

SSLP101 - Taux de restitution d'énergie en contraintes planes

Résumé :

Il s'agit d'un test de mécanique de la rupture en statique pour un problème bidimensionnel. On considère une plaque fissurée en contraintes planes, les fonctionnalités testées sont :

- le taux de restitution d'énergie G ,
- le taux de restitution d'énergie calculé à partir du calcul des coefficients de contraintes K_1 et K_2 .

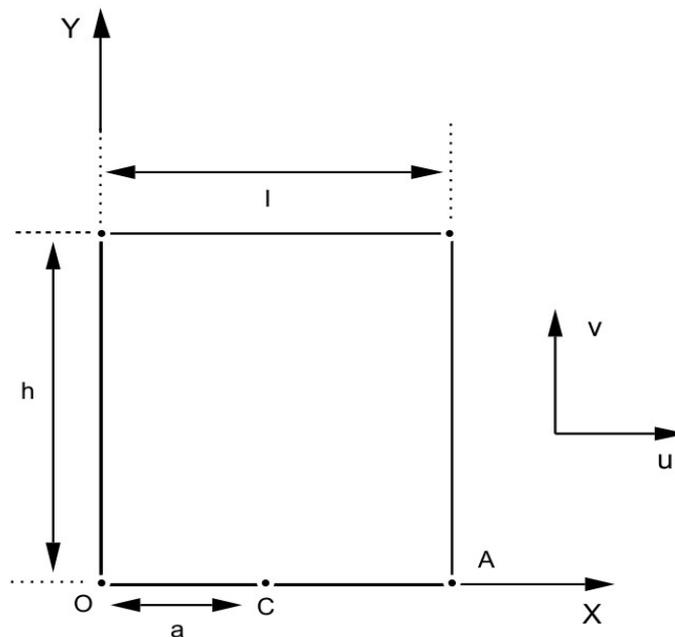
L'intérêt du test est de comparer la valeur de G classique et la valeur de G (IRWIN) obtenue à partir de K_1 et K_2 . Il permet aussi de tester l'invariance du calcul par rapport aux couronnes d'intégration.

Ce test contient 3 modélisations différentes : la modélisation A qui traitait du calcul de l'intégrale de Rice n'est plus supportée depuis la version 3.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Plaque rectangulaire avec fissure OC débouchante.



Pour des raisons de symétrie, le modèle est réduit à la demi-structure $y \geq 0$.

Hauteur plaque : $h = 250 \text{ mm}$

Largeur plaque : $l = 100 \text{ mm}$

Profondeur fissure : $a = 37.5 \text{ mm}$ (OC)

1.2 Propriétés de matériaux

$E = 200000 \text{ MPa}$ $\nu = 0.3$

Hypothèse des contraintes planes.

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Contrainte imposée en $Y = h$: $\sigma = 1 \text{ MPa}$
- Déplacement pour le bord CA défini par : $a \leq X \leq l$ et $v = 0$,
 $y = 0$
- Point fixe A : $u = v = 0$.

Pour la modélisation C on remplace la contrainte imposée par une pression sur les lèvres de la fissure.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution de référence de BROWN & STRAWLEY [bib1] :

$$J = F^2 \pi a \sigma^2 / E \text{ avec } F = 1.98$$

a en mm

σ et E en N/mm^2

2.2 Résultats de référence pour G

Les résultats de référence $G = 1.98^2 \times \pi \times 37.5 \times 0.5 \cdot 10^{-5} = 2.3093 \cdot 10^{-3} \text{ Mpa} \cdot mm$

La formule G (IRWIN) = $\frac{1}{E} (K_1^2 + K_2^2)$ conduit, comme $K_2 = 0$, à $K_1 = 21.491 \text{ Mpa} \cdot mm^{1/2}$

2.3 Résultats de référence pour les dérivées de G

En faisant varier le module d'Young et le chargement F_y , on constate que :

$$G = \alpha F_y^2 \text{ avec } \alpha = 2.3 \cdot 10^{-3} \text{ soit } \frac{\partial G}{\partial F_y} = 2 \alpha F_y$$

