

---

## SSLP304 - Plaque carrée orthotrope en traction uniaxiale hors des axes d'orthotropie

---

### Résumé :

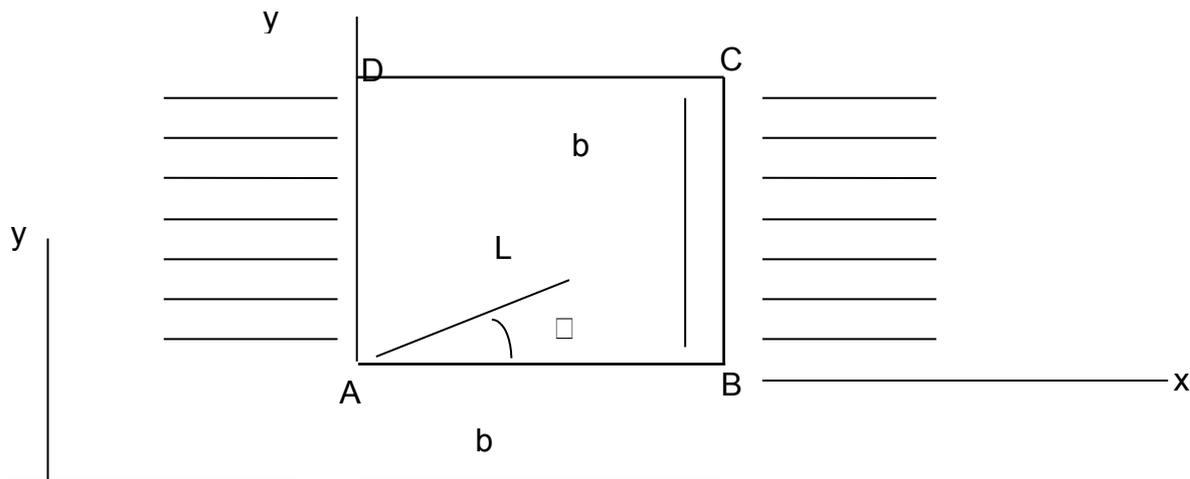
Ce test représente le calcul statique d'une plaque carrée, en matériau élastique orthotrope, dont les axes d'orthotropie sont inclinés de 30 degrés par rapport à l'arête de base, soumise à une traction uniaxiale. Il permet de valider la bonne prise en compte des matériaux élastiques orthotropes et du changement de repère associé. 4 modélisations sont utilisées : C\_PLAN avec des mailles QUAD8 et TRIA6, dans un premier repère, C\_PLAN dans un second repère, COQUE\_3D avec des mailles QUAD9 et TRIA7, en petits déplacements et COQUE\_3D en grands déplacements. Les déplacements et les contraintes obtenus sont comparés à une solution de référence analytique.

Les deux premières modélisations de ce test sont issues de la validation indépendante de la version 3 de Code\_Aster (lot statique linéaire).

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Une plaque carrée, constituée d'un matériau orthotrope incliné de 30 degrés par rapport à l'arête  $AB$ .



Avec  $b = 1\text{ m}$ , épaisseur quelconque (contraintes planes), angle d'orthotropie :  $\theta = 30$  degrés.

### 1.2 Propriétés des matériaux

Les propriétés des matériaux constituant la plaque sont :

élastique orthotrope :

$$\begin{aligned} E_L &= 4.E10\text{ Pa} \\ E_T &= 1.E10\text{ Pa} \\ G_{LT} &= 0.45E10\text{ Pa} \\ G_{TN} &= 0.35E10\text{ Pa} \\ NU_{LT} &= 0.075 \end{aligned}$$

L'axe  $L$  est incliné de 30 degrés par rapport à  $AB$ .

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Au point  $A$  :  $DX=0$ ,  $DY=0$
- Au point  $B$  :  $DX=0$ ,
- Chargement linéique réparti :  $F_x = 10^4\text{ Pa}$  sur  $BC$
- Chargement linéique réparti :  $F_x = -10^4\text{ Pa}$  sur  $DA$

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique, obtenue avec l'hypothèse d'uniaxialité des contraintes :

$$\sigma_{xx}(x, y) = F_x \quad \sigma_{xy}(x, y) = \sigma_{yy}(x, y) = \sigma_{zz}(x, y) = 0$$

soit dans le repère  $(A, L, T)$  :

$$\sigma_{LL}(x, y) = c^2 F_x, \sigma_{TT}(x, y) = s^2 F_x \quad \sigma_{LT}(x, y) = -cs F_x$$

