

SSLS100 - Plaque circulaire encastrée soumise à une pression uniforme

Résumé :

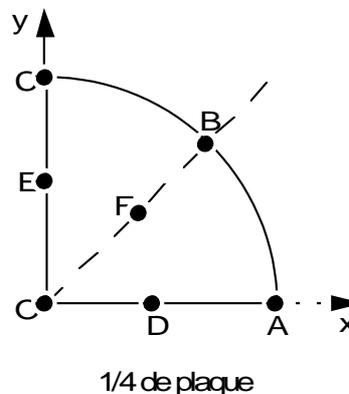
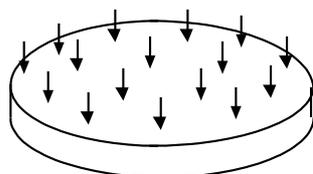
Ce problème permet une comparaison des solutions obtenues avec différents éléments de plaque en élasticité linéaire :

- modèles de **Love-Kirchhoff** (plaque dite mince) :
 - maille surfacique triangulaire (TRIA3) DKT,
 - maille surfacique quadrangulaire (QUAD4) DKQ,
 - maille linéique (SEG3) COQUE_AXIS,
- modèles de **Mindlin-Reissner** (plaque dite épaisse) :
 - maille surfacique triangulaire (TRIA3) DST,
 - maille surfacique quadrangulaire (QUAD4) DSQ,
 - maille linéique (SEG3) COQUE_AXIS,
- modèles de coques épaisse : COQUE_3D (QUAD9 et TRIA7).

La même solution de référence est traitée avec trois formes de chargements : pression, pesanteur et force-coque. Les grandeurs observées sont : déplacements (translation/rotation), déformations et efforts généralisés.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Rayon $R=1$ m
Épaisseur $t=0.1$ m

Coordonnées des points :

| | O | A | B | C | D | E | F |
|-----|-----|-----|--------------|-----|-----|-----|-----|
| x | 0. | 1. | $1/\sqrt{2}$ | 0. | 0.5 | 0. | 0.4 |
| y | 0. | 0. | $1/\sqrt{2}$ | 1. | 0. | 0.5 | 0.4 |
| z | 0 | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. |

1.2 Propriétés de matériaux

$E=1$ Pa Module d'Young
 $\nu=0.3$ Coefficient de poisson
 $\rho=1$ kg/m³ Masse volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

Encastrement sur le bord de la plaque :

en tous les points P tels que $OP=R$: $u=v=w=0$, $\theta_x=\theta_y=\theta_z=0$.

| | | |
|-------------|--|-----------------------------------|
| FORCE_COQUE | Pression uniforme | $P=1$ N/m ² |
| FORCE_COQUE | Charge répartie normale | $F3=-1$ N/m ² |
| PESANTEUR | $g=10$ m/s ² suivant Z d'où | $FZ=\rho g t=-1$ N/m ² |

Ces trois chargements conduisent à la même solution.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Deux solutions de référence sont utilisables, pour le calcul de la déformée :

- la théorie de LOVE-KIRCHHOFF, couramment utilisée pour les plaques dites "minces", que l'on retiendra pour les modélisations A, B, C, D, E et I,
- la théorie de MINDLIN-REISSNER, incluant les effets du cisaillement pour les plaques dites "épaisses", que l'on retiendra pour les modélisations F, G, H et J.

En tout point distant de r du centre de la plaque ($r \leq R$), la flèche s'exprime :

$$w(r) = -\frac{P R^4}{64D} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} + \phi\right) \quad \text{avec} \quad D = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$\text{avec } \phi = 0 \text{ (LOVE-KIRCHHOFF) ou } \phi = \frac{16}{5} \left(\frac{t}{R}\right)^2 \frac{1}{1-\nu} \text{ (REISSNER).}$$

Pour le calcul des moments les deux théories conduisent aux mêmes expressions :

$$M_{rr}(r) = \frac{P R^2}{16} \left[(3+\nu) \left(\frac{r}{R}\right)^2 - (1+\nu) \right] \quad M_{\theta\theta}(r) = \frac{P R^2}{16} \left[(1+3\nu) \left(\frac{r}{R}\right)^2 - (1+\nu) \right]$$

Au centre de la plaque :

$$w(0) = -\frac{P R^4}{64D} \text{ (LOVE-KIRCHHOFF) ou } w(0) = -\frac{P R^4}{64D} (1+\phi) \text{ (REISSNER)}$$

$$M_{rr}(0) = M_{\theta\theta}(0) = -\frac{P R^2}{16} (1+\nu)$$

Remarque :

Code_Aster calcule les moments aux nœuds de chaque élément fini dans le repère de référence défini par la normale extérieure et les axes de référence définis sur la coque (voir AFFE_CARA_ELEM).

