SSLS101 - Plaque circulaire posée soumise à une pression uniforme

Résumé :

On traite le cas d'une plaque circulaire posée sur le bord en élasticité linéaire sous 3 chargements (poids propre, pression, effort réparti constant) qui donnent la même déformée.

Les deux premières modélisations permettent d'évaluer l'influence du maillage.

Le test regroupe 12 modélisations (modèles de Love-Kirchhoff, Mindlin-Reissner et COQUE_3D et SHB) plus 2 modélisations de « raccord » entre des coques ou entre coques et 3D.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Coordonnées des points :

	O	A	B	C	D	E	F
x	0.	1.	$\sqrt{2}/2$	0.	0.5	0.	0.4
y	0.	0.	$\sqrt{2}/2$	1.	0.	0.5	0.4
z	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

1.2 Propriétés de matériaux

$E=1.Pa$
$\nu=0.3$
$\rho=1.kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Appui simple sur le bord de la plaque :
en tous les points P tels que $OP=R$: $u=v=w=0$

FORCE_COQUE	Pression uniforme	$P=1\,N/m^2$
FORCE_COQUE	Charge répartie normale	$F3=-1\,N/m^2$
PESANTEUR	$g=10\,m/s^2$ suivant Z d'où	$FZ=\rho g t=-1\,N/m^2$

Ces trois chargements conduisent à la même solution.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Deux solutions de référence sont utilisables, pour le calcul de la déformée, suivant la théorie de plaque utilisée :

- la théorie de Love-Kirchhoff, couramment utilisée pour les plaques dites "minces", que l'on retiendra pour les modélisations A, B et E,
- la théorie de Reissner, incluant les effets du cisaillement pour les plaques dites "épaisses", que l'on retiendra pour les modélisations F, G et H.

En tout point distant de r du centre de la plaque $r \leq R$, on a pour le calcul de la flèche :

$$w(r) = -P\,\frac{R^4}{64\,D}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)\left(1+\frac{r^2}{R^2}-\frac{2(3+\nu)}{1+\nu}-\varphi\right) \text{ avec } D=\frac{E\,t^3}{12(1-\nu^2)}$$

et $\varphi = 0\,(\text{Love-Kirchhoff})$ ou $\varphi = \frac{16}{5}\left(\frac{t}{R}\right)^2\frac{1}{1-\nu}\,(\text{Reissner})$

Pour le calcul des moments les deux théories conduisent aux mêmes expressions :

$$M_{rr}(r)=\frac{PR^2}{16}(3+\nu)\left[\left(\frac{r}{R}\right)^2-1\right] \quad M_{\theta\theta}(r)=\frac{PR^2}{16}(3+\nu)\left[1-\frac{1+3\nu}{3+\nu}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

Au centre de la plaque :

$$w(0)=-\frac{PR^4}{64\,D}\left(\frac{5+\nu}{1+\nu}\right)(\text{Love}-\text{Kirchhoff}) \text{ ou } w(0)=-\frac{PR^4}{64\,D}\left(\frac{5+\nu}{1+\nu}+\varphi\right)(\text{Reissner})$$

$$M_{rr}(0)=M_{\theta\theta}(0)=-\frac{PR^2}{16}(3+\nu)$$

Remarque :

Code_Aster calcule les moments aux nœuds de chaque élément fini dans le repère de référence défini par la normale extérieure et les axes de référence définis sur la coque (voir AFFE_CARA_ELEM dans la documentation d'utilisation).

La valeur du moment M_{xx} (ou M_{yy}), extraite du champ 'EFGE_ELNO' , en un nœud appartenant à plusieurs éléments finis peut être considérée comme étant la moyenne des valeurs calculées sur les éléments qui ont ce nœud en commun. Cette moyenne peut être obtenue par la procédure POST_RELEVE [U4.74.03].

