
SSLS10 – Tore sous pression interne uniforme

Résumé :

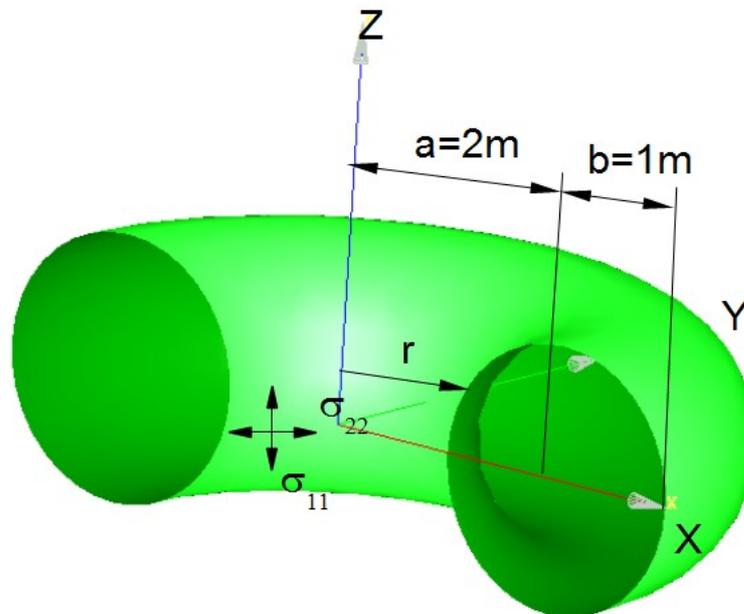
L'objectif de ce test est de valider le calcul des déplacements, et des contraintes dans tore soumis a une pression interne uniforme.

Modélisations :

- Modélisation *A* : DKT avec des mailles QUAD4/TRIA3
- Modélisation *B* : DST avec des mailles QUAD4/TRIA3
- Modélisation *C* : Q4G avec des mailles QUAD4/TRIA3
- Modélisation *D* : COQUE_3D avec des mailles QUAD9/TRIA7

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Epaisseur : $h=0,02m$

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique isotrope :

- $E=2,1 \times 10^{11} Pa$
- $\nu=0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions libres

Chargement :

- Pression interne : $p=10^4 Pa$

1.4 Conditions initiales

Néant

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La solution de référence est une solution numérique [1].

Si $a-b \leq r < a+b$

- Déplacement : $\delta_r = \frac{pb}{2Eh}(r - \nu(r+a))$

- Contraintes : $\sigma_{11} = \frac{pb}{2h} \times \frac{r+a}{r}$ $\sigma_{22} = \frac{pb}{2h}$

Ces formules ne sont applicables qu'aux tores minces, tels que $\frac{b}{h} > 10$ et de rayon de courbure tel que

$r \times \pi < 100 \sqrt{\frac{I_x}{A}}$ avec I_x = moment d'inertie et A = aire de la section géométrique du tore

2.2 Grandeurs et résultats de référence

- Déplacements

| Point | $DX (m)$ |
|-------------|----------------------------------|
| $r = a - b$ | $\delta_r = 1.19 \times 10^{-7}$ |
| $r = a + b$ | $\delta_r = 1.79 \times 10^{-6}$ |

- Contraintes

| Point | Contraintes (Pa) |
|-------------|----------------------------------|
| $\forall r$ | $\sigma_{22} = 2,5 \times 10^5$ |
| $r = a - b$ | $\sigma_{11} = 7.5 \times 10^5$ |
| $r = a + b$ | $\sigma_{11} = 4.17 \times 10^5$ |

