

## SHLV100 - Réponse harmonique d'un cylindre creux en déformations planes

---

### Résumé :

Ce test tridimensionnel axisymétrique permet de valider les calculs des matrices de rigidité, de masse et des vecteurs de pression sur tous les éléments 3D et 2D déformations planes et axisymétriques (10 modélisations).

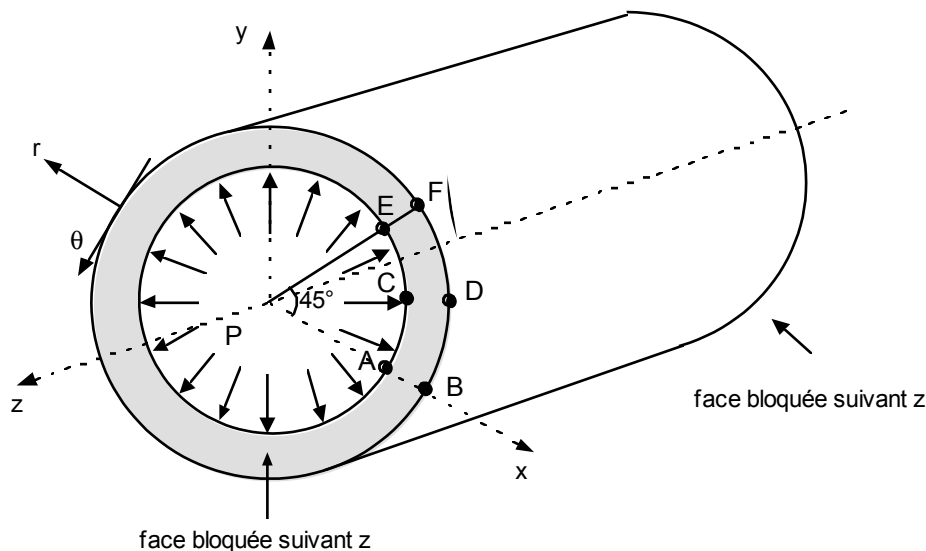
Les déplacements sont imposés :

- soit par degrés de liberté,
- soit par face d'élément.

Pour les quatre modélisations 3D, les pressions appliquées sont fournies avec le signe moins, car les faces d'éléments 3D sont mal orientés dans les fichiers de maillage utilisés.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



rayon interne  $a=0.1\text{ m}$   
rayon externe  $b=0.2\text{ m}$

Coordonnées des points :

|   | A     | B     | C                | D                | E            | F          |
|---|-------|-------|------------------|------------------|--------------|------------|
| x | 0.100 | 0.200 | $0.1 \cos(22.5)$ | $0.2 \cos(22.5)$ | $1/\sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ |
| y | 0.    | 0.    | $0.1 \sin(22.5)$ | $0.2 \sin(22.5)$ | $1/\sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ |
| z | 0.    | 0.    | 0.               | 0.               | 0.           | 0.         |

### 1.2 Propriétés de matériaux

$$E=26\text{ N/m}^2$$

$$\nu=0.3$$

$$\rho=35\text{ Kg/m}^3$$

La très faible valeur du module d'Young n'a rien de physique.

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Pression interne  $P = p e^{j\omega t}$  avec  $p=1\text{ Mpa}$  et  $\omega=0.2\text{ rad/s}$

### 1.4 Conditions initiales

- sans conditions initiales,
- calcul direct de la solution harmonique.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$u_r = A J_1(k_L r) + B Y_1(k_L r) \quad u_\theta = u_z = 0$$

$$\sigma_{rr} = 2\mu K_L \left[ A \left[ (2\gamma^2 - 1) J_0(k_L r) - \frac{1}{k_L r} J_1(k_L r) \right] + B \left[ 2\gamma^2 Y_0(k_L r) - \frac{1}{k_L r} Y_1(k_L r) \right] \right]$$

$$\sigma_{\theta\theta} = 2\mu K_L \left[ A \left[ (2\gamma^2 - 1) J_0(k_L r) + \frac{1}{k_L r} J_1(k_L r) \right] + B \left[ 2\gamma^2 Y_0(k_L r) + \frac{1}{k_L r} Y_1(k_L r) \right] \right]$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu K_L (2\gamma^2 - 1) \left[ A J_0(k_L r) + B Y_0(k_L r) \right]$$

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{rz} = \sigma_{\theta z} = 0$$

$$\text{avec : } \gamma^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{4\mu} = \frac{1-\nu}{2(1-\nu)} = \frac{1}{4\beta^2} \quad k_L = \frac{\omega}{C_L} = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}}$$

$J_1, J_0, Y_1, Y_0$  : Fonctions de Bessel.

Les constantes  $A$  et  $B$  sont calculées en résolvant le système linéaire obtenu en écrivant :

$$\sigma_{rr}(a) = -p \quad \sigma_{rr}(b) = 0$$

On obtient :

|              |                                  |              |                                   |
|--------------|----------------------------------|--------------|-----------------------------------|
| Pour $r=0.1$ | $u_r = 7.3398 \cdot 10^{-3}$     | Pour $r=0.2$ | $u_r = 4.6816 \cdot 10^{-3}$      |
|              | $\sigma_{rr} = -1$               |              | $\sigma_{rr} = 0.$                |
|              | $\sigma_{\theta\theta} = 1.6685$ |              | $\sigma_{\theta\theta} = 0.66738$ |
|              | $\sigma_{zz} = 0.20055$          |              | $\sigma_{zz} = 0.20031$           |

Passage dans le système d'axes cartésiens :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma_{rr} \cos^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \sin^2 \theta - 2\sigma_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{rr} \sin^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \cos^2 \theta + 2\sigma_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{rr} \sin \theta \cos \theta - \sigma_{\theta\theta} \sin \theta \cos \theta - 2\sigma_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{aligned}$$

avec :

$\theta = 0^\circ$  aux points  $A$  et  $B$

$\theta = 22.5^\circ$  aux points  $C$  et  $D$

$\theta = 45^\circ$  aux points  $E$  et  $F$

### 2.2 Résultats de référence

Déplacements  $(u, v)$  et contraintes  $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy})$  aux points  $A, B, C, D, E, F$ .