La valeur du moment M_{xx} (ou M_{yy}) en un nœud appartenant à plusieurs éléments finis peut être considéré comme étant la moyenne des valeurs calculées sur les éléments qui ont ce nœud en commun. Cette moyenne peut être obtenue par la procédure POST_RELEVE.

$$\text{Pour chaque nœud, on a : } (M_{rr} + M_{\theta\theta}) = (M_{xx} + M_{yy}) = Sm$$

$$\text{pour le point O} \quad M_{xx} = M_{yy} = M_{rr} = M_{\theta\theta}$$

$$\text{pour les points A et D} \quad M_{xx} = M_{rr} \text{ et } M_{yy} = M_{\theta\theta}$$

$$\text{pour les points C et E} \quad M_{xx} = M_{\theta\theta} \text{ et } M_{yy} = M_{rr}$$

$$\text{pour les points B et F} \quad M_{xx} = M_{yy} = (M_{rr} + M_{\theta\theta}) / 2$$

2.2 Résultats de référence

Flèche et moments aux points O, A, B, C, D, E, F. Extraction des valeurs moyennes des composantes M_{xx} et M_{yy} du champ 'EFGE_ELNO'.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

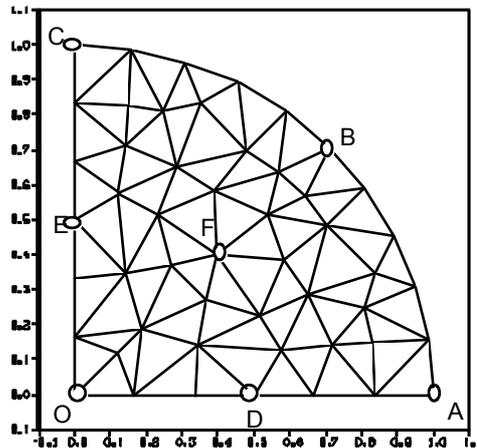
- 1) TIMOSHENKO et WOINOWSKY-KRIEGER. Plaques et coques. Edition Béranger, (1961).
- 2) BATOZ et DHATT. Modélisation des structures par éléments finis. Coques. Presses Univ. Laval, 1992.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DKT (modélisation d'un quart de plaque)

Nombre de couche : COQUE_NCOU = 3



| | | |
|-----------------------------------|-------------------|-------------------------|
| Conditions limites : | | DDL_IMPO |
| en tous les nœuds de l'arc ABC | (GROUP_NO= 'ABC', | DX= 0., DY= 0., DZ= 0.) |
| | | DRX=0., DRY=0., DRZ=0.) |
| en tous les nœuds du segment]OA[| (GROUP_NO= 'OA', | DY= 0., DRX=0., DRZ=0.) |
| en tous les nœuds du segment]OC[| (GROUP_NO= 'OC', | DX= 0., DRY=0., DRZ=0.) |
| au nœud O | (GROUP_NO= 'O', | DX= 0., DY= 0., |
| | | DRX=0., DRY=0., DRZ=0.) |

| | |
|---------|---|
| Point O | mailles : M30, M33 |
| Point A | mailles : M76 |
| Point B | mailles : M39, M40, M51 |
| Point C | mailles : M1 |
| Point D | mailles : M55, M56, M65 |
| Point E | mailles : M8, M17, M18 |
| Point F | mailles : M34, M35, M37, M41, M46, M47, M48 |

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 50

Nombre de mailles et types : 76 TRIA3

3.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence Love-Kirchhoff | Tolérance (%) |
|----------------|-------------------|--|---------------|
| O $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -170.6251 | 1.0 |
| D $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -95.9766 | 0.75 |
| E $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -95.9766 | 0.75 |
| F $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -78.897 | 0.5 |

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------------------|----------------------|---------------|
| O | M_{rr} | -0.08125 | 3.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.08125 | 3.0 |
| A | M_{rr} | 0.125 | 2.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 2.0 |
| B | M_{rr} | 0.08125 | 5.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.08125 | 5.0 |
| C | M_{rr} | 0.125 | 2.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 2.0 |
| D | M_{rr} | -0.02969 | 7.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 3.5 |
| E | M_{rr} | -0.02969 | 7.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 3.5 |
| F | M_{rr} | -0.02925 | 3.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.02925 | 4.5 |

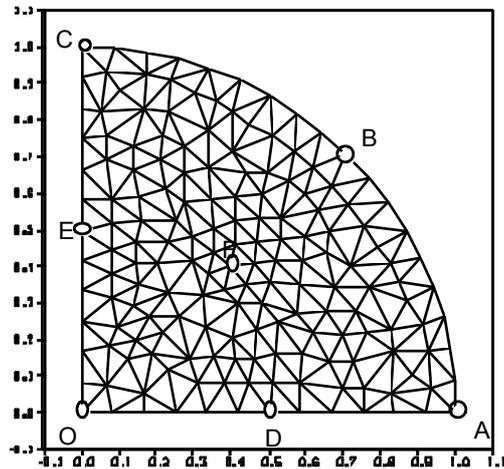
On teste également :

- la continuité des champs EPSI_ELGA et EPSI_ELNO entre les couches (tests de non-régression). En effet la valeur calculée au niveau SUP de la couche N est égale à la valeur calculée au niveau INF de la COUCHE N+1,
- la distribution en volume de la composante SIYY (tests de non-régression) des champs SIEF_ELGA et SIGM_ELNO ainsi que le volume de la plaque circulaire.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DKT (modélisation d'un quart de plaque)



| | |
|-----------------------------------|--|
| Conditions limites : | DDL_IMPO |
| en tous les nœuds de l'arc ABC | (GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.) DRX=0., DRY=0., DRZ=0.) |
| en tous les nœuds du segment]OA[| (GROUP_NO= 'OA', DY= 0., DRX=0., DRZ=0.) |
| en tous les nœuds du segment]OC[| (GROUP_NO= 'OC', DX= 0., DRY=0., DRZ=0.) |
| au nœud O | (GROUP_NO= 'O', DX= 0., DY= 0., DRX=0., DRY=0., DRZ=0.) |