Pour chaque nœud, on a : $(M_{rr}+M_{\theta\theta})=(M_{xx}+M_{yy})=Sm$

pour le point O	$M_{xx}=M_{yy}=M_{rr}=M_{\theta\theta}$
pour les points $A\,et\,D$	$M_{xx}=M_{rr}\,et\,M_{yy}=M_{\theta\theta}$
pour les points $C\,et\,E$	$M_{xx}=M_{\theta\theta}\,et\,M_{yy}=M_{rr}$
pour les points $B\,et\,F$	$M_{xx}=M_{yy}=(M_{rr}+M_{\theta\theta})/2$

2.2 Résultats de référence

Flèche et moments aux points : O, A, BC, DE, F.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique

2.4 Références bibliographiques

1.TIMOSHENKO et WOINOWSKY-KRIEGER, Plaques et coques, Édition Béranger - (1961).

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DKT (modélisation d'un quart de plaque)

3.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC : DX: 0.,DY: 0.,DZ: 0.
en tous les nœuds du segment $]OA[$: DY: 0.,DRX:0.,DRZ:0.
en tous les nœuds du segment $]OC[$: DX: 0.,DRY:0.,DRZ:0.
au nœud O : DX: 0.,DY: 0.,DRX:0.,DRY:0.,DRZ:0.

Point O mailles : $M30\ M33$
Point A mailles : $M76$
Point B mailles : $M39\ M40\ M51$
Point C mailles : $M1$
Point D mailles : $M55\ M56\ M65$
Point E mailles : $M8\ M17\ M18$
Point F mailles : $M34\ M35\ M37\ M41\ M46\ M47\ M48$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 50
Nombre de mailles et types : 76 TRIA3

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Valeur de Référence	Type de Référence
INST pour NUME_ORDRE= 3	ANALYTIQUE	0.6
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=3	NON_REGRESSION	1
INST pour NUME_ORDRE= 4	ANALYTIQUE	1
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=4	NON_REGRESSION	1

Identification	Type de référence	Valeurs de référence
O $w(r)$	ANALYTIQUE	–695.6256
D $w(r)$	ANALYTIQUE	–489.727
E $w(r)$	ANALYTIQUE	–489.727
F $w(r)$	ANALYTIQUE	–435.8974

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.20625	1.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.20625	1.5%
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.	0.01
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.0875	6%
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.04375	13%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.04375	14%
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.0875	6%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.	0.01
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.5%
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.3%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.3%
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.14025	10%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.16825	10%

Énergie élastique

Identification				Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance %
Grandeur		Nœud	Maille			
ENEL_ELNO	*TOTALE*	N2	M1	'NON_DEFINI'	94.237	0.1
	MEMBRANE			'NON_DEFINI'	0.0	0.1
	FLEXION			'NON_DEFINI'	93.112	0.1
	CISAILLE			'NON_DEFINI'	1.125	0.1
	COUPL_MF			'NON_DEFINI'	0.0	0.1

Identification				Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance %
Grandeur		Point	Maille			
ENEL_ELGA	*TOTALE*	1	M1	'NON_DEFINI'	77.080	0.1
	MEMBRANE			'NON_DEFINI'	0.0	0.1
	FLEXION			'NON_DEFINI'	75.955	0.1
	CISAILLE			'NON_DEFINI'	1.1248	0.1
	COUPL_MF			'NON_DEFINI'	0.0	0.1

Identification			Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance %
Grandeur		Maille			
ENEL_ELEM	*TOTALE*	M1	'NON_DEFINI'	0.781	0.1
	MEMBRANE		'NON_DEFINI'	0.0	0.1
	FLEXION		'NON_DEFINI'	0.767	0.1
	CISAILLE		'NON_DEFINI'	0.015	0.1
	COUPL_MF		'NON_DEFINI'	0.0	0.1

On teste également en non régression les différentes composantes de l'énergie élastique dans le cas d'un calcul avec MECA_STATIQUE.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DKT (modélisation d'un quart de plaque)

4.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC : DX: 0.,DY: 0.,DZ: 0.
en tous les nœuds du segment $]OA[$: DY: 0.,DRX:0.,DRZ:0.
en tous les nœuds du segment $]OC[$: DX: 0.,DRY:0.,DRZ:0.
au nœud O : DX: 0.,DY: 0.,DRX:0.,DRY:0.,DRZ:0.