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique

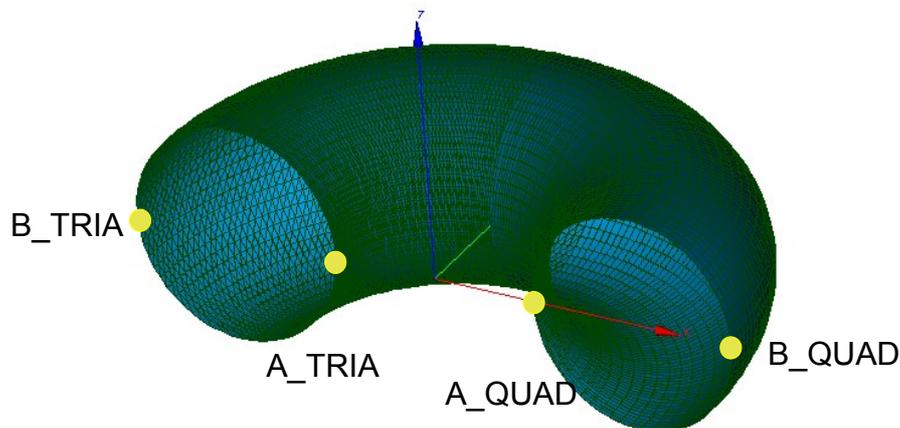
2.4 Références bibliographiques

- [1] Guide VPCS - Édition 1990.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT .



3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 10800 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA3,
- 3600 mailles de type QUAD4.

3.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-----------|-------------------|------------------------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>DX</i> | 'ANALYTIQUE ' | $\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$ | 3.0 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$ | 2.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$ | 1.5 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$ | 1.5 |

- Contraintes

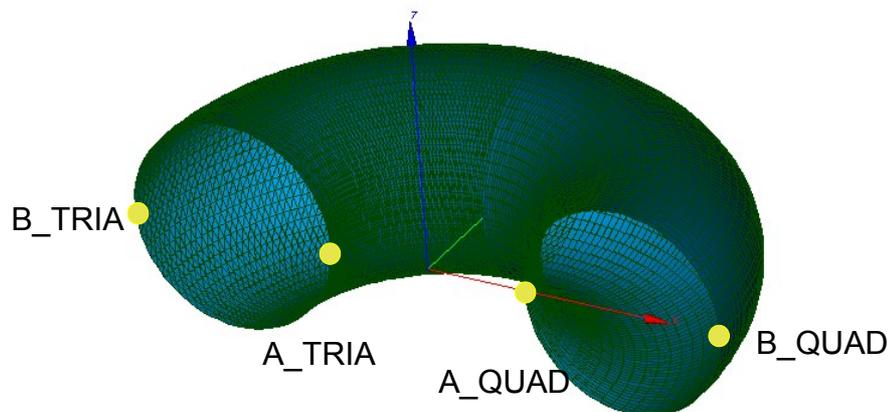
| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-------------|-------------------|-----------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>SIXX</i> | 'ANALYTIQUE ' | $7.5 \times 10^5 Pa$ | 5.0 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $7.5 \times 10^5 Pa$ | 5.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $4.17 \times 10^5 Pa$ | 3.0 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $4.17 \times 10^5 Pa$ | 3.0 |

| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-------------|-------------------|----------------------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>SIYY</i> | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 12.0 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 12.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 4.0 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 4.0 |

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DST.



4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 10800 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA3,
- 3600 mailles de type QUAD4.

4.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-----------|-------------------|------------------------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>DX</i> | 'ANALYTIQUE' | $\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$ | 3.0 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$ | 2.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$ | 1.5 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$ | 1.5 |

- Contraintes

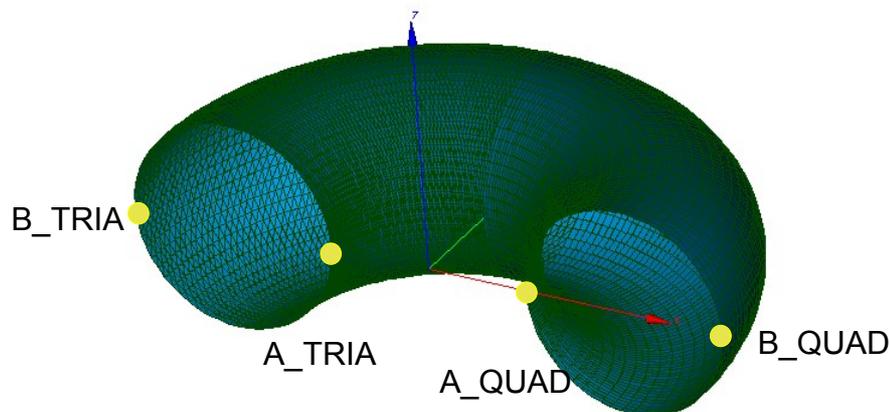
| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-------------|-------------------|-----------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>SIXX</i> | 'ANALYTIQUE' | $7.5 \times 10^5 Pa$ | 5.0 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $7.5 \times 10^5 Pa$ | 5.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE' | $4.17 \times 10^5 Pa$ | 3.0 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $4.17 \times 10^5 Pa$ | 3.0 |

| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-------------|-------------------|----------------------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>SIYY</i> | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 12.0 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 12.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 4.0 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 4.0 |

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation Q4G.