Point O mailles : M
Point A
Point B
Point C
Point D
Point E

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 170
Nombre de mailles et types : 296 TRIA3

4.3 Grandeurs testées et résultats

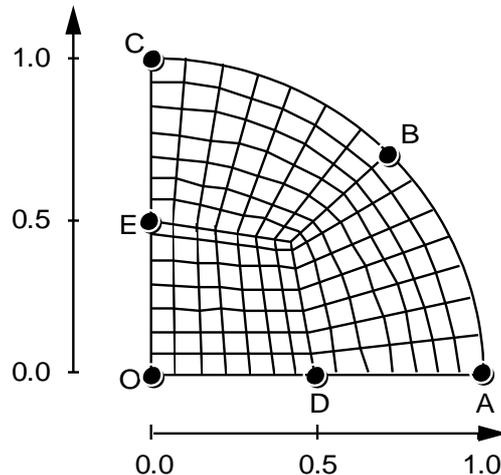
| Identification | Type de référence | Valeurs de référence Love-Kirchhoff | Tolérance (%) |
|----------------|-------------------|--|---------------|
| O $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -170.6251 | 0.5 |
| D $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -95.9766 | 0.5 |
| E $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -95.9766 | 0.5 |
| F $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -78.897 | 0.5 |

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------------------|----------------------|---------------|
| O | M_{rr} | -0.08125 | 1.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.08125 | 1.0 |
| A | M_{rr} | 0.125 | 3.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 9.0 |
| B | M_{rr} | 0.08125 | 3.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.08125 | 3.0 |
| C | M_{rr} | 0.125 | 3.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 9.0 |
| D | M_{rr} | -0.02969 | 2.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 2.0 |
| E | M_{rr} | -0.02969 | 2.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 2.5 |
| F | M_{rr} | -0.02925 | 2.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.02925 | 2.5 |

5 Modélisation E

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque `DKQ` (modélisation d'un quart de plaque)



| | | |
|-----------------------------------|-------------------|-----------------------|
| Conditions limites : | | DDL_IMPO |
| en tous les nœuds de l'arc ABC | (GROUP_NO= 'ABC', | DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.) |
| | | DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.) |
| en tous les nœuds du segment]OA[| (GROUP_NO= 'OA', | DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.) |
| en tous les nœuds du segment]OC[| (GROUP_NO= 'OC', | DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.) |
| au nœud O | (GROUP_NO= 'O', | DX= 0.,DY= 0., |
| | | DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.) |

| | |
|---------|------------------------|
| Point O | mailles : M1 |
| Point A | mailles : M147 |
| Point B | mailles : M98 M111 |
| Point C | mailles : M14 |
| Point D | mailles : M85 M99 |
| Point E | mailles : M7 M8 |
| Point F | mailles : M91 M92 M105 |

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

5.3 Grandeurs testées et résultats

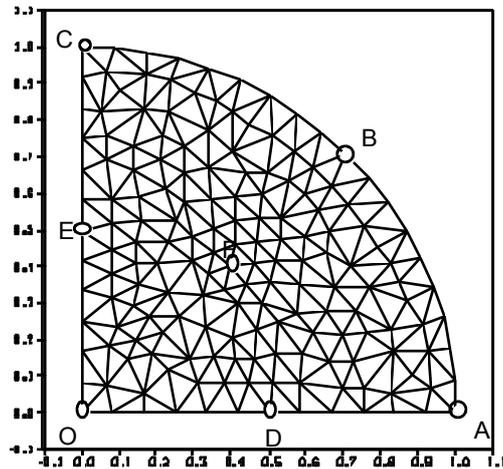
| Identification | Type de référence | Valeurs de référence Love-Kirchhoff | Tolérance (%) |
|----------------|-------------------|--|---------------|
| O $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -170.6251 | 0.5 |
| D $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -95.9766 | 0.5 |
| E $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -95.9766 | 0.5 |
| F $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -78.897 | 0.5 |

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------------------|----------------------|---------------|
| O | M_{rr} | -0.08125 | 0.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.08125 | 0.5 |
| A | M_{rr} | 0.125 | 0.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 0.5 |
| B | M_{rr} | 0.08125 | 0.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.08125 | 0.5 |
| C | M_{rr} | 0.125 | 0.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 0.5 |
| D | M_{rr} | -0.02969 | 2.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 3.5 |
| E | M_{rr} | -0.02969 | 2.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 3.5 |
| F | M_{rr} | -0.02925 | 1.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.02925 | 1.0 |

6 Modélisation F

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :

| | | |
|-----------------------------------|-------------------|--|
| en tous les nœuds de l'arc ABC | (GROUP_NO= 'ABC', | DDL_IMPO DX= 0., DY= 0., DZ= 0.) DRX=0., DRY=0., DRZ=0.) |
| en tous les nœuds du segment]OA[| (GROUP_NO= 'OA', | DY= 0., DRX=0., DRZ=0.) |
| en tous les nœuds du segment]OC[| (GROUP_NO= 'OC', | DX= 0., DRY=0., DRZ=0.) |
| au nœud O | (GROUP_NO= 'O', | DX= 0., DY= 0., DRX=0., DRY=0., DRZ=0.) |

| | |
|---------|---|
| Point O | mailles : M1 M2 |
| Point A | mailles : M248 M255 |
| Point B | mailles : M292 M293 M296 |
| Point C | mailles : M74 M75 |
| Point D | mailles : M76 M108 M109 |
| Point E | mailles : M34 M40 M41 |
| Point F | mailles : M122 M123 M124 M148 M152 M153 |