Par la loi de comportement élastique orthotrope, en utilisant les conventions de *Code\_Aster* en ce qui concerne  $NU_{LT}$ , (cf. document d'utilisation de la commande `DEFI_MATERIAU` [§3.5.2]), on obtient directement (voir par exemple [bib1]) :

$$\varepsilon_{xx}(x, y) = \frac{F_x}{E_x}, \varepsilon_{yy}(x, y) = -\frac{\nu_{xy}}{E_x} F_x, 2\varepsilon_{xy}(x, y) = \frac{\eta_x}{E_x} F_x$$

avec :

$$\frac{1}{E_x(\theta)} = \frac{c^4}{E_L} + \frac{s^4}{E_T} + c^2 s^2 \left( \frac{1}{G_{LT}} - 2 \frac{\nu_{LT}}{E_T} \right) \quad \frac{\nu_{xy}}{E_x(\theta)} = (c^4 + s^4) \frac{\nu_{LT}}{E_T} - c^2 s^2 \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right)$$

$$\frac{\eta_y}{E_x(\theta)} = -2cs \left\{ \left( \frac{c^2}{E_L} - \frac{s^2}{E_T} \right) + (c^2 - s^2) \left( \frac{\nu_{LT}}{E_T} - \frac{1}{2G_{LT}} \right) \right\}$$

$$\text{avec } c = \cos \theta$$

$$s = \sin \theta$$

Comme les déformations sont uniformes dans la plaque on obtient, par intégration, les déplacements dans le repères  $(A, x, y)$  :

$$u_x(x, y) = \varepsilon_{xx} \cdot x$$

$$u_y(x, y) = \varepsilon_{yy} \cdot y + 2\varepsilon_{xy} \cdot x$$

### 2.2 Résultats de référence

Déplacements dans le repère  $(A, x, y)$  (en  $m$ ) :

Point	B	C	D
$u_x$	0.	$5.917 \cdot 10^{-7}$	$5.917 \cdot 10^{-7}$
$u_x$	$-2.292 \cdot 10^{-7}$	$-5.028 \cdot 10^{-7}$	$-7.319 \cdot 10^{-7}$

Contraintes dans le repère lié à l'orthotropie :

$$\sigma_{LL}(x, y) = 7500 \text{ Pa}, \quad \sigma_{TT}(x, y) = 2500 \text{ Pa}, \quad \sigma_{LT}(x, y) = 4330.127 \text{ Pa}$$

## 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique

## 2.4 Références bibliographiques

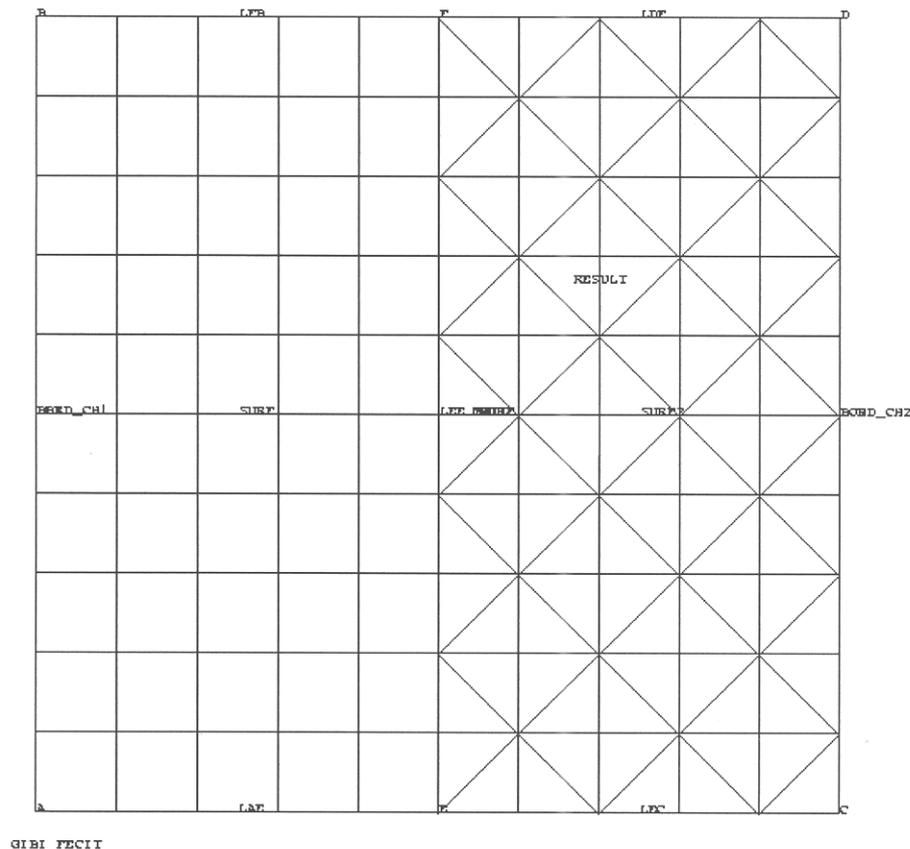
- 1) GAY D : « Matériaux composites » ; 3<sup>ème</sup> édition, Hermès



## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation C\_PLAN. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe  $X$  global est colinéaire à l'axe  $x$ . C'est donc l'axe d'orthotropie  $L$  qui est à orienter (à l'aide du mot-clé MASSIF de AFFE\_CARA\_ELEM).



### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 391

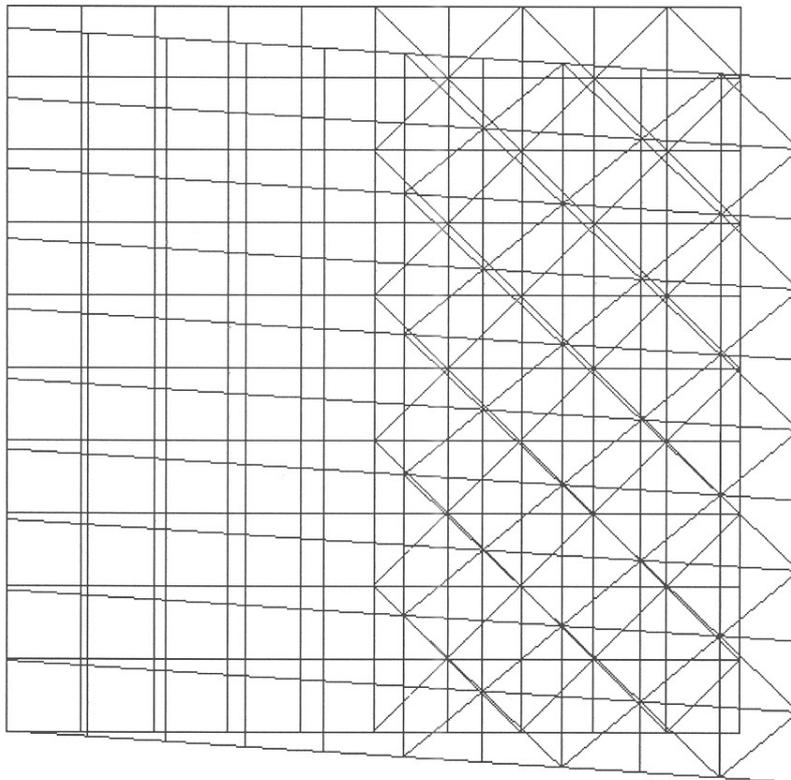
Nombre de mailles et types : 50 QUAD8, 100 TRIA6

### 4.3 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence
$U_x(c) = U_x(D)$	$DX(C)$	$5.917 \cdot 10^{-7}$
$U_y(B)$	$DY(B)$	$-2.292 \cdot 10^{-7}$
$U_y(C)$	$DY(C)$	$-5.028 \cdot 10^{-7}$
$U_y(D)$	$DY(D)$	$-7.319 \cdot 10^{-7}$
$\Sigma_{LL}$	$SIXX$ (tout point)	7500
$\Sigma_{TT}$	$SIYY$ (tout point)	2500
$\Sigma_{LL}$	$SIXY$ (tout point)	4300.127

## 4.4 Remarques

Allure de la déformée : non symétrique à cause de l'orthotropie.



AMPLITUDE

0.

1.37E+05

GIBI FECH

## 5 Modélisation C

---

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE\_3D. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe  $X$  global est colinéaire à l'axe  $x$ . C'est donc l'axe d'orthotropie  $L$  qui est à orienter (à l'aide du mot-clé MASSIF de AFFE\_CARA\_ELEM). Le maillage est identique à celui de la modélisation B.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 541

Nombre de mailles et types : 50 QUAD9, 100 TRIA7

### 5.3 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence
$U_x(c) = U_x(D)$	$DX(C)$	$5.917 \cdot 10^{-7}$
$U_y(B)$	$DY(B)$	$-2.292 \cdot 10^{-7}$
$U_y(C)$	$DY(C)$	$-5.028 \cdot 10^{-7}$
$U_y(D)$	$DY(D)$	$-7.319 \cdot 10^{-7}$
$\sigma_{LL}$	$SIXX$ (tout point)	7500
$\sigma_{TT}$	$SIYY$ (tout point)	2500
$\sigma_{LL}$	$SIXY$ (tout point)	4300.127

## 6 Modélisation D

---

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE\_3D en grands déplacements. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe  $X$  global est colinéaire à l'axe  $x$ . C'est donc l'axe d'orthotropie  $L$  qui est à orienter (à l'aide du mot-clé MASSIF de AFFE\_CARA\_ELEM). Le maillage est identique à celui de la modélisation B.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 541

Nombre de mailles et types : 50 QUAD9, 100 TRIA7

### 6.3 Fonctionnalités testées

### 6.4 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence
$U_x(c) = U_x(D)$	$DX(C)$	$5.917 \cdot 10^{-7}$
$U_y(B)$	$DY(B)$	$-2.292 \cdot 10^{-7}$
$U_y(C)$	$DY(C)$	$-5.028 \cdot 10^{-7}$
$U_y(D)$	$DY(D)$	$-7.319 \cdot 10^{-7}$
$\sigma_{LL}$	$SIXX$ (tout point)	7500
$\sigma_{TT}$	$SIYY$ (tout point)	2500
$\sigma_{LL}$	$SIXY$ (tout point)	4300.127

## 7 Synthèse des résultats

---

Les résultats des quatre modélisations sont très proches de la solution analytique : au maximum 0.015 % d'écart pour les 4 modélisations.

Ce test valide donc la prise en compte de l'élasticité orthotrope.