5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 10800 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA3,
- 3600 mailles de type QUAD4.

5.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-----------|-------------------|------------------------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>DX</i> | 'ANALYTIQUE' | $\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$ | 3.0 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$ | 2.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$ | 1.5 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$ | 1.5 |

- Contraintes

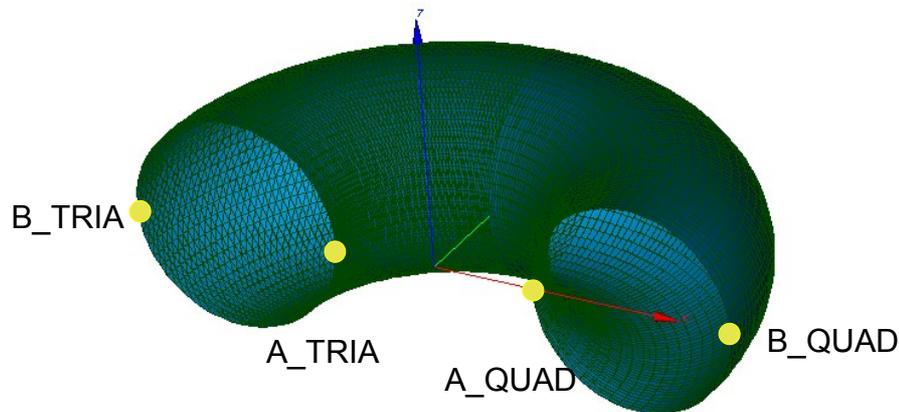
| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-------------|-------------------|-----------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>SIXX</i> | 'ANALYTIQUE' | $7.5 \times 10^5 Pa$ | 5.0 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $7.5 \times 10^5 Pa$ | 5.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE' | $4.17 \times 10^5 Pa$ | 3.0 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $4.17 \times 10^5 Pa$ | 3.0 |

| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-------------|-------------------|----------------------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>SIYY</i> | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 12.0 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 12.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 4.0 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 4.0 |

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation COQUE_3D.



6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 36120 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA7,
- 3600 mailles de type QUAD9.

6.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-----------|-------------------|------------------------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>DX</i> | 'ANALYTIQUE ' | $\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$ | 3.0 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$ | 2.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$ | 1.5 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$ | 1.5 |

- Contraintes

| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-------------|-------------------|-----------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>SIXX</i> | 'ANALYTIQUE ' | $7.5 \times 10^5 Pa$ | 0.1 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $7.5 \times 10^5 Pa$ | 16.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $4.17 \times 10^5 Pa$ | 0.1 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE ' | $4.17 \times 10^5 Pa$ | 3.5 |

| Identification | | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance (%) |
|----------------|-------------|-------------------|----------------------------------|---------------|
| Point | Grandeur | | | |
| <i>A_QUAD</i> | <i>SIYY</i> | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 0.5 |
| <i>A_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 46.0 |
| <i>B_QUAD</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 0.5 |
| <i>B_TRIA</i> | | 'ANALYTIQUE' | $\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$ | 5.0 |

7 Synthèse des résultats

Déplacements : quelque soit le type de maille utilisée (TRIA3, QUAD4) , les résultats obtenus pour les 4 modélisations (DKT, DST, Q4G et COQUE_3D) sont satisfaisants. Par rapport à la solution analytique, on observe un écart maximum de 5%.

Contraintes :

- Modélisations DKT, DST et Q4G : quelque soit le type de maille utilisée (TRIA3, QUAD4), les résultats obtenus sont correctes. Par rapport à la solution analytique, on observe un écart maximum de 12%. Ces modélisations utilisent des éléments à facette, en raffinant le maillage on devrait obtenir de meilleurs résultats.
- Modélisation COQUE_3D : la maille de type QUAD9 donne de très bons résultats, l'écart observé est de 0.1%. Par contre l'écart est important (46%) pour la maille de type TRIA7.