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 170

Nombre de mailles et types : 296 TRIA3

6.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence Reissner | Tolérance (%) |
|----------------|-------------------|----------------------------------|---------------|
| O $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -178.419 | 1.0 |
| D $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 1.0 |
| E $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 1.0 |
| F $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -84.198 | 1.0 |

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------------------|----------------------|---------------|
| O | M_{rr} | -0.08125 | 1.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.08125 | 2.0 |
| A | M_{rr} | 0.125 | 0.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 23.0 |
| B | M_{rr} | 0.08125 | 2.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.08125 | 2.5 |
| C | M_{rr} | 0.125 | 0.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 23.0 |
| D | M_{rr} | -0.05156 | 1.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 5.0 |
| E | M_{rr} | -0.02969 | 5.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 1.0 |
| F | M_{rr} | -0.02925 | 1.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.02925 | 1.5 |

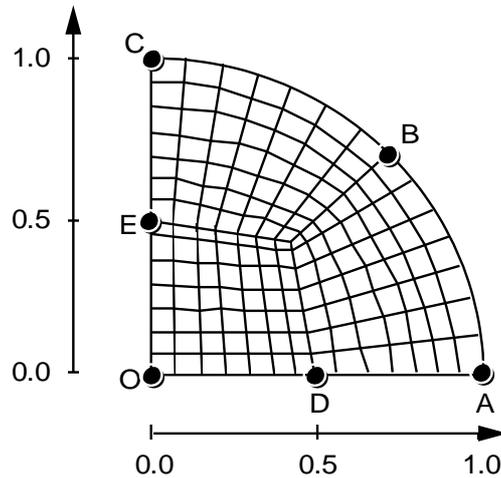
6.4 Contenu du fichier résultats

Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

7 Modélisation G

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DSQ (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :
en tous les nœuds de l'arc ABC

```
DDL_IMPO
(GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.)
DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
```

en tous les nœuds du segment]OA[
en tous les nœuds du segment]OC[
au nœud O

```
(GROUP_NO= 'OA', DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
(GROUP_NO= 'OC', DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
(GROUP_NO= 'O', DX= 0., DY= 0.,
DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
```

| | |
|---------|------------------------|
| Point O | mailles : M1 |
| Point A | mailles : M147 |
| Point B | mailles : M98 M111 |
| Point C | mailles : M14 |
| Point D | mailles : M85 M99 |
| Point E | mailles : M7 M8 |
| Point F | mailles : M91 M92 M105 |

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

7.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence Reissner | Tolérance (%) |
|----------------|-------------------|----------------------------------|---------------|
| O $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -178.419 | 0.3 |
| D $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 0.3 |
| E $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 0.3 |
| F $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -84.198 | 0.3 |

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------------------|----------------------|---------------|
| O | M_{rr} | -0.08125 | 0.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.08125 | 0.5 |
| A | M_{rr} | 0.125 | 2.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 11.0 |
| B | M_{rr} | 0.08125 | 2.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.08125 | 2.0 |
| C | M_{rr} | 0.125 | 2.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 10.0 |
| D | M_{rr} | -0.02969 | 2.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 1.5 |
| E | M_{rr} | -0.02969 | 2.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 1.5 |
| F | M_{rr} | -0.02925 | 18.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.02925 | 18.0 |

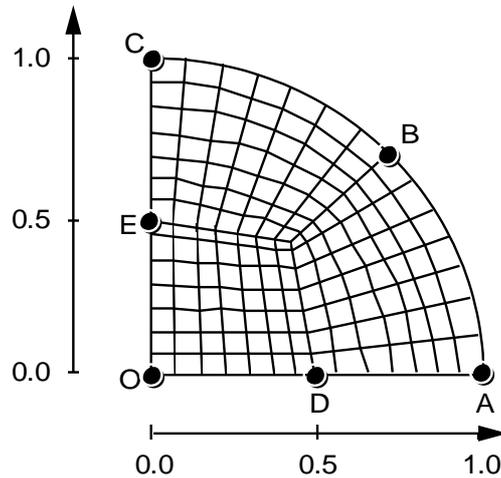
7.4 Contenu du fichier résultats

Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

8 Modélisation H

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque Q4G (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :
en tous les nœuds de l'arc ABC

```
DDL_IMPO
(GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.)
DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
```

en tous les nœuds du segment]OA[
en tous les nœuds du segment]OC[
au nœud O

```
(GROUP_NO= 'OA', DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
(GROUP_NO= 'OC', DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
(GROUP_NO= 'O'  DX= 0., DY= 0.,
DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
```

| | |
|---------|------------------------|
| Point O | mailles : M1 |
| Point A | mailles : M147 |
| Point B | mailles : M98 M111 |
| Point C | mailles : M14 |
| Point D | mailles : M85 M99 |
| Point E | mailles : M7 M8 |
| Point F | mailles : M91 M92 M105 |