### 2.3 Incertitude sur la solution

Précision du calcul des Fonctions de Bessel.

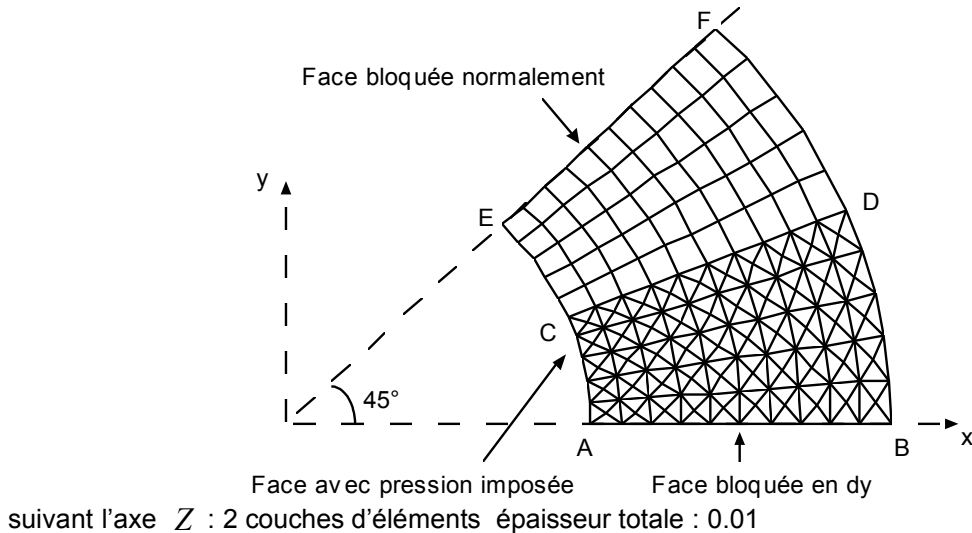
## 2.4 Références bibliographiques

- 1) M. BONNET : Méthodes des équations intégrales régularisées en élastodynamique - Bulletin de la DER - Série C - N°1/2 - (1987).
- 2) ERINGEN - SUHUBI - Elastodynamics, Vol.2 : linear theory Academic Press (1975).

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments 3D (PENTA6 et HEXA8) (issu du maillage 2D ci-dessous).



Conditions limites :

|                         |            |                   |             |
|-------------------------|------------|-------------------|-------------|
|                         | DDL_IMPO:  | ( Tout:'oui'      | Dz: 0. )    |
| face AB                 |            | ( Group_no:BordAB | Dy: 0. )    |
| face EF                 | FACE_IMPO: | ( Group_ma:FaceEF | Dnor: 0. )  |
| pression sur la face AE | PRES_REP:  | ( Group_ma:FaceAE | Pres: -1. ) |

Noms des nœuds : A=No1 B=No119 C=No36 D=No166 E=No41 F=No171

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 513

Nombre de mailles et types : 400 PENTA6 100 HEXA8 40 QUAD4

### 3.3 Remarques

La pression a un signe négatif (au lieu de positif) car les faces des éléments 3D sont mal orientées.

## 3.4 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Grandeurs     | Référence               | Aster                  | % différence | tolérance         |
|--------------|---------------|-------------------------|------------------------|--------------|-------------------|
| A            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$  | $7.3243 \cdot 10^{-3}$ | -0.21        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | 0.                      | eps                    | -            |                   |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                     | -0.8789                | 12.1         | 0.2               |
|              | $\sigma_{yy}$ | 1.6685                  | 1.6241                 | -2.66        |                   |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2235                 | 11.75        |                   |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                      | -0.0922                | -            | 0.2               |
| C            | $u$           | $6.78109 \cdot 10^{-3}$ | $6.7670 \cdot 10^{-3}$ | -0.21        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $2.80882 \cdot 10^{-3}$ | $2.8012 \cdot 10^{-3}$ | -0.27        | 0.3               |
|              | $\sigma_{xx}$ | -0.60921                | -0.5121                | 15.94        | 0.3               |
|              | $\sigma_{yy}$ | 1.27771                 | 1.3300                 | 4.09         | 0.3               |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2454                 | 22.39        | 0.3               |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.94346                | -0.8567                | 9.20         | 0.3               |
| E            | $u$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $5.1784 \cdot 10^{-3}$ | -0.22        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $5.1784 \cdot 10^{-3}$ | -0.22        | 0.6               |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33425                 | 0.4319                 | 29.23        | 0.6               |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33425                 | 0.5315                 | 59.04        | 0.6               |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.289                  | 44.50        | 0.6               |
|              | $\sigma_{xy}$ | -1.33425                | -1.269                 | 4.87         |                   |
| B            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$  | $4.6641 \cdot 10^{-3}$ | -0.16        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | 0.                      | eps                    | -            |                   |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                      | -0.0132                | -            |                   |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.66738                 | 0.6724                 | 0.75         | $2 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.1977                 | -1.25        | -                 |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                      | 0.0219                 | -            | -                 |
| D            | $u$           | $4.32523 \cdot 10^{-3}$ | $4.3084 \cdot 10^{-3}$ | -0.39        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $1.79157 \cdot 10^{-3}$ | $1.7854 \cdot 10^{-3}$ | -0.34        | 0.3               |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.09774                 | 0.0739                 | -24.39       | 0.3               |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.56964                 | 0.5728                 | 0.56         | 0.3               |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.1941                 | -3.05        | 0.3               |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.23595                | -0.2348                | 0.49         | 0.3               |
| F            | $u$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $3.2974 \cdot 10^{-3}$ | -0.39        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $3.2974 \cdot 10^{-3}$ | -0.39        | 0.2               |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33369                 | 0.2977                 | -10.78       | 0.2               |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33369                 | 0.3245                 | 2.75         | 0.2               |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.1866                 | -6.80        | 0.2               |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.33369                | -0.3415                | -2.34        | 0.2               |