Point O mailles : *M1 M2*
Point A mailles : *M248 M255*
Point B mailles : *M292 M293 M296*
Point C mailles : *M74 M75*
Point D mailles : *M76 M108 M109*
Point E mailles : *M34 M40 M41*
Point F mailles : *M122 M123 M124 M148 M152 M153*

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 170
Nombre de mailles et types : 296 TRIA3

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–695.6256	0.2%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	0.2%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	0.2%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–435.8974	0.2%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.20625	0.1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.20625	0.2%
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.	0.0025
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.0875	3.5%
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.04375	6%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.04375	6%
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.0875	3.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.	0.0025
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.5%
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.5%
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.14025	0.3%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.16825	0.3%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque SHB8 (modélisation d'un quart de plaque)

5.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC : DX: 0.,DY: 0.,DZ: 0.
en tous les nœuds de la face $]OA[$: DY: 0.,
en tous les nœuds de la face $]OC[$: DX: 0.,
au nœud O : DX: 0.,DY: 0.,

Le maillage est construit à partir du maillage surfacique de la modélisation E, par épaississement, à l'aide de CREA_MAILLAGE/COQU_VOLU. On construit 2 couches de mailles HEXA8.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 338
Nombre de mailles et types : 147 HEXA8

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–695.6256	0.5%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	0.5%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	0.5%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–435.8974	0.5%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque SHB20 (modélisation d'un quart de plaque)

6.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC : DX: 0.,DY: 0.,DZ: 0.
en tous les nœuds de la face $]OA[$: DY: 0.,
en tous les nœuds de la face $]OC[$: DX: 0.,
au nœud O : DX: 0.,DY: 0.,

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1137
Nombre de mailles et types : 147 HEXA20

6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–695.6256	1.2%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	1.3%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	1.3%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–435.8974	1.5%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DKQ (modélisation d'un quart de plaque)

7.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC : DX: 0.,DY: 0.,DZ: 0.
en tous les nœuds du segment $]OA[$: DY: 0.,DRX:0.,DRZ:0.
en tous les nœuds du segment $]OC[$: DX: 0.,DRY:0.,DRZ:0.
au nœud O : DX: 0.,DY: 0.,DRX:0.,DRY:0.,DRZ:0.

Point O mailles : $M1$
Point A mailles : $M147$
Point B mailles : $M98\ M111$
Point C mailles : $M14$
Point D mailles : $M85\ M99$
Point E mailles : $M7\ M8$
Point F mailles : $M91\ M92\ M105$

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–695.6256	0.1%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	0.15%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	0.15%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–435.8974	0.15%

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.20625	0.1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.20625	0.1%
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.	0.0004
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.0875	0.5%
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.04375	1.1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.04375	1.1%
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.	0.0004
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.0875	0.5%
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.1%
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.1%
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.14025	0.35%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.16825	0.35%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque)

8.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC : DX: 0.,DY: 0.,DZ: 0.
en tous les nœuds du segment $]OA[$: DY: 0.,DRX:0.,DRZ:0.
en tous les nœuds du segment $]OC[$: DX: 0.,DRY:0.,DRZ:0.
au nœud O : DX: 0.,DY: 0.,DRX:0.,DRY:0.,DRZ:0.