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169

Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

8.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence Reissner | Tolérance (%) |
|----------------|-------------------|----------------------------------|---------------|
| O $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -178.419 | 0.4 |
| D $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 0.4 |
| E $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 0.4 |
| F $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -84.198 | 0.4 |

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------------------|----------------------|---------------|
| O | M_{rr} | -0.08125 | 0.1 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.08125 | 0.1 |
| A | M_{rr} | 0.125 | 11.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 11.0 |
| B | M_{rr} | 0.08125 | 11.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.08125 | 11.0 |
| C | M_{rr} | 0.125 | 11.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 11.0 |
| D | M_{rr} | -0.02969 | 0.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 1.5 |
| E | M_{rr} | -0.02969 | 0.5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 1.5 |
| F | M_{rr} | -0.02925 | 1.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.02925 | 1.0 |

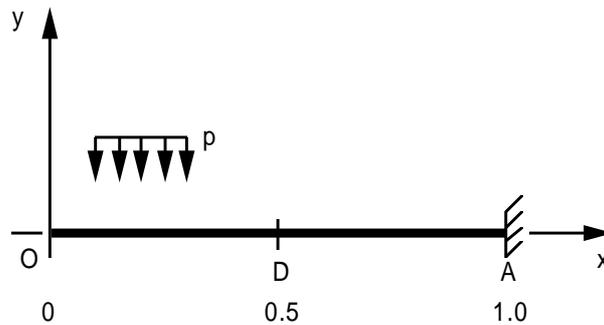
8.4 Contenu du fichier résultats

Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

9 Modélisation I

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque axisymétrique SEG3, en théorie de Love-Kirchhoff: on ne considère pas de modification de métrique, le coefficient A_CIS vaut 10^6 .



Conditions limites :

```
DDL_IMPO= (_F  
(NOEUD= 'A', DX: 0.,DY: 0.,DRZ: 0.)  
(NOEUD= 'O', DRZ: 0.))
```

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 10 SEG3

9.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence Love-Kirchhoff | Tolérance (%) |
|-----------------------|-------------------|--|---------------|
| O flèche $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -170.6251 | 0.6 |
| D flèche $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -95.9765 | 1.0 |
| D rotation $\beta(r)$ | 'ANALYTIQUE' | 255.940 | 0.6 |

| Point | Maille | Composante | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|-------|--------|--------------------|-------------------|----------------------|---------------|
| D | IJK | K^{rr} | 'ANALYTIQUE' | 170.625 | 66. |
| | | $K^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | 511.875 | 0.5 |
| | KLM | K^{rr} | 'ANALYTIQUE' | 170.625 | 60 |
| | | $K^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | 511.875 | 0.5 |

| Point | Maille | Composante | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|-------|--------|--------------------|-------------------|----------------------|---------------|
| O | STU | M^{rr} | 'ANALYTIQUE' | -0.08125 | 0.5 |
| | | $M^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | -0.08125 | 0.5 |
| A | ABC | M^{rr} | 'ANALYTIQUE' | 0.125 | 15.0 |
| | | $M^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | 0.0375 | 15.0 |
| D | IJK | $M^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | -0.05156 | 6.0 |
| | | $M^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | -0.05156 | 6.0 |

Remarques :

On constate les bons résultats obtenus, sauf sur K^{rr} et M^{rr} , qui font intervenir des dérivées d'ordre supérieur moins bien calculées par l'élément.

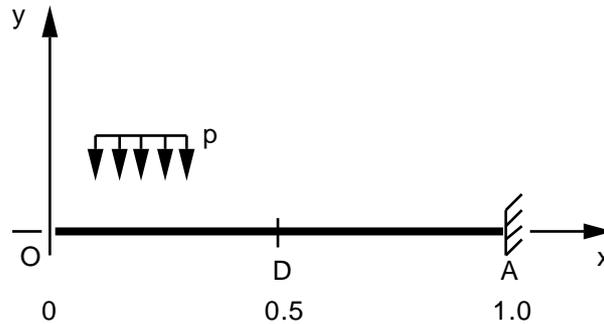
9.4 Contenu du fichier résultats

Déplacements, déformations et efforts généralisés et contraintes aux nœuds.

10 Modélisation J

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque axisymétrique SEG3, en théorie de Mindlin-Reissner: on ne considère pas de modification de métrique, le coefficient A_CIS vaut 5/6 .



Conditions limites :

```
DDL_IMPO=(_F
            (NOEUD= 'A',      DX= 0.,DY= 0.,DRZ= 0.)
            (NOEUD= 'O',      DRZ= 0.))
```

10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 10 SEG3

10.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence Love-Kirchhoff | Tolérance (%) |
|-----------------------|-------------------|--|---------------|
| O flèche $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -178.424 | 0.5 |
| D flèche $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.827 | 0.5 |
| D rotation $\beta(r)$ | 'ANALYTIQUE' | 255.940 | 0.5 |

| Identification | | | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------|--------------------|-------------------|----------------------|---------------|
| Point | Maille | Composante | | | |
| D | IJK | K^{rr} | 'ANALYTIQUE' | 170.625 | 5. |
| | | $K^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | 511.875 | 0.5 |
| | KLM | K^{rr} | 'ANALYTIQUE' | 170.625 | 5. |
| | | $K^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | 511.875 | 0.5 |

| Identification | | | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------|--------------------|-------------------|----------------------|---------------|
| Point | Maille | Composante | | | |
| O | STU | M^{rr} | 'ANALYTIQUE' | -0.08125 | 1. |
| | | $M^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | -0.08125 | 1. |
| A | ABC | M^{rr} | 'ANALYTIQUE' | 0.125 | 2. |
| | | $M^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | 0.0375 | 2. |
| A | IJK | $M^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | -0.05156 | 0.5 |
| | KLM | $M^{\theta\theta}$ | 'ANALYTIQUE' | -0.05156 | 0.7 |

Remarques :

On constate les bons résultats obtenus, sauf sur K^{rr} et M^{rr} , qui font intervenir des dérivées d'ordre supérieur moins bien calculées par l'élément.