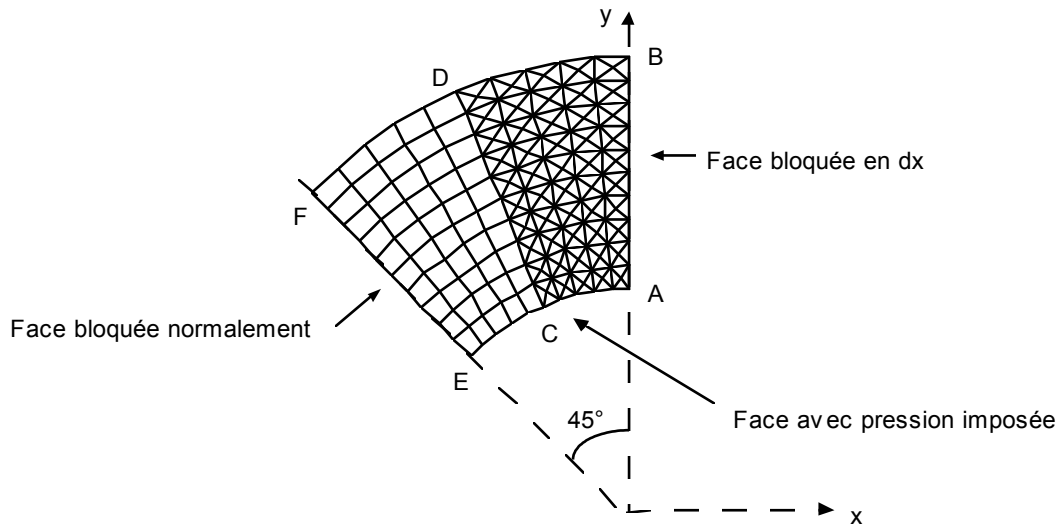
## 3.5 Remarques

Le maillage est insuffisant pour des éléments linéaires.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments 3D (PENTA15 et HEXA20) (issu du maillage 2D ci-dessous).



suivant l'axe  $Z$  : 2 couches d'éléments épaisseur totale : 0.01

Conditions limites :

|                                                                |            |                    |             |
|----------------------------------------------------------------|------------|--------------------|-------------|
|                                                                | DDL_IMPO:  | ( Tout: 'oui'      | Dz: 0. )    |
| face $AB$                                                      |            | ( Group_no: BordAB | Dx: 0. )    |
| face $EF$                                                      | FACE_IMPO: | ( Group_ma: FaceEF | Dnor: 0. )  |
| pression sur la face $AE$                                      | PRES_REP:  | ( Group_ma: FaceAE | Pres: -1. ) |
| Noms des nœuds : A=No2 B=No361 C=No121 D=No584 E=No155 F=No503 |            |                    |             |

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 2115

Nombre de mailles et types : 400 PENTA15 100 HEXA20 40 QUAD8

### 4.3 Remarques

La pression a un signe négatif (au lieu de positif) car les faces des éléments 3D sont mal orientées.

## 4.4 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Grandeurs     | Référence                | Aster                   | % différence | tolérance |
|--------------|---------------|--------------------------|-------------------------|--------------|-----------|
| A            | $u$           | 0.                       | eps                     | —            |           |
|              | $v$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$   | $7.3326 \cdot 10^{-3}$  | -0.10        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 1.6685                   | 1.6669                  | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | -1.                      | -0.9959                 | 0.41         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                  | 0.2013                  | 0.37         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                       | $3.3234 \cdot 10^{-3}$  | —            | $10^{-2}$ |
| C            | $u$           | $-2.80882 \cdot 10^{-3}$ | $-2.8063 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $6.78109 \cdot 10^{-3}$  | $6.7745 \cdot 10^{-3}$  | -0.10        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 1.27771                  | 1.278                   | 0.02         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | -0.60921                 | -0.6078                 | 0.23         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                  | 0.20107                 | 0.26         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.94346                  | 0.94027                 | 0.34         | $10^{-2}$ |
| E            | $u$           | $-5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $-5.1851 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$  | $5.1851 \cdot 10^{-3}$  | -0.10        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33425                  | 0.3346                  | 0.10         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33425                  | 0.3340                  | -0.07        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                  | 0.2006                  | 0.02         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 1.33425                  | 1.331                   | -0.24        | $10^{-2}$ |
| B            | $u$           | 0.                       | eps                     | —            |           |
|              | $v$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$   | $4.6682 \cdot 10^{-3}$  | -0.07        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.66738                  | 0.6675                  | 0.02         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.                       | $3.2779 \cdot 10^{-4}$  | —            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                  | 0.2003                  | 0.04         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                       | $-5.0918 \cdot 10^{-4}$ | —            | $10^{-2}$ |
| D            | $u$           | $-1.79157 \cdot 10^{-3}$ | $-1.7864 \cdot 10^{-3}$ | -0.29        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $4.32523 \cdot 10^{-3}$  | $4.3129 \cdot 10^{-3}$  | -0.29        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.56964                  | 0.56957                 | -0.01        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.09774                  | 0.09803                 | 0.30         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                  | 0.20027                 | 0.03         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.23595                  | 0.23623                 | 0.12         | $10^{-2}$ |
| F            | $u$           | $-3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $-3.3009 \cdot 10^{-3}$ | -0.29        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$  | $3.3009 \cdot 10^{-3}$  | -0.29        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33369                  | 0.3337                  | -0.003       | $10^{-3}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33369                  | 0.3337                  | 0.003        | $10^{-3}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                  | 0.2002                  | 0.           | $10^{-3}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.33369                  | 0.3339                  | 0.06         | $10^{-3}$ |