Point O mailles : *M1 M2*
Point A mailles : *M248 M255*
Point B mailles : *M3292 M293 M296*
Point C mailles : *M74 M75*
Point D mailles : *M76 M108 M109*
Point E mailles : *M34 M40 M41*
Point F mailles : *M122 M123 M124 M148 M152 M153*

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 170
Nombre de mailles et types : 296 TRIA3

8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–703.40	0.2%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–495.56	0.1%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–495.56	0.1%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–441.18	0.1%

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.20625	0.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.20625	0.55%
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.	0.02
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.0875	9%
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	-0.04375	9.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.04375	9.5%
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.0875	9%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.	0.02
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.9%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.9%
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.9%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.9%
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.14025	0.2%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.16825	0.2%

9 Modélisation G

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DSQ (modélisation d'un quart de plaque)

9.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC : DX: 0.,DY: 0.,DZ: 0.
en tous les nœuds du segment $]OA[$: DY: 0.,DRX:0.,DRZ:0.
en tous les nœuds du segment $]OC[$: DX: 0.,DRY:0.,DRZ:0.
au nœud O : DX: 0.,DY: 0.,DRX:0.,DRY:0.,DRZ:0.

Point O mailles : $M1$
Point A mailles : $M147$
Point B mailles : $M98\ M111$
Point C mailles : $M14$
Point D mailles : $M85\ M99$
Point E mailles : $M7\ M8$
Point F mailles : $M91\ M92\ M105$

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

9.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–703.40	0.15%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–495.56	0.15%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–495.56	0.15%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–441.18	0.2%

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.20625	1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.20625	1%
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.	0.01
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.0875	2.5%
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	-0.04375	7.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.04375	7.5%
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.0875	2.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.	0.01
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.6%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.6%
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.7%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.7%
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.14025	19%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.16825	19%

Identification	Type de référence	Tolérance

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Grandeur		Point	Maille		Valeurs de référence	
ENEL_ELNO	*TOTALE*	C	M14	'NON_REGRESSION'	45.79374	0.1%
	MEMBRANE			'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%
	FLEXION			'NON_REGRESSION'	44.78267	0.1%
	CISAILLE			'NON_REGRESSION'	1.01107	0.1%
	COUPL_MF			'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%

Identification				Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
Grandeur		Point	Maille			
ENEL_ELGA	*TOTALE*	1	M14	'NON_REGRESSION'	57.36959	0.1%
	MEMBRANE			'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%
	FLEXION			'NON_REGRESSION'	56.47085	0.1%
	CISAILLE			'NON_REGRESSION'	0.89874	0.1%
	COUPL_MF			'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%

Identification			Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
Grandeur		Maille			
ENEL_ELEM	*TOTALE*	M14	'NON_REGRESSION'	0.42940	0.1%
	MEMBRANE		'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%
	FLEXION		'NON_REGRESSION'	0.42229	0.1%
	CISAILLE		'NON_REGRESSION'	7.11225E-03	0.1%
	COUPL_MF		'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque Q4G (modélisation d'un quart de plaque)

10.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC : DX: 0.,DY: 0.,DZ: 0.
en tous les nœuds du segment $]OA[$: DY: 0.,DRX:0.,DRZ:0.
en tous les nœuds du segment $]OC[$: DX: 0.,DRY:0.,DRZ:0.
au nœud O : DX: 0.,DY: 0.,DRX:0.,DRY:0.,DRZ:0.

Point O mailles : $M1$
Point A mailles : $M147$
Point B mailles : $M98\ M111$
Point C mailles : $M14$
Point D mailles : $M85\ M99$
Point E mailles : $M7\ M8$
Point F mailles : $M91\ M92\ M105$

10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

10.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–703.40	0.2%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–495.56	0.3%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–495.56	0.3%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–441.18	0.3%

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.20625	0.2%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.20625	0.2%
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.	0.02
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.0875	4.5%
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	-0.04375	20%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.04375	20%
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.0875	0.02
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.	4.5%
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.25%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.25%
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	0.25%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	0.25%
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.14025	0.35%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.16825	0.35%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Élément de COQUE_3D MEC3QU9H

11.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC	DX:0., DY: 0.,DZ: 0. DRX:0., DRY:0.,DRZ:0.
segment $\|OA\|$	DY:0., DRX:0.,DRZ:0.
segment $\|OC\|$	DX:0., DRY:0.,DRZ:0.
au nœud O	DX:0., DY:0., DRX:0.,DRY:0.,DRZ:0.

