
SSL103 - Flambement élastique d'une cornière

Résumé :

Une poutre droite (cornière à ailes égales) biarticulée est soumise à un effort normal (excentré ou non) ou à un moment fléchissant.

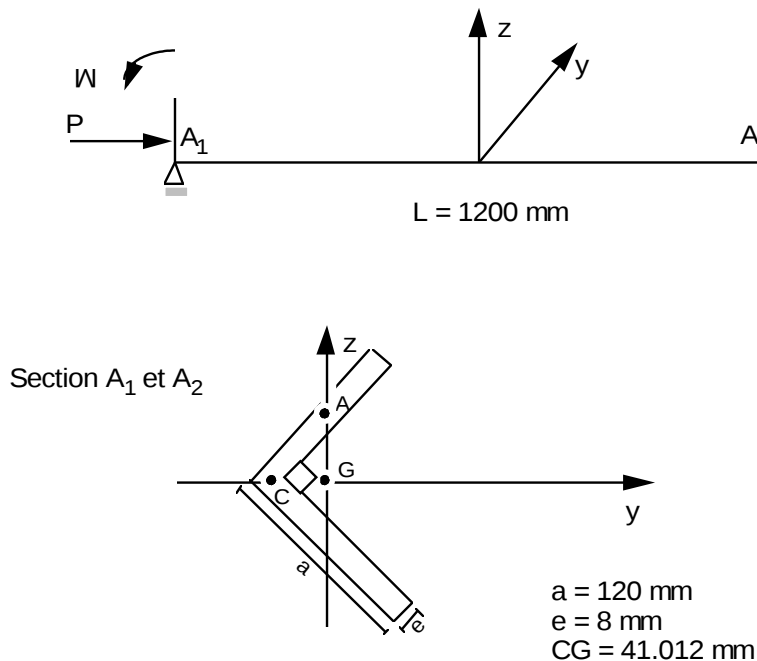
On cherche les charges critiques de flambement élastique.

- mécanique élastique linéaire,
- flambement d'une poutre,
- excentrement du centre de torsion,
- intérêt du test : calcul de la matrice de rigidité géométrique des éléments `POU_D_TG` et `POU_D_T`,
- 2 modélisations.

Une incertitude persiste sur le nombre de modes de flambement de la solution de référence [§5].

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Caractéristiques de la section

$A = 1856 \text{ mm}^2$
 $I_y = 4167339 \text{ mm}^4$
 $I_z = 1045547 \text{ mm}^4$
 $J = 39595 \text{ mm}^4$
 $I_{\omega} = 44398819 \text{ mm}^6$
 $I_{yr2} = 84948392 \text{ mm}^5$
 $y_c = -41.012 \text{ mm}$
 $z_c = 0$

1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young: $E = 2.10 \text{E} - 5 \text{ MPa}$
Coefficient de Poisson: $\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

$A1 : DX = DY = DZ = DRX = 0$
 $A2 : DY = DZ = DRX = 0$

Chargement

- cas 1 : effort axial P en G
- cas 2 : effort axial P en C
- cas 3 : effort axial P en A
- cas 4 : moment fléchissant M

1.4 Remarques

Pour les cas 2 et 3, on applique en $A2$ un effort en G , puis on superpose en $A1$ et $A2$ un moment de flexion (suivant oz pour cas 2, suivant oy pour cas 3) pour excentrer l'effort en C (ou en A).

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avec prise en compte du gauchissement, les calculs faits par V. De Ville De Goyet [bib1] donnent :
soit :

$$\begin{aligned}
 I_y &= \int_A z^2 dA & I_y &= \int_A y^2 dA & I_{yr^2} &= \int_A y(y^2 + z^2) dA & I_{yr^2} &= \int_A z(y^2 + z^2) dA \\
 P_{cry} &= \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} & P_{crz} &= \frac{\pi^2 E I_y}{L^2} & P_{crx} &= \left(\frac{GJ + \pi^2 E I_\omega}{L^2} \right) Ar_a \\
 Ar_c &= \frac{(I_y + I_z)}{A} + y_c^2 + z_c^2 + y_c \left(\frac{I_{yz}}{I_z} - 2 y_c \right) + z_c \left(\frac{I_{zr^2}}{I_z} - 2 z_c \right) \\
 Ar_a &= \frac{(I_y + I_z)}{A} + y_c^2 + z_c^2 + y_a \left(\frac{I_{yz}}{I_z} - 2 y_c \right) + z_a \left(\frac{I_{zr^2}}{I_z} - 2 z_c \right)
 \end{aligned}$$

avec :