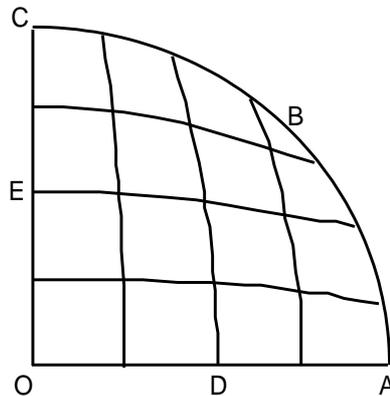
10.4 Contenu du fichier résultats

Déplacements, déformations et efforts généralisés et contraintes aux nœuds.

11 Modélisation K

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Elément de coque COQUE_3D MEC3QU9H
Nombre de couche : COQUE_NCOU = 3



Conditions limites :

```

en tous les nœuds de l'arc (DDL_IMPO
ABC                          (GROUP_NO= 'ABC',DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.)
                              DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
segment ]OA]                 (GROUP_NO= 'OA', DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.)
segment ]OC]                 (GROUP_NO= 'OC', DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.)
au nœud O                     (GROUP_NO= 'O',  DX= 0.,DY= 0.,
                              DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
    
```

Noms des nœuds :

| | | | |
|---------|---------------|---------|---------------|
| Point O | mailles : M1 | Point A | mailles : M21 |
| Point B | mailles : M25 | Point C | mailles : M5 |
| Point D | mailles : M11 | Point E | mailles : M3 |

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 96
Nombre de mailles et types : 25 QUAD9

11.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence REISSNER | Tolérance (%) |
|-----------------|-------------------|----------------------------------|---------------|
| O flèche $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -178.419 | 0.5 |
| D flèche $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 0.5 |
| E flèche $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 0.5 |

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------------------|----------------------|---------------|
| O | M^{rr} | -0.08125 | 2.9 |
| | $M^{\theta\theta}$ | -0.08125 | 2.9 |
| A | M^{rr} | 0.125 | 2.0 |
| | $M^{\theta\theta}$ | 0.0375 | 2.0 |
| C | M^{rr} | +0.125 | 1.0 |
| | $M^{\theta\theta}$ | +0.0375 | 5.0 |
| D | M^{rr} | -0.02969 | 1.0 |
| | $M^{\theta\theta}$ | -0.05156 | 2.0 |
| E | M^{rr} | -0.02969 | 1.0 |
| | $M^{\theta\theta}$ | -0.05156 | 2.0 |

Remarques :

Le test des valeurs est réalisé automatiquement à l'aide des fonctionnalités offertes par la procédure `POST_RELEVE` :

- extraction sur les nœuds correspondant aux points observés des valeurs moyennes des composantes M_{xx} et M_{yy} ; ces valeurs sont extraites du champ 'EFGE_ELNO' , et la moyenne est calculée pour toutes les valeurs disponibles sur les mailles qui contiennent le nœud observé,
- calcul de l'écart par rapport à la valeur de référence fournie en appliquant les règles de correspondance entre M_{xx} , M_{yy} et M_{rr} , $M_{\theta\theta}$ données page 3.

Contenu du fichier résultats

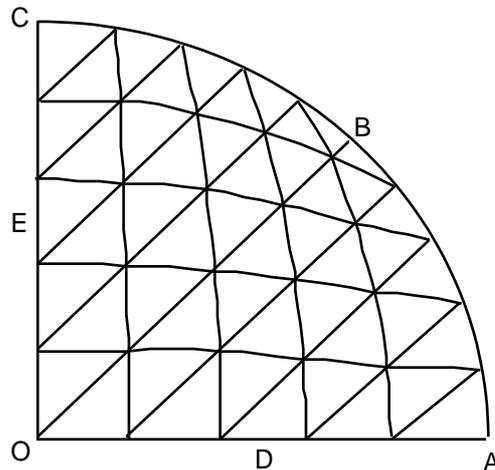
Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

On teste également la continuité des champs `EPSI_ELGA` et `EPSI_ELNO` entre les couches (tests de non-régression). En effet la valeur calculée au niveau SUP de la couche N est égale à la valeur calculée au niveau INF de la COUCHE N+1.

