4).



11.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 24 mailles QUAD4.

11.3 Grandeurs testées et résultats

| Chargement (N) | Identification | | Type de référence | Valeur de référence (m) | Tolérance (%) |
|-----------------------|----------------|----------|-------------------|--------------------------------|------------------|
| | Point | Grandeur | | | |
| $F_y=1$ $F_z=0$ | A | DY | 'SOURCE_EXTERNE' | $DY = 1.754 \times 10^{-3}$ | 48.0 |
| $F_y=0$ $F_z=1$ | | DZ | 'SOURCE_EXTERNE' | $DZ = 5.424 \times 10^{-3}$ | 62.5 |

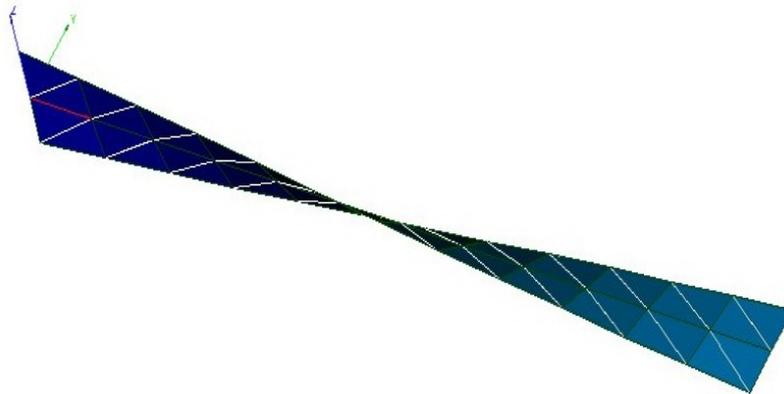
11.4 Remarques

Sous l'effet des grands déplacements subis par la structure, les mailles QUAD4 deviennent de plus en plus gauches au cours du calcul. Les hypothèses de la modélisation DKT ne sont alors plus respectées.

12 Modélisation J

12.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT (TRIA3).



12.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 48 mailles TRIA3.

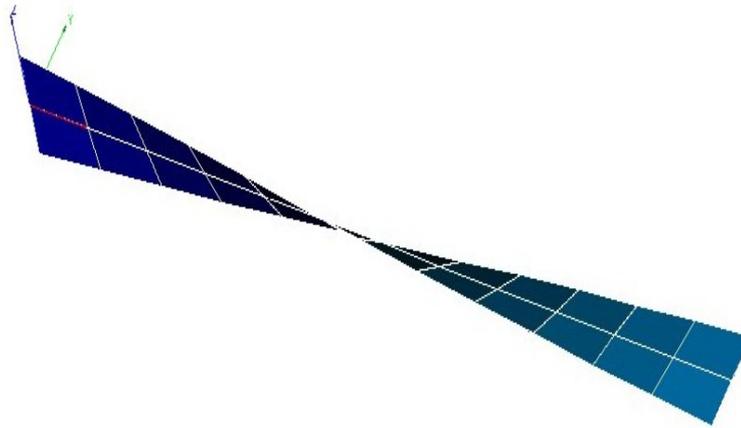
12.3 Grandeurs testées et résultats

| Chargement (N) | Identification | | Type de référence | Valeur de référence (m) | Tolérance (%) |
|-----------------------|----------------|----------|-------------------|--------------------------------|------------------|
| | Point | Grandeur | | | |
| $F_y=1$ $F_z=0$ | A | DY | 'SOURCE_EXTERNE' | $DY = 1.754 \times 10^{-3}$ | 17.0 |
| $F_y=0$ $F_z=1$ | | DZ | 'SOURCE_EXTERNE' | $DZ = 5.424 \times 10^{-3}$ | 2.5 |

13 Modélisation K

13.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DST (QUAD4).



13.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 24 mailles QUAD4.