Noms des nœuds :

Point 0	mailles : $M1$	Point A	mailles : $M21$
Point B	mailles : $M25$	Point C	mailles : $M5$
Point D	mailles : $M11$	Point E	mailles : $M3$

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 96
Nombre de mailles et types : 25 QUAD9

11.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–703.40	0.5%
A $w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-10}
B $w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-10}
C $w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-10}
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–495.56	0.5%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–495.56	0.5%

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.20625	1.3%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.20625	1.3%
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.	0.002
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.0875	1.3%
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.	0.002
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.0875	2.3%
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	1%
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	1%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11.4 Remarques

Le test des valeurs est réalisé automatiquement à l'aide des fonctionnalités offertes par la procédure POST_RELEVE :

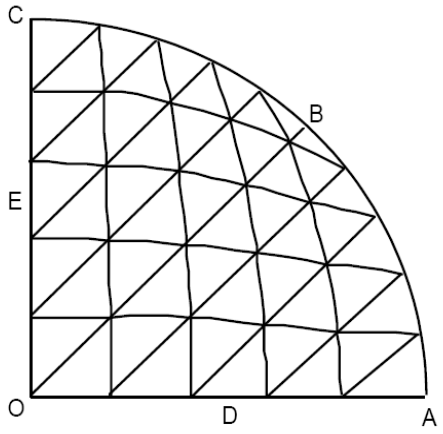
- extraction sur les nœuds correspondant aux points observés des valeurs moyennes des composantes M_{xx} et M_{yy} ; ces valeurs sont extraites du champ 'EFGE_ELNO' , et la moyenne est calculée pour toutes les valeurs disponibles sur les mailles qui contiennent le nœud observé,
- calcul de l'écart par rapport à la valeur de référence fournie en appliquant les règles de correspondance entre M_{xx} , M_{yy} et M_{rr} , $M_{\theta\theta}$ données page 3.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Modélisation J

12.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Élément de COQUE_3D MEC3TR7H



12.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC	DX:0., DY: 0.,DZ: 0. DRX:0., DRY:0.,DRZ:0.
segment $]OA]$	DY:0., DRX:0.,DRZ:0.
segment $]OC]$	DX:0., DRY:0.,DRZ:0.
au nœud O	DX:0., DY:0., DRX:0.,DRY:0.,DRZ:0.

Noms des nœuds :

Point 0	mailles : $M1$ et $M2$	Point A	mailles : $M41$
Point B	mailles : $M49$ et $M50$	Point C	mailles : $M10$
Point D	mailles : $M21$	Point E	mailles : $M6$

12.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121
Nombre de mailles et types : 50 TRIA7

12.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–703.40	0.5%
A $w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-10}
B $w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-10}
C $w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-10}
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–495.56	0.5%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–495.56	0.5%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.20625	1.3%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.20625	1.3%
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.	0.002
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.0875	1.5%
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.0875	2.3%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.	0.002
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	1%
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.15469	1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.17656	1%

12.4 Remarques

Le test des valeurs est réalisé automatiquement à l'aide des fonctionnalités offertes par la procédure POST_RELEVE :

• extraction sur les nœuds correspondant aux points observés des valeurs moyennes des composantes M_{xx} et M_{yy} ; ces valeurs sont extraites du champ 'EFGE_ELNO' , et la moyenne est calculée pour toutes les valeurs disponibles sur les mailles qui contiennent le nœud observé,
• calcul de l'écart par rapport à la valeur de référence fournie en appliquant les règles de correspondance entre M_{xx} , M_{yy} et M_{rr} , $M_{\theta\theta}$ données page 3.