12 Modélisation L

12.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Élément de COQUE_3D MEC3TR7H
Nombre de couche : COQUE_NCOU = 3



Conditions limites :

```

                                DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC (GROUP_NO= 'ABC', DX= 0., DY= 0., DZ= 0.)
                                DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
segment ]OA]                   (GROUP_NO= 'OA', DY= 0., DRX=0., DRZ=0.)
segment ]OC]                   (GROUP_NO= 'OC', DX= 0., DRY=0., DRZ=0.)
au nœud O                       (GROUP_NO= 'O'  DX= 0., DY= 0.,
                                DRX=0., DRY=0., DRZ=0.)
    
```

Noms des nœuds :

| | | | |
|---------|----------------------|---------|---------------|
| Point O | mailles : M1 et M2 | Point A | mailles : M41 |
| Point B | mailles : M49 et M50 | Point C | mailles : M10 |
| Point D | mailles : M21 | Point E | mailles : M6 |

12.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121
Nombre de mailles et types : 50 TRIA7

12.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence REISSNER | Tolérance (%) |
|-----------------|-------------------|----------------------------------|---------------|
| O flèche $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -178.419 | 0.5 |
| D flèche $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 0.5 |
| E flèche $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 0.5 |

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------------------|----------------------|---------------|
| O | M^{rr} | -0.08125 | 2.9 |
| | $M^{\theta\theta}$ | -0.08125 | 2.9 |
| A | M^{rr} | 0.125 | 1.7 |
| | $M^{\theta\theta}$ | 0.0375 | 0.3 |
| C | M^{rr} | +0.125 | 2.0 |
| | $M^{\theta\theta}$ | +0.0375 | 2.0 |
| D | M^{rr} | -0.02969 | 3.0 |
| | $M^{\theta\theta}$ | -0.05156 | 1.0 |
| E | M^{rr} | -0.02969 | 3.0 |
| | $M^{\theta\theta}$ | -0.05156 | 1.0 |

Remarques :

Le test des valeurs est réalisé automatiquement à l'aide des fonctionnalités offertes par la procédure `POST_RELEVE` :

- extraction sur les nœuds correspondant aux points observés des valeurs moyennes des composantes M_{xx} et M_{yy} ; ces valeurs sont extraites du champ 'EFGE_ELNO' , et la moyenne est calculée pour toutes les valeurs disponibles sur les mailles qui contiennent le nœud observé,
- calcul de l'écart par rapport à la valeur de référence fournie en appliquant les règles de correspondance entre M_{xx} , M_{yy} et M_{rr} , $M_{\theta\theta}$ données page 3.

Contenu du fichier résultats

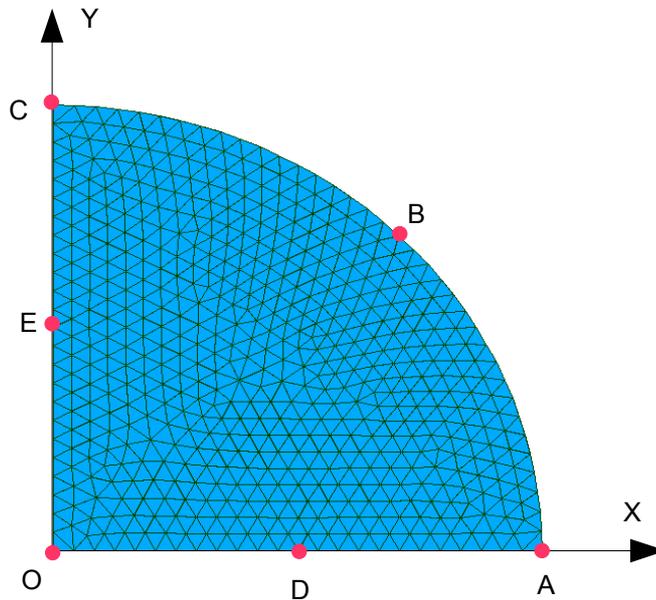
Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

On teste également la continuité des champs `EPSI_ELGA` et `EPSI_ELNO` entre les couches (tests de non-régression). En effet la valeur calculée au niveau SUP de la couche N est égale à la valeur calculée au niveau INF de la COUCHE N+1.

13 Modélisation M

13.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque T3G (modélisation d'un quart de plaque)



| | | |
|-----------------------------------|-------------------|---|
| Conditions limites : | | DDL_IMPO |
| en tous les nœuds de l'arc ABC | (GROUP_NO= 'ABC', | $\overline{DX=0.}, \overline{DY=0.}, \overline{DZ=0.}$ $\overline{DRX=0.}, \overline{DRY=0.}, \overline{DRZ=0.}$) |
| en tous les nœuds du segment]OA[| (GROUP_NO= 'OA', | $\overline{DY=0.}, \overline{DRX=0.}, \overline{DRZ=0.}$) |
| en tous les nœuds du segment]OC[| (GROUP_NO= 'OC', | $\overline{DX=0.}, \overline{DRY=0.}, \overline{DRZ=0.}$) |
| au nœud O | (GROUP_NO= 'O', | $\overline{DX=0.}, \overline{DY=0.},$ $\overline{DRX=0.}, \overline{DRY=0.}, \overline{DRZ=0.}$) |

| | |
|---------|------------------------|
| Point O | mailles : M31 |
| Point A | mailles : M19 |
| Point B | mailles : M10 M100 M54 |
| Point C | mailles : M1 |
| Point D | mailles : M71 M113 M25 |
| Point E | mailles : M37 M123 M86 |

13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 561
Nombre de mailles et types : 1036 TRIA3