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments 3D (TETRA4)

suivant l'axe  $Z$  : 2 couches d'éléments épaisseur totale : 0.01

Conditions limites :

|                           |            |                    |             |
|---------------------------|------------|--------------------|-------------|
|                           | DDL_IMPO:  | ( Tout: 'oui'      | Dz: 0. )    |
| face $AB$                 |            | ( Group_no: BordAB | Dy: 0. )    |
| face $EF$                 | FACE_IMPO: | ( Group_ma: FaceEF | Dnor: 0. )  |
| pression sur la face $AE$ | PRES_REP:  | ( Group_ma: FaceAE | Pres: -1. ) |

|                  |          |          |          |          |          |          |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Noms des nœuds : | A=No3    | B=No7    | C=No4    | D=No8    | E=No154  | F=No156  |
| plan $z=0.005$   | A2=No1   | B2=No5   | C2=No2   | D2=No6   | E2=No153 | F2=No155 |
| plan $z=0.01$    | A3=No283 | B3=No285 | C3=No284 | D3=No286 | E3=No359 | F3=No360 |

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 423

Nombre de mailles et types : 1416 TETRA4 72 TRIA3

### 5.3 Remarques

La pression a un signe négatif (au lieu de positif) car les faces des éléments 3D sont mal orientées.

## 5.4 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Grandeurs     | Référence               | Aster                  | % différence | tolérance         |
|--------------|---------------|-------------------------|------------------------|--------------|-------------------|
| A            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$  | $7.3331 \cdot 10^{-3}$ | -0.10        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | 0.                      | eps                    | -            |                   |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                     | -0.9000                | +10.00       | 0.02              |
|              | $\sigma_{yy}$ | 1.6685                  | 1.6809                 | 0.74         | 0.02              |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2343                 | 16.83        | 0.02              |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                      | 0.1016                 | -            | 0.02              |
| C            | $u$           | $6.78109 \cdot 10^{-3}$ | $6.7783 \cdot 10^{-3}$ | -0.04        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $2.80882 \cdot 10^{-3}$ | $2.8077 \cdot 10^{-3}$ | -0.04        |                   |
|              | $\sigma_{xx}$ | -0.60921                | -0.5061                | 16.92        | 0.04              |
|              | $\sigma_{yy}$ | 1.27771                 | 1.3184                 | 3.18         | 0.04              |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2437                 | 21.51        | 0.04              |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.94346                | -0.9123                | 3.30         | 0.04              |
| E            | $u$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $5.1853 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $5.1853 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        |                   |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33425                 | 0.2888                 | -13.60       | 0.5               |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33425                 | 0.4920                 | 47.19        | 0.5               |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2343                 | 16.83        | 0.5               |
|              | $\sigma_{xy}$ | -1.33425                | -1.2905                | 3.28         | 0.5               |
| B            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$  | $4.6634 \cdot 10^{-3}$ | -0.18        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | 0.                      | eps                    | -            |                   |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                      | 0.0146                 | -            |                   |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.66738                 | 0.6570                 | -1.55        | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.1976                 | -1.30        | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                      | -0.0159                | -            | $5 \cdot 10^{-2}$ |
| D            | $u$           | $4.32523 \cdot 10^{-3}$ | $4.2960 \cdot 10^{-3}$ | -0.68        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $1.79157 \cdot 10^{-3}$ | $1.7795 \cdot 10^{-3}$ | -0.67        |                   |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.09774                 | 0.0824                 | -15.69       | 0.2               |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.56964                 | 0.5809                 | 1.97         | 0.2               |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.1921                 | -4.05        | 0.2               |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.23595                | -0.2378                | -7.84        | 0.2               |
| F            | $u$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $3.2976 \cdot 10^{-3}$ | -0.39        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $3.2975 \cdot 10^{-3}$ | -0.39        |                   |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33369                 | 0.3052                 | -8.54        | 0.1               |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33369                 | 0.3371                 | 1.02         | 0.1               |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.1921                 | -4.05        | 0.1               |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.33369                | -0.3358                | -0.63        | 0.1               |

## 5.5 Remarques

On note une variation (  $< 0.24\%$  ) des déplacements pour les points du plan  $z = 0.005$  .  
Le maillage est insuffisant pour des éléments linéaires.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments 3D (TETRA10)

suivant l'axe Z : 2 couches d'éléments épaisseur totale : 0.01

Conditions limites :

|                         |            |                    |             |
|-------------------------|------------|--------------------|-------------|
|                         | DDL_IMPO:  | ( Tout: 'oui'      | Dz: 0. )    |
| face AB                 |            | ( Group_no: BordAB | Dy: 0. )    |
| face EF                 | FACE_IMPO: | ( Group_ma: FaceEF | Dnor: 0. )  |
| pression sur la face AE | PRES_REP:  | ( Group_ma: FaceAE | Pres: -1. ) |

|                  |          |          |          |          |          |          |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Noms des nœuds : | A=No3    | B=No7    | C=No4    | D=No8    | E=No1228 | F=No230  |
| plan z = 0.005   | A2=No1   | B2=No5   | C2=No2   | D2=No6   | E2=No227 | F2=No229 |
| plan z = 0.01    | A3=No420 | B3=No422 | C3=No421 | D3=No423 | E3=No573 | F3=No574 |

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 703

Nombre de mailles et types : 356 TETRA10 36 TRIA6

### 6.3 Remarques

La pression a un signe négatif (au lieu de positif) car les faces des éléments 3D sont mal orientées.