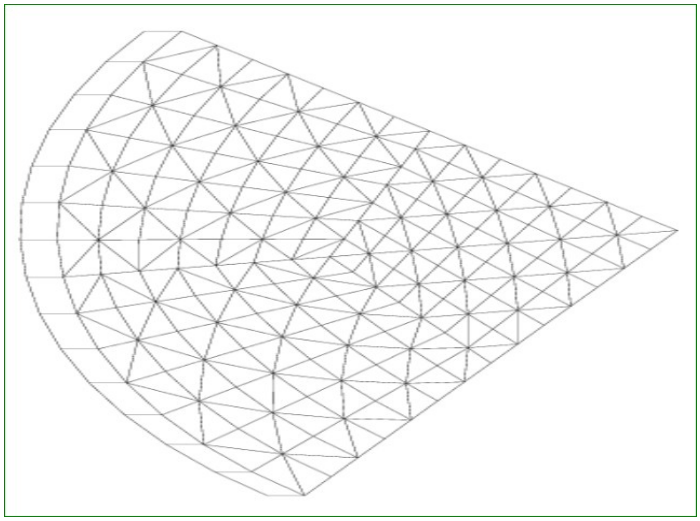
Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Modélisation K

13.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque SHB6 (modélisation d'un quart de plaque)

13.1.1 Conditions limites



en tous les nœuds de l'arc ABC : DX: 0.,DY: 0.,DZ: 0.
en tous les nœuds de la face $]OA[$: DY: 0.,
en tous les nœuds de la face $]OC[$: DX: 0.,
au nœud O : DX: 0.,DY: 0.,

13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 338
Nombre de mailles et types : 294 SHB6

13.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–695.6256	0.1%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	0.1%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	0.1%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–435.8974	0.1%

13.4 Remarque

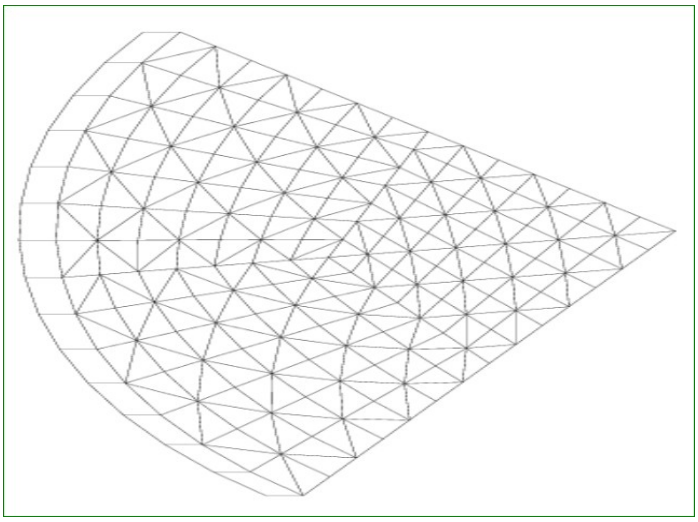
Lorsqu'on raffine le maillage, la solution ne bouge pratiquement plus mais tend vers une flèche supérieure d'à peu près 5% à la solution analytique. L'élément présente donc sur ce test un léger blocage numérique, très inférieur cependant à celui de son homologue $3D$ le PENTA6 (30% d'erreur).

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

14 Modélisation L

14.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque SHB15 (modélisation d'un quart de plaque)



14.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc ABC : DX: 0.,DY: 0.,DZ: 0.
en tous les nœuds de la face $]OA[$: DY: 0.,
en tous les nœuds de la face $]OC[$: DX: 0.,
au nœud O : DX: 0.,DY: 0.,

14.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1431
Nombre de mailles et types : 294 SHB15

14.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–695.6256	1.2%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	1.3%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–489.727	1.3%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–435.8974	1.5%