13.3 Grandeurs testées et résultats

| Chargement (N) | Identification | | Type de référence | Valeur de référence (m) | Tolérance (%) |
|-----------------------|----------------|----------|-------------------|--------------------------------|------------------|
| | Point | Grandeur | | | |
| $F_Y=1$ $F_Z=0$ | A | DY | 'SOURCE_EXTERNE' | $DY = 1.754 \times 10^{-3}$ | 48.0 |
| $F_Y=0$ $F_Z=1$ | | DZ | 'SOURCE_EXTERNE' | $DZ = 5.424 \times 10^{-3}$ | 62.5 |

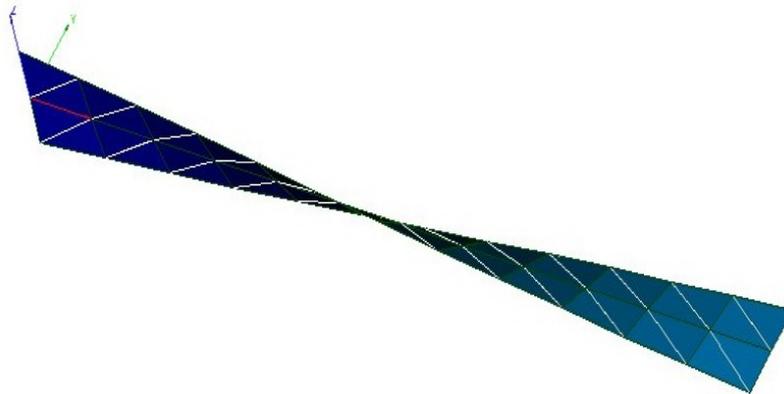
13.4 Remarques

Sous l'effet des grands déplacements subis par la structure, les mailles QUAD4 deviennent de plus en plus gauches au cours du calcul. Les hypothèses de la modélisation DKT ne sont alors plus respectées.

14 Modélisation L

14.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DST (TRIA3).



14.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 48 mailles TRIA3.

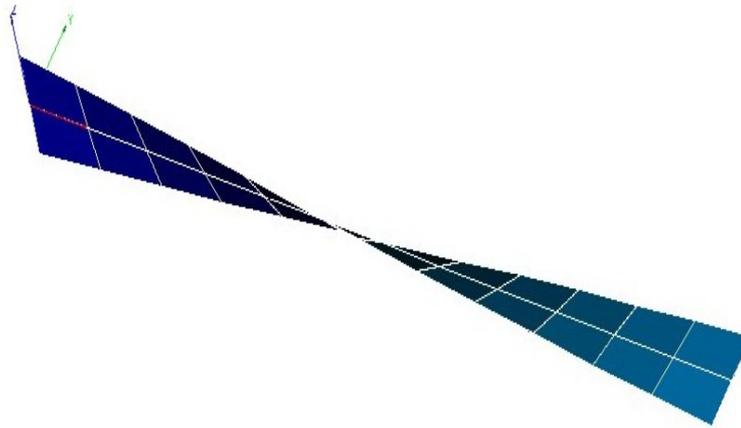
14.3 Grandeurs testées et résultats

| Chargement (N) | Identification | | Type de référence | Valeur de référence (m) | Tolérance (%) |
|-----------------------|----------------|----------|-------------------|--------------------------------|------------------|
| | Point | Grandeur | | | |
| $F_Y=1$ $F_Z=0$ | A | DY | 'SOURCE_EXTERNE' | $DY = 1.754 \times 10^{-3}$ | 15.0 |
| $F_Y=0$ $F_Z=1$ | | DZ | 'SOURCE_EXTERNE' | $DZ = 5.424 \times 10^{-3}$ | 1.5 |

15 Modélisation M

15.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation Q4G (QUAD4).



15.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 24 mailles QUAD4.