## 6.4 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Grandeurs     | Référence               | Aster                  | % différence | tolérance         |
|--------------|---------------|-------------------------|------------------------|--------------|-------------------|
| A            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$  | $7.3522 \cdot 10^{-3}$ | 0.10         | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | 0.                      | eps                    | -            | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                     | -0.9925                | 0.75         | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 1.6685                  | 1.6725                 | 0.24         | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2040                 | -1.72        | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                      | -0.0365                | -            | $5 \cdot 10^{-2}$ |
| C            | $u$           | $6.78109 \cdot 10^{-3}$ | $6.7836 \cdot 10^{-3}$ | 0.04         | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $2.80882 \cdot 10^{-3}$ | $2.8099 \cdot 10^{-3}$ | 0.04         | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{xx}$ | -0.60921                | -0.5977                | 1.89         | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 1.27771                 | 1.294                  | 1.28         | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2088                 | 4.11         | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.94346                | -0.9457                | -0.24        | $5 \cdot 10^{-2}$ |
| E            | $u$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $5.1988 \cdot 10^{-3}$ | 0.17         | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $5.1988 \cdot 10^{-3}$ | 0.17         | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33425                 | 0.3035                 | -9.20        | 0.15              |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33425                 | 0.3766                 | 12.67        | 0.15              |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2040                 | 1.72         | 0.15              |
|              | $\sigma_{xy}$ | -1.33425                | -1.332                 | 0.17         | 0.15              |
| B            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$  | $4.6711 \cdot 10^{-3}$ | -0.01        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | 0.                      | eps                    | -            | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                      | $8.597 \cdot 10^{-4}$  | -            | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.66738                 | 0.6679                 | 0.08         | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.2006                 | 0.19         | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                      | $1.0181 \cdot 10^{-3}$ | -            | $10^{-2}$         |
| D            | $u$           | $4.32523 \cdot 10^{-3}$ | $4.3134 \cdot 10^{-3}$ | -0.28        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $1.79157 \cdot 10^{-3}$ | $1.7867 \cdot 10^{-3}$ | -0.28        | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.09774                 | 0.09418                | -3.64        | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.56964                 | 0.5652                 | -0.78        | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.1978                 | -1.20        | $5 \cdot 10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.23595                | -0.2355                | 0.19         | $5 \cdot 10^{-2}$ |
| F            | $u$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $3.3029 \cdot 10^{-3}$ | -0.23        | $10^{-2}$         |
|              | $v$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $3.3029 \cdot 10^{-3}$ | -0.23        | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33369                 | 0.3357                 | 0.60         | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33369                 | 0.3334                 | -0.09        | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.2007                 | 0.24         | $10^{-2}$         |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.33369                | -0.3336                | -            | $10^{-2}$         |

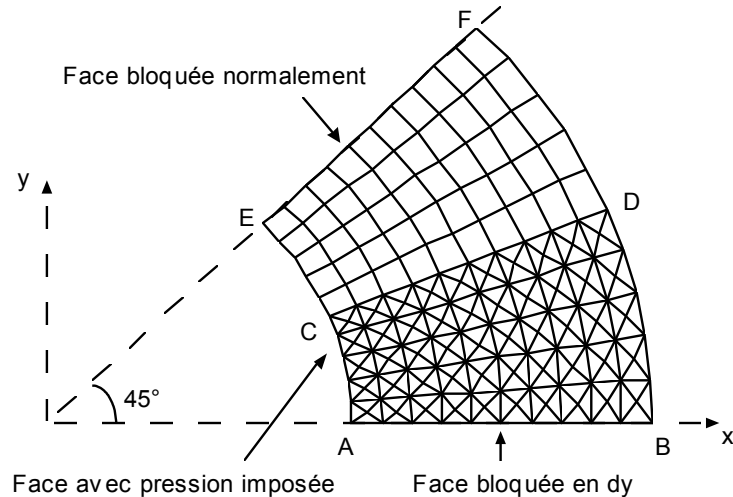
## 6.5 Remarques

On note une variation ( $< 0.23\%$ ) des déplacements pour les points du plan  $z = 0.005$ .

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments D\_PLAN (TRIA3 + QUAD4)



Conditions limites :

|                   |            |                   |            |
|-------------------|------------|-------------------|------------|
| côté $AB$         | DDL_IMPO:  | ( Group_no:GRNM11 | Dy: 0. )   |
| côté $EF$         | FACE_IMPO: | ( Group_ma:GRMA12 | Dnor: 0. ) |
| pression sur $AE$ | PRES_REP:  | ( Group_ma:GRMA13 | Pres: 1. ) |