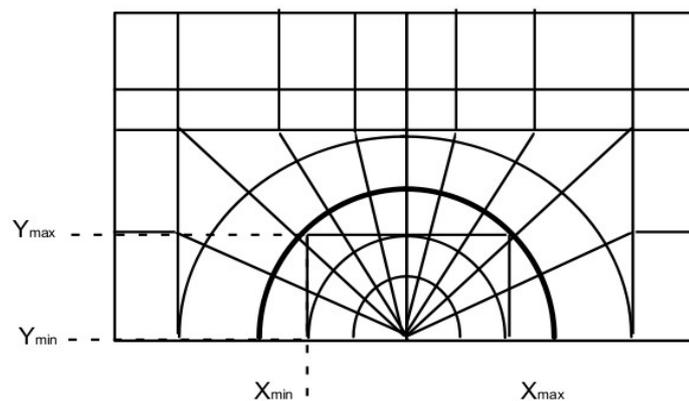
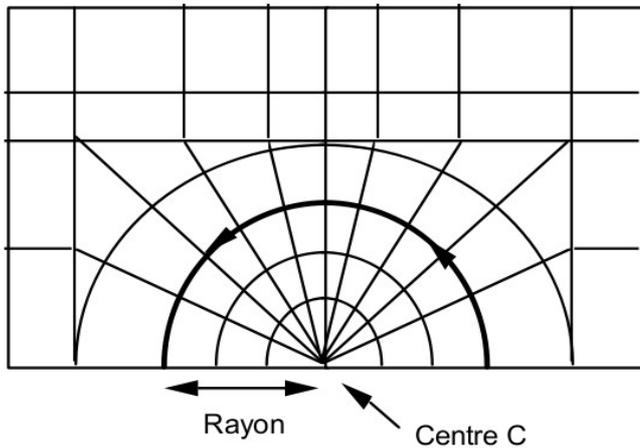
$$G = \frac{\beta}{E} \text{ avec } \beta = 460. \text{ soit } \frac{\partial G}{\partial E} = -\frac{G}{E}$$

2.4 Référence bibliographique

- 1) BROWN-STAWLEY ASTM Special Technical Publication n° 410 (1966)

3 Modélisation B

3.1 Caractéristiques de la modélisation



On calcule le champ θ , puis le taux de restitution d'énergie G , les coefficients de contraintes K_1 et K_2 , le taux de restitution d'énergie obtenu par la formule d'IRWIN, la direction de propagation de la fissure.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 673

Nombre de mailles et types : 112 mailles QUAD8 et 142 mailles TRIA6

3.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs testées sont le taux de restitution de l'énergie calculé par la méthode théta et le taux de restitution de l'énergie calculé par la formule d'IRWIN à partir des coefficients d'intensité de contraintes K_1 et K_2 .