15.3 Grandeurs testées et résultats

| Chargement (N) | Identification | | Type de référence | Valeur de référence (m) | Tolérance (%) |
|-----------------------|----------------|----------|-------------------|--------------------------------|------------------|
| | Point | Grandeur | | | |
| $F_Y=1$ $F_Z=0$ | A | DY | 'SOURCE_EXTERNE' | $DY = 1.754 \times 10^{-3}$ | 48.0 |
| $F_Y=0$ $F_Z=1$ | | DZ | 'SOURCE_EXTERNE' | $DZ = 5.424 \times 10^{-3}$ | 62.5 |

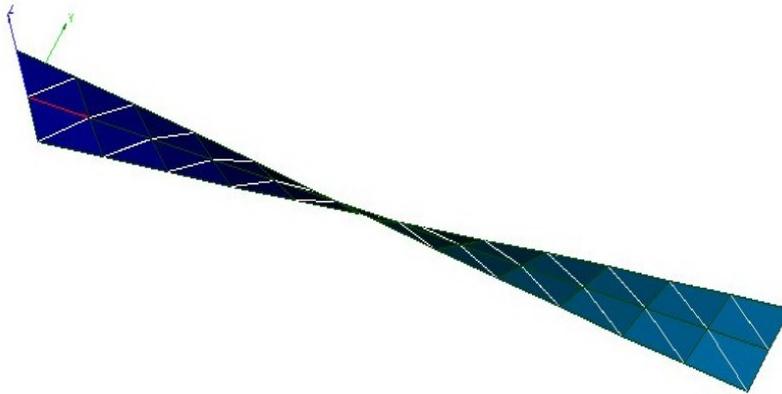
15.4 Remarques

Sous l'effet des grands déplacements subis par la structure, les mailles QUAD4 deviennent de plus en plus gauches au cours du calcul. Les hypothèses de la modélisation DKT ne sont alors plus respectées.

16 Modélisation N

16.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation Q4G (TRIA3).



16.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 39 nœuds et 48 mailles TRIA3.

16.3 Grandeurs testées et résultats

| Chargement (N) | Identification | | Type de référence | Valeur de référence (m) | Tolérance (%) |
|-----------------------|----------------|----------|-------------------|--------------------------------|------------------|
| | Point | Grandeur | | | |
| $F_y=1$ $F_z=0$ | A | DY | 'SOURCE_EXTERNE' | $DY = 1.754 \times 10^{-3}$ | 11.0 |
| $F_y=0$ $F_z=1$ | | DZ | 'SOURCE_EXTERNE' | $DZ = 5.424 \times 10^{-3}$ | 6.0 |

17 Synthèse des résultats

Ce test est très sévère de par la géométrie de la coque qui est gauche.

Les éléments `COQUE_3D` donnent de très bons résultats (inférieurs à 0.5%) avec peu de nœuds (modélisation A et B).

Pour les modélisations `SHB`, les éléments `SHB8` donnent la même précision avec un peu plus de nœuds (modélisation D). Ils restent très bons pour un maillage plus grossier (modélisation C). Par contre, les éléments `SHB6` nécessitent un maillage beaucoup plus fin pour converger (modélisation F). Sur un maillage plus grossier (modélisation E), les résultats sont médiocres. Néanmoins ces éléments sont très utiles pour pouvoir mailler une géométrie quelconque avec des `SHB` linéaires.

Les éléments quadratiques `SHB20` et `SHB15` donnent de bons résultats avec peu de nœuds.

S'agissant des modélisations de type plaque (`DKT`, `DST`, `Q4G`), on observe que le type de maille utilisé a une forte influence sur les résultats :

- les mailles `TRIA3` donnent de bons résultats (environ 10 % d'erreur), un maillage plus fin améliore de plus sensiblement ces derniers ;
- les mailles `QUAD4` donnent en revanche des résultats très éloignés de la solution de référence. La formulation des éléments de plaque fait en effet l'hypothèse de facettes planes, celle-ci n'est plus vérifiée sur ce test en présence de grands déplacements.