(y_a, z_a) : coordonnées du point d'application de l'effort
 (y_c, z_c) : coordonnées du centre de torsion

Cas 1, 2, 3 :

On obtient 3 charges critiques en résolvant l'équation du 3° degré en P :

$$Ar_a (P_{cry} - P) (P_{crz} - P) (P_{crx} - P) - P^2 (P_{crz} - P) (z_c - z_a)^2 - P^2 (P_{cry} - P) (y_c - y_a)^2 = 0$$

Cas 4 :

Le moment critique M_{cr} (autour de l'axe y) vaut :

$$M_{cr} = \pm \left(\left(GJ + \frac{\pi^2 E I_\omega}{L^2} \right) P_{cry} \right)^{1/2}$$

En négligeant le gauchissement : la solution analytique de référence est donnée dans [bib2] [bib3].

2.2 Résultats de référence

Valeurs des charges critiques correspondant aux premiers modes de flambage pour les différents cas de charge.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique. Les valeurs de référence sont obtenues à l'aide de *NAG* (routine *COSAGF*, $EPS=10^{-8}$).

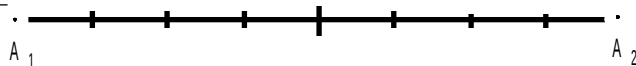
2.4 Références bibliographiques

- 1.V. DE VILLE DE GOYET "Analyse statique non linéaire par la méthode des éléments finis des structures spatiales formées de poutres à section non symétrique" - Thèse de doctorat Université de Liège, MSM, année académique (1988-1989).
- 2.P. PENSERINI "Instabilité élastique des poutres à profil mince ouvert : aspects théoriques et numériques" Note EDF/DER/HM77/112.
- 3.J. CERISIER "Propagation de deux cas tests de modélisation du calcul des poutres en flambement élastique dans le *Code_Aster*" HM77/184

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

8 éléments POU_D_TG



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 8 SEG2

3.3 Grandeurs testées et résultats

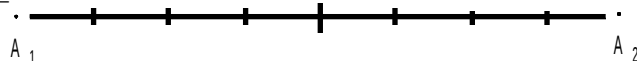
Identification	Référence
Cas 1	
mode 1	-6.92531E+05
mode 2	-1.50487E+06
mode 3	-1.00589E+07
Cas 2	
mode 1	-1.50487E+06
mode 2	-5.99812E+06
mode 3	1.47904E+06
Cas 3	
mode 1	-5.72260E+05
mode 2	-2.45950E+06
mode 3	-1.85673E+07
Cas 4	
mode 1	7.00631E+07

3.4 Remarques

La précision est excellente avec 8 éléments dans la longueur.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

8 éléments `POU_D_T`

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 8 `SEG2`

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Cas 1	
mode 1	-6.796E+05
mode 2	-1.505E+06
mode 3	-1.0055E+07
Cas 2	
mode 1	-1.505E+06
mode 2	-5.998E+06
Cas 3	
mode 1	-5.638E+05
mode 2	-2.453E+06
mode 3	-1.8525E+07
Cas 4	
mode 1	6.9376E+07

4.4 Remarques

La précision est assez bonne avec 8 éléments dans la longueur. La solution diffère un peu de celle obtenue avec gauchissement (modélisation A).

5 Synthèse des résultats

La solution analytique nous donne 3 modes de flambement dont les charges critiques sont racines d'une équation du 3^e degré.

Y-a-t-il d'autres charges critiques intercalées entre les 3 valeurs trouvées ?

Aster retrouve les bonnes charges critiques, mais au milieu de beaucoup d'autres ... par exemple pour le cas 3, les 3 charges critiques cherchées correspondent aux NUME_MODE : 1, 10 et 19.

Ceci est vrai pour les deux modélisations.