Noms des nœuds :  $A=N1$   $B=N119$   $C=N36$   $D=N166$   $E=N41$   $F=N171$

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 171

Nombre de mailles et types : 200 TRIA3 50 QUAD4

## 7.3 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Grandeurs     | Référence               | Aster                   | % différence | tolérance |
|--------------|---------------|-------------------------|-------------------------|--------------|-----------|
| A            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$  | $7.3243 \cdot 10^{-3}$  | -0.21        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                      | eps                     | -            |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                     | -0.8790                 | 12.10        | 0.15      |
|              | $\sigma_{yy}$ | 1.6685                  | 1.6241                  | -2.66        | 0.15      |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2235                  | 11.44        | 0.15      |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                      | -0.0922                 | -            | 0.15      |
| C            | $u$           | $6.78109 \cdot 10^{-3}$ | $6.7670 \cdot 10^{-3}$  | -0.21        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $2.80882 \cdot 10^{-3}$ | $2.8012 \cdot 10^{-3}$  | -0.27        |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | -0.60921                | -0.5122                 | -15.92       | 0.3       |
|              | $\sigma_{yy}$ | 1.27771                 | 1.3302                  | 4.11         | 0.3       |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2454                  | 22.36        | 0.3       |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.94346                | -0.8567                 | -9.19        | 0.3       |
| E            | $u$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $5.1784 \cdot 10^{-3}$  | -0.22        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $5.1784 \cdot 10^{-3}$  | -0.22        |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33425                 | 0.4318                  | 29.18        | 0.6       |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33425                 | 0.5315                  | 59.01        | 0.6       |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.2890                  | 44.10        | 0.6       |
|              | $\sigma_{xy}$ | -1.33425                | -1.2686                 | 4.92         | 0.6       |
| B            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$  | $4.6641 \cdot 10^{-3}$  | -0.16        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                      | eps                     | -            |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                      | $-1.3198 \cdot 10^{-2}$ | -            | 0.05      |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.66738                 | 0.6723                  | 0.74         | 0.05      |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.1977                  | -1.25        | 0.05      |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                      | -0.0219                 | -            | 0.05      |
| D            | $u$           | $4.32523 \cdot 10^{-3}$ | $4.3084 \cdot 10^{-3}$  | -0.39        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $1.79157 \cdot 10^{-3}$ | $1.7854 \cdot 10^{-3}$  | -0.39        |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.09774                 | 0.07393                 | -24.36       | 0.3       |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.56964                 | 0.5728                  | 0.55         | 0.3       |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.1940                  | -3.10        | 0.3       |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.23595                | -0.2347                 | 0.53         | 0.3       |
| F            | $u$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $3.2974 \cdot 10^{-3}$  | -0.39        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $3.2974 \cdot 10^{-3}$  | -0.39        |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33369                 | 0.2976                  | -10.81       | 0.15      |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33369                 | 0.3245                  | -2.75        | 0.15      |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.1866                  | -6.80        | 0.15      |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.33369                | -0.3415                 | -2.34        | 0.15      |

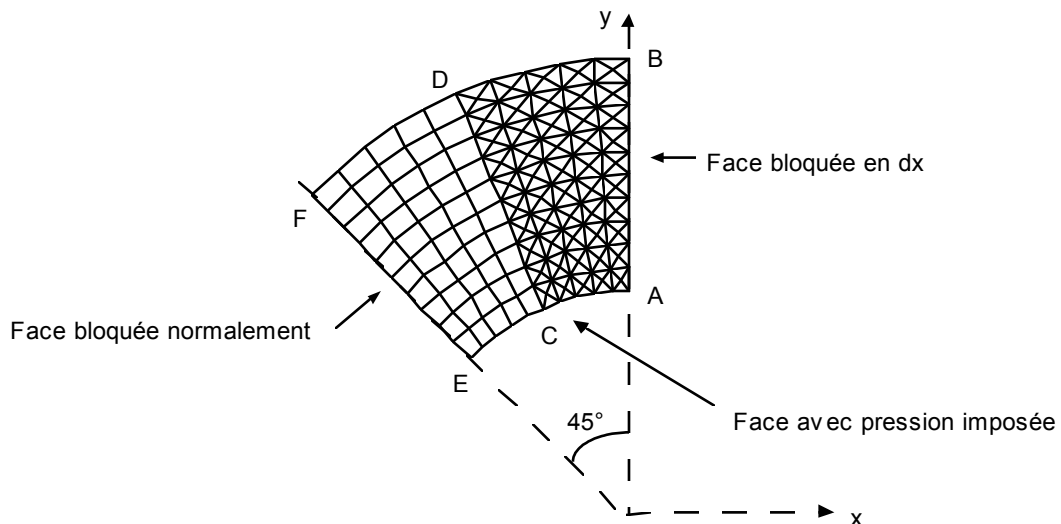
## 7.4 Remarques

Le maillage est insuffisant pour des éléments linéaires.

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments D\_PLAN (QUAD8 + TRIA6)



Conditions limites :

|                   |            |                   |            |
|-------------------|------------|-------------------|------------|
| côté $AB$         | DDL_IMPO:  | ( Group_no:GRNM11 | Dy: 0. )   |
| côté $EF$         | FACE_IMPO: | ( Group_ma:GRMA12 | Dnor: 0. ) |
| pression sur $AE$ | PRES_REP:  | ( Group_ma:GRMA13 | Pres: 1. ) |