13.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence Reissner | Tolérance (%) |
|----------------|-------------------|----------------------------------|---------------|
| O $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -178.419 | 0.5 |
| D $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 1.0 |
| E $w(r)$ | 'ANALYTIQUE' | -101.82 | 1.0 |

| Identification | Type de référence | Valeurs de référence | Tolérance (%) |
|----------------|--------------------|----------------------|---------------|
| O | M_{rr} | -0.08125 | 1.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.08125 | 1.0 |
| A | M_{rr} | 0.125 | 7.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 7.0 |
| B | M_{rr} | 0.08125 | 8.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.08125 | 8.0 |
| C | M_{rr} | 0.125 | 6.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | 0.0375 | 6.5 |
| D | M_{rr} | -0.02969 | 1.0 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 0.5 |
| E | M_{rr} | -0.02969 | 0,5 |
| | $M_{\theta\theta}$ | -0.05156 | 1. |

14 Synthèse des résultats

% des différences par rapport aux solutions de référence

| Modé. | DKT | | DKQ E | DST F | DSQ G | Q4G H |
|----------|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| | A Love- | B Kirchhoff | | | | |
| Point | 50 nœuds 76 TRIA3 | 170 nœuds 296 TRIA3 | 169 nœuds 147 QUAD4 | 170 nœuds 296 TRIA3 | 169 nœuds 147 QUAD4 | 169 nœuds 147 QUAD4 |
| O $w(r)$ | -0.76 | +0.12 | +0.22 | +0.74 | +0.19 | -0.08 |
| D $w(r)$ | -0.23 | +0.18 | +0.23 | +0.77 | +0.19 | -0.28 |
| E $w(r)$ | -0.25 | +0.24 | +0.23 | +0.84 | +0.19 | -0.28 |
| F $w(r)$ | -0.32 | +0.22 | +0.20 | +0.75 | +0.14 | -0.34 |

| Modé. | Q4G M Reissner |
|----------|------------------------|
| Point | 561 nœuds - 1036 TRIA3 |
| O $w(r)$ | +0.176 |
| D $w(r)$ | +0.225 |
| E $w(r)$ | +0.225 |
| F $w(r)$ | - |

| Modé. | COQU_AXIS | | MEC3QU9H K | MEC3TR7H L |
|----------|---------------------|---------------|----------------------|-----------------------|
| | I Love-Kirchhoff | J Reissner | | |
| Point | 21 nœuds 10 SEG3 | | 96 nœuds 25 QUAD9 | 121 nœuds 50 TRIA7 |
| O $w(r)$ | +0.51 | 0.03 | -0.16 | -0.13 |
| D $w(r)$ | +0.28 | 0.05 | -0.029 | -0.35 |
| E $w(r)$ | - | - | -0.029 | -0.35 |
| F $w(r)$ | - | +0.22 | - | - |

| Modé. | DKT | | DKQ E | DST F | DSQ G | Q4G H |
|----------|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| | A Love- | B Kirchhoff | | | | |
| Point | 50 nœuds 76 TRIA3 | 170 nœuds 296 TRIA3 | 169 nœuds 147 QUAD4 | 170 nœuds 296 TRIA3 | 169 nœuds 147 QUAD4 | 169 nœuds 147 QUAD4 |
| O $Sm/2$ | -1.15 | +0.19 | +0.46 | +1.04 | -0.33 | -0.07 |
| A $Sm/2$ | +0.81 | +4.02 | +0.49 | +5.26 | +3.79 | -10.73 |
| B $Sm/2$ | +4.58 | +2.64 | +0.20 | +2.02 | +1.69 | -10.95 |
| C $Sm/2$ | +0.75 | +4.13 | +0.45 | +5.34 | +3.64 | -10.69 |
| D $Sm/2$ | +4.55 | +1.99 | +2.71 | +2.07 | +0.40 | +0.74 |
| E $Sm/2$ | +4.55 | +2.19 | +2.71 | +2.29 | +0.40 | +0.74 |
| F $Sm/2$ | +1.71 | +2.05 | -0.79 | +1.19 | +17.80 | -0.94 |

| Modé. | Q4G M Reissner |
|----------|------------------------|
| Point | 561 nœuds - 1036 TRIA3 |
| O $Sm/2$ | +0.265 |
| A $Sm/2$ | +1.65 |
| B $Sm/2$ | +4.95 |
| C $Sm/2$ | +1.73 |
| D $Sm/2$ | +5.18 |
| E $Sm/2$ | +5.50 |
| F $Sm/2$ | +4.07 |

COQU_AXIS

MEC3QU9H

MEC3TR7H

| Modé. | I | J | K | L |
|----------|----------------|----------|----------|-----------|
| Point | Love-Kirchhoff | Reissner | | |
| | 21 nœuds | | 96 nœuds | 121 nœuds |
| | 10 SEG3 | | 25 QUAD9 | 50 TRIA7 |
| O $Sm/2$ | +0.18 | +0.62 | 2.67 | 2.89 |
| A $Sm/2$ | +14.2 | -1.01 | -1.45 | -1.33 |
| B $Sm/2$ | - | - | - | - |
| C $Sm/2$ | - | - | -1.46 | -1.32 |
| D $Sm/2$ | +0.84 | -0.85 | 1.08 | -1.23 |
| E $Sm/2$ | - | - | 0.95 | -1.23 |
| F $Sm/2$ | - | - | - | - |

Remarque :

Concernant les efforts, le calcul direct aux nœuds conduit à des écarts en plusieurs nœuds, notamment au point F en DSQ et sur le bord ABC en $Q4G$.