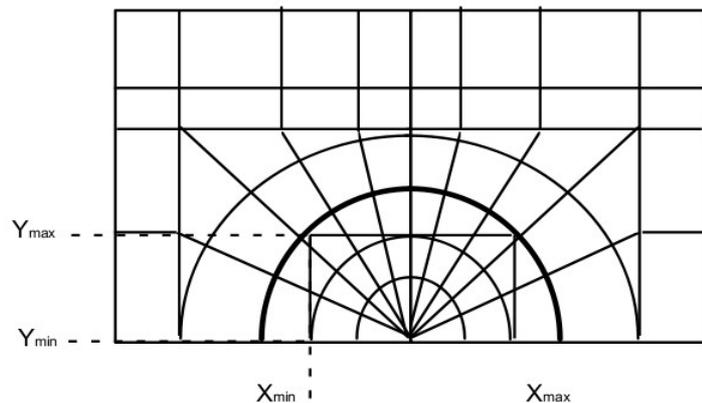
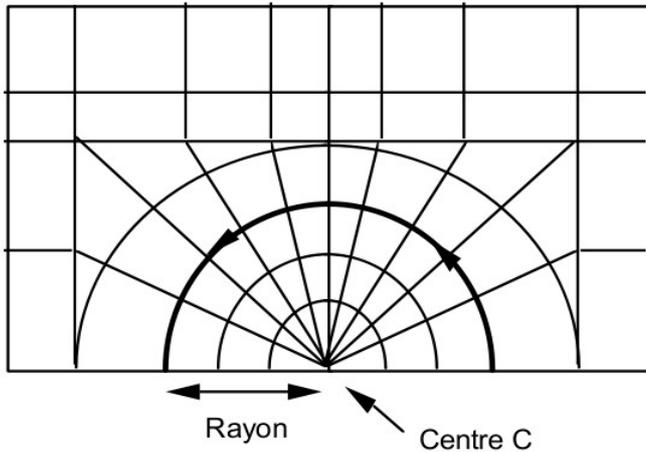
| Identification | Référence | Tolérance |
|--------------------------------|------------------------|-----------|
| Couronnes 1 à 6 G | $2.3093 \cdot 10^{-3}$ | <1% |
| Couronnes 1 à 6 G (IRWIN) | $2.3093 \cdot 10^{-3}$ | <1% |
| Couronnes 1 à 6 K_1 | 24.491 | <1% |
| Couronnes 1 à 6 K_2 | 0. | absolue |

3.4 Remarque

Le calcul de G , K_1 , K_2 , G (IRWIN) $= \frac{1}{E}(K_1^2 + K_2^2)$ a été effectué à partir de 6 champs θ différents, correspondants chacun à une couronne circulaire centrée en C .

4 Modélisation C

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Le chargement diffère :

- on supprime la contrainte imposée en $Y = h$,
- on impose une pression $p = -1$ sur les lèvres de la fissure.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 673

Nombre de mailles et types : 112 mailles QUAD8 et 142 mailles TRIA6

4.3 Grandeurs testées et résultats

Valeurs de G

| Identification | Référence | Tolérance |
|-----------------------------|------------------------|-----------|
| Couronnes 1 à 6 G | $2.3093 \cdot 10^{-3}$ | <1% |
| Couronnes 1 à 6 G (IRWIN) | $2.3093 \cdot 10^{-3}$ | <1% |
| Couronnes 1 à 6 K_1 | 22.529 | <1% |
| Couronnes 1 à 6 K_2 | 0. | absolue |

4.4 Remarque

Le calcul de G , K_1 , K_2 et G (IRWIN) $= \frac{1}{E}(K_1^2 + K_2^2)$ a été effectué à partir des mêmes champs θ que pour la modélisation précédente. Les résultats sont identiques.

5 Modélisation E

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le chargement considéré ici est un chargement variable le long des lèvres de la fissure. On impose une pression variable sur les lèvres de la fissure :

$$p = \frac{x - 100}{37,5} .$$

On impose aussi dans une seconde résolution une force de contour équivalente sur les lèvres. Théoriquement, les résultats sont les mêmes.

5.2 Caractéristiques du maillage

Maillage de la modélisation C.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Valeurs de G issues de CALC_G, option CALC_G.

Valeurs de G , G_{IRWIN} , K_1 et K_2 issues de CALC_G, option CALC_K_G.

On teste ces valeurs pour les 2 chargements cités au §5.1.

| Identification | Référence | Tolérance |
|-----------------------------|---------------------|-----------|
| Couronnes 1 à 6 G | $6,0 \cdot 10^{-4}$ | <0,5% |
| Couronnes 1 à 6 G (IRWIN) | $6,0 \cdot 10^{-4}$ | <0,55% |
| Couronnes 1 à 6 K_1 | 10,95 | <0,5% |
| Couronnes 1 à 6 K_2 | 0. | absolue |

6 Synthèse des résultats

Le calcul de G n'est pas sensible au choix du domaine d'intégration.