14.4 Remarque

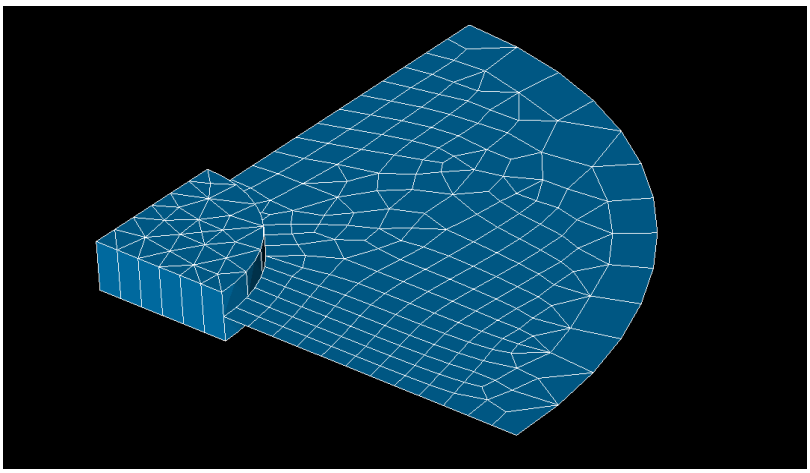
Cet élément ne présente pas de blocage numérique et converge bien vers la solution analytique.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

15 Modélisation M

15.1 Caractéristiques de la modélisation

Raccord entre éléments 3D et éléments de coque (DKT)



15.1.1 Conditions limites

Bord circulaire : appui simple
côtés droits : conditions de symétrie

15.1.2 Caractéristiques du maillage

MODELISATION	ELEMENT FINI	TYPE MAILLE	NOMBRE
DKT	MEDKTR3	TRIA3	32
DKT	MEDKQU4	QUAD4	196
3D	MECA_PENTA15	PENTA15	48

15.2 Grandeurs testées et résultats

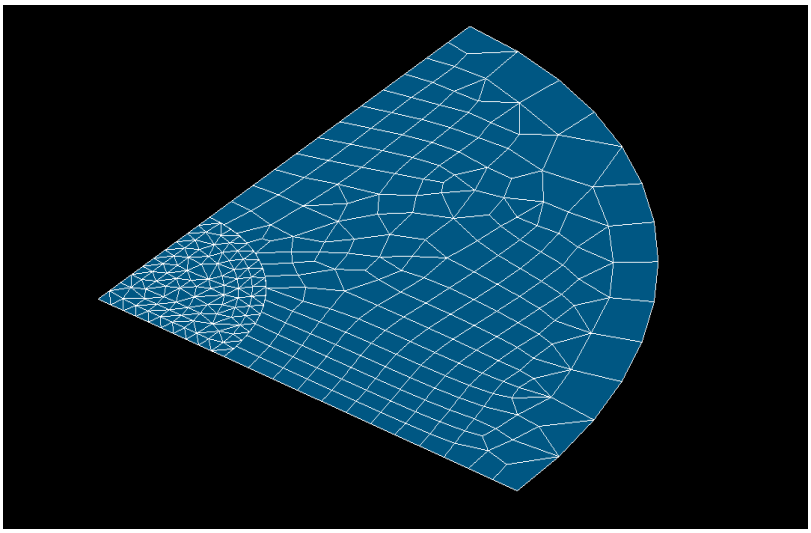
Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
Point	TYPE_RACCORD			
o $w(r)$	COQUE_MASSIF	'ANALYTIQUE'	–695.6256	0.3%
o $w(r)$	MASSIF_COQUE	'ANALYTIQUE'	–695.6256	1%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

16 Modélisation N

16.1 Caractéristiques de la modélisation

Raccord entre 2 maillages de coque (DKT) incompatibles



16.1.1 Conditions limites

Bord circulaire : appui simple
côtés droits : conditions de symétrie

16.1.2 Caractéristiques du maillage

MODELISATION	ELEMENT FINI	TYPE MAILLE	NOMBRE
DKT	MEDKTR3	TRIA3	213
DKT	MEDKQU4	QUAD4	196

16.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
○ $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–695.6256	0.2%