Noms des nœuds :  $A=N2$   $B=N361$   $C=N121$   $D=N584$   $E=N155$   $F=N503$

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 591

Nombre de mailles et types : 200 TRIA6 50 QUAD8

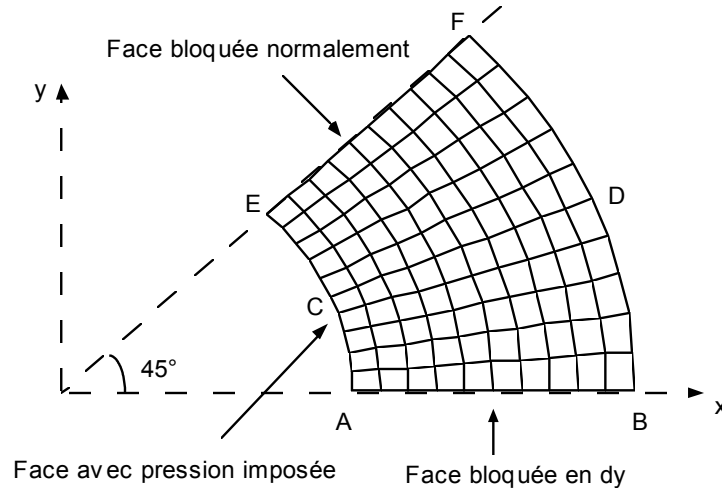
## 8.3 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Grandeurs     | Référence                | Aster                   | % différence | tolérance |
|--------------|---------------|--------------------------|-------------------------|--------------|-----------|
| A            | $u$           | 0.                       | 0.                      | -            | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$   | $7.3326 \cdot 10^{-3}$  | -0.10        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 1.6685                   | 1.6669                  | 0.09         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | -1.                      | -0.9959                 | 0.41         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                  | 0.20129                 | 0.37         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                       | 0.00332                 | -            | $10^{-2}$ |
| C            | $u$           | $-2.80882 \cdot 10^{-3}$ | $-2.8063 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $6.78109 \cdot 10^{-3}$  | $6.7745 \cdot 10^{-3}$  | -0.10        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 1.27771                  | 1.27799                 | 0.02         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | -0.60921                 | -0.60779                | 0.23         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                  | 0.20106                 | 0.25         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.94346                  | 0.94027                 | -0.34        | $10^{-2}$ |
| E            | $u$           | $-5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $-5.1851 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$  | $5.1851 \cdot 10^{-3}$  | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33425                  | 0.33462                 | 0.11         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33425                  | 0.33403                 | -0.066       | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                  | 0.20059                 | 0.02         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 1.33425                  | 1.33117                 | -0.23        | $10^{-2}$ |
| B            | $u$           | 0.                       | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$   | $4.6682 \cdot 10^{-3}$  | -0.07        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.66738                  | 0.66758                 | 0.03         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.                       | 0.00033                 | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                  | 0.20037                 | 0.08         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                       | $-5.1132 \cdot 10^{-4}$ | -            | $10^{-2}$ |
| D            | $u$           | $-1.79157 \cdot 10^{-3}$ | $-1.7865 \cdot 10^{-3}$ | -0.28        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $4.32523 \cdot 10^{-3}$  | $4.3129 \cdot 10^{-3}$  | -0.28        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.56964                  | 0.56962                 | -0.003       | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.09774                  | 0.09805                 | 0.32         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                  | 0.200298                | 0.044        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.23595                  | 0.23623                 | 0.12         | $10^{-2}$ |
| F            | $u$           | $-3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $-3.3009 \cdot 10^{-3}$ | -0.29        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$  | $3.3009 \cdot 10^{-3}$  | -0.29        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33369                  | 0.33371                 | 0.006        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33369                  | 0.33366                 | -0.009       | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                  | 0.20021                 | 0.           | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.33369                  | 0.33392                 | 0.069        | $10^{-2}$ |

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

D\_PLAN (QUAD9)



Conditions limites :

|                   |            |                   |            |
|-------------------|------------|-------------------|------------|
| côté $AB$         | DDL_IMPO:  | ( Group_no:GRNM11 | Dy: 0. )   |
| côté $EF$         | FACE_IMPO: | ( Group_ma:GRMA12 | Dnor: 0. ) |
| pression sur $AE$ | PRES_REP:  | ( Group_ma:GRMA13 | Pres: 1. ) |

Noms des nœuds :  $A=N1$      $B=N347$      $C=N21$      $D=N432$      $E=N39$      $F=N229$

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 441

Nombre de mailles et types : 100 QUAD9

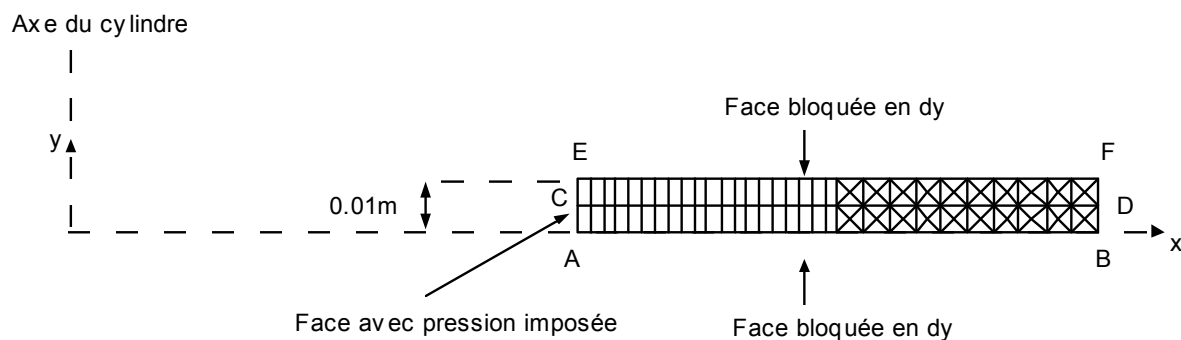
## 9.3 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Grandeurs     | Référence               | Aster                  | % différence | tolérance |
|--------------|---------------|-------------------------|------------------------|--------------|-----------|
| A            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$  | $7.3329 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                      | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                     | -0.9968                | 0.32         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 1.6685                  | 1.6655                 | -0.18        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.20059                | 0.02         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                      | $-2.97 \cdot 10^{-4}$  | -            | $10^{-2}$ |
| C            | $u$           | $6.78109 \cdot 10^{-3}$ | $6.7747 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $2.80882 \cdot 10^{-3}$ | $2.8062 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | -0.60921                | -0.60695               | 0.37         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 1.27771                 | 1.27563                | -0.16        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.20060                | 0.02         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.94346                | -0.94128               | -0.23        | $10^{-2}$ |
| E            | $u$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $5.1851 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $5.19002 \cdot 10^{-3}$ | $5.1851 \cdot 10^{-3}$ | -0.09        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33425                 | 0.33403                | -0.06        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33425                 | 0.33463                | 0.11         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20055                 | 0.20059                | 0.02         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | -1.33425                | -1.33117               | 0.23         | $10^{-2}$ |
| B            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$  | $4.6682 \cdot 10^{-3}$ | -0.07        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                      | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                      | $-2.394 \cdot 10^{-3}$ | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.66738                 | 0.66759                | 0.03         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.200207               | -0.001       | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                      | $-2.65 \cdot 10^{-5}$  | -            | $10^{-2}$ |
| D            | $u$           | $4.32523 \cdot 10^{-3}$ | $4.3128 \cdot 10^{-3}$ | -0.29        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $1.79157 \cdot 10^{-3}$ | $1.7864 \cdot 10^{-3}$ | -0.29        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.09774                 | 0.09756                | -0.18        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.56964                 | 0.56979                | 0.02         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.200206               | -0.002       | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.23595                | -0.23611               | -0.07        | $10^{-2}$ |
| F            | $u$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $3.3009 \cdot 10^{-3}$ | -0.29        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | $3.31039 \cdot 10^{-3}$ | $3.3009 \cdot 10^{-3}$ | -0.29        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.33369                 | 0.33366                | -0.009       | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.33369                 | 0.33371                | 0.006        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.20021                 | 0.20021                | 0.           | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | -0.33369                | -0.33392               | -0.07        | $10^{-2}$ |