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

17 Synthèse des résultats

% des différences par rapport aux solutions de référence

	DKT A Love-Kirchhoff 50 nœuds 76 TRIA3	B Love-Kirchhoff 170 nœuds 296 TRIA3	**DKQ** E Love-Kirchhoff 169 nœuds 147 QUAD4	**DST** F Reissner 170 nœuds 296 TRIA3	**DSQ** G Reissner 169 nœuds 147 QUAD4	**Q4G** H Reissner 169 nœuds 147 QUAD4
O $w(r)$	–1.10	–0.09	–0.09	+0.12	–0.11	–0.15
D $w(r)$	–1.01	–0.1	–0.11	+0.08	–0.13	–0.20
E $w(r)$	–1.03	–0.09	–0.12	+0.09	–0.13	–0.20
F $w(r)$	–1.05	–0.09	–0.09	+0.07	–0.15	–0.21
	MEC3QU9H I 96 nœuds 25 QUAD9	**MEC3TR7H** J 121 nœuds 50 TRIA7	**SHB8** C 338 nœuds 147 HEXA8	**SHB20** D 1137 nœuds 147 HEXA20	**SHB6** K 338 nœuds 294 PENTA6	**SHB15** L 1431 nœuds 294 PENTA15
O $w(r)$	1.42 10^{-3}	–0.03	0.4	1.1	3.7	1.1
D $w(r)$	2. 10^{-3}	–0.07	0.3	1.3	4.1	1.2
E $w(r)$	2. 10^{-3}	–0.07	0.3	1.3	4.0	1.2
F $w(r)$	-	-	0.2	1.3	3.8	1.3

Concernant les déplacements :
Les éléments plaques et coques donnent de bons résultats sur des maillages assez grossiers.
Les éléments 3D-coques SHB donnent de moins bons résultats, surtout le SHB6 qui présente un léger blocage numérique.

	DKT A Love-Kirchhoff 50 nœuds 76 TRIA3	B Love-Kirchhoff 170 nœuds 296 TRIA3	**DKQ** E Love-Kirchhoff 169 nœuds 147 QUAD4	**DST** F Reissner 170 nœuds 296 TRIA3	**DSQ** G Reissner 169 nœuds 147 QUAD4	**Q4G** H Reissner 169 nœuds 147 QUAD4
O Sm/2	–1.19	+0.02	+0.07	+0.07	–0.76	–0.14
A Sm/2	+5.79	–0.06	–0.49	–4.40	–9.80	+17.80
B Sm/2	–13.100	–5.53	+1.00	–9.10	–7.12	+19.70
C Sm/2	+5.73	–0.06	–0.46	–4.41	–9.44	+17.90
D Sm/2	+0.20	+0.35	+0.50	+0.43	+0.49	+0.05
E Sm/2	+0.19	+0.42	+0.50	+0.49	+0.50	+0.05
F Sm/2	–0.66	+0.25	–0.30	+0.15	+19.00	–0.33
	MEC3QU9H I 96 nœuds 25 QUAD9	**MEC3TR7H** J 121 nœuds 50 TRIA7				
O Sm/2	1.05	1.14				
A Sm/2	2.9	0.25				
B Sm/2	-	-				
C Sm/2	2.9	0.25				
D Sm/2	0.28	–0.28				
E Sm/2	0.28	–0.28				
F Sm/2	-	-				

Concernant les efforts :

- sur le bord appuyé, on constate des erreurs importantes (allant jusqu'à 20%) par rapport aux solutions analytiques. L'erreur est la plus marquée sur la modélisation H (Q4G).
- en raffinant le maillage de chaque modélisation on observe la convergence des efforts, c'est à dire que l'erreur tend vers 0. Néanmoins l'ordre de convergence est inférieur pour la modélisation H : l'élément Q4G demande en effet de mailler très finement dans les directions sollicitées en flexion (il

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

utilise une approximation bilinéaire des rotations alors que la modélisation DST s'appuie sur une approximation quadratique).

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)