## 10 Modélisation H

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments axis (TRIA3 + QUAD4)



Conditions limites :

|                   |            |                   |            |
|-------------------|------------|-------------------|------------|
| côté $AB$         | DDL_IMPO:  | ( Group_no:GRNM11 | Dy: 0. )   |
| côté $EF$         | FACE_IMPO: | ( Group_ma:GRMA12 | Dnor: 0. ) |
| pression sur $AE$ | PRES_REP:  | ( Group_ma:GRMA13 | Pres: 1. ) |

Noms des nœuds :  $A=N111$   $B=N1$   $C=N112$   $D=N3$   $E=N113$   $F=N4$

### 10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 113

Nombre de mailles et types : 40 QUAD4 80 TRIA3

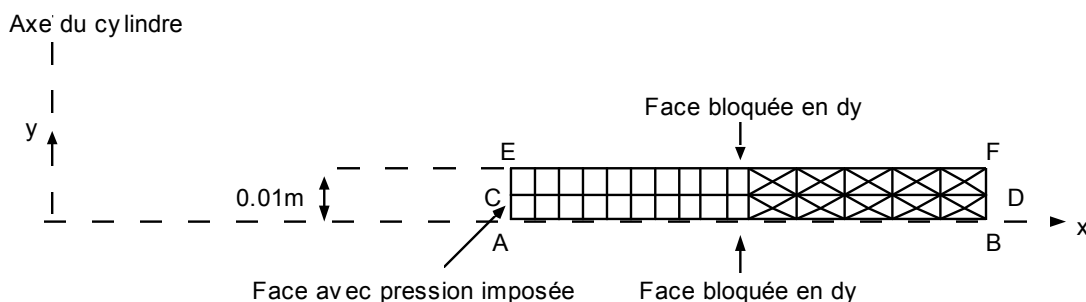
## 10.3 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Grandeurs     | Référence              | Aster                  | % différence | tolérance |
|--------------|---------------|------------------------|------------------------|--------------|-----------|
| A            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$ | $7.3390 \cdot 10^{-3}$ | -0.01        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                    | -0.9430                | -5.72        | 0.2       |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20055                | 0.2248                 | 12.19        | 0.2       |
|              | $\sigma_{zz}$ | 1.6685                 | 1.6923                 | 1.46         | 0.2       |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                    | -            | 0.2       |
| C            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$ | $7.3390 \cdot 10^{-3}$ | -0.01        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                    | -0.9430                | -5.72        | 0.2       |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20055                | 0.2248                 | 12.19        | 0.2       |
|              | $\sigma_{zz}$ | 1.6685                 | 1.6923                 | 1.46         | 0.2       |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                    | -            | 0.2       |
| E            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$ | $7.3390 \cdot 10^{-3}$ | -0.01        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | 0.                     | -            |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                    | -0.9430                | -5.72        | 0.2       |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20055                | 0.2248                 | 12.19        | 0.2       |
|              | $\sigma_{zz}$ | 1.6685                 | 1.6923                 | 1.46         | 0.2       |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                    | -            | 0.2       |
| B            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | $4.6713 \cdot 10^{-3}$ | -0.01        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                     | -0.0110                | -            | 0.05      |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20021                | 0.1954                 | -2.35        | 0.05      |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.66738                | 0.6625                 | -0.72        | 0.05      |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | -0.0011                | -            | 0.05      |
| D            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | $4.6713 \cdot 10^{-3}$ | -0.01        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                     | -0.0110                | -            | 0.05      |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20021                | 0.1954                 | -2.35        | 0.05      |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.66738                | 0.6625                 | -0.72        | 0.05      |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                    | -            | 0.05      |
| F            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | $4.6713 \cdot 10^{-3}$ | -0.01        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            |           |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                     | -0.0110                | -            | 0.05      |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20021                | 0.1954                 | -2.35        | 0.05      |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.66738                | 0.6625                 | -0.72        | 0.05      |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | +0.0011                | -            | 0.05      |

## 11 Modélisation I

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments axis (TRIA6 + QUAD8)



Conditions limites :

|                   |            |                   |            |
|-------------------|------------|-------------------|------------|
| côté $AB$         | DDL_IMPO:  | ( Group_no:GRNM11 | Dy: 0. )   |
| côté $EF$         | FACE_IMPO: | ( Group_ma:GRMA12 | Dnor: 0. ) |
| pression sur $AE$ | PRES_REP:  | ( Group_ma:GRMA13 | Pres: 1. ) |

Noms des nœuds :  $A=N8$      $B=N174$      $C=N5$      $D=N170$      $E=N3$      $F=N159$

## 11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 175

Nombre de mailles et types : 20 QUAD8 40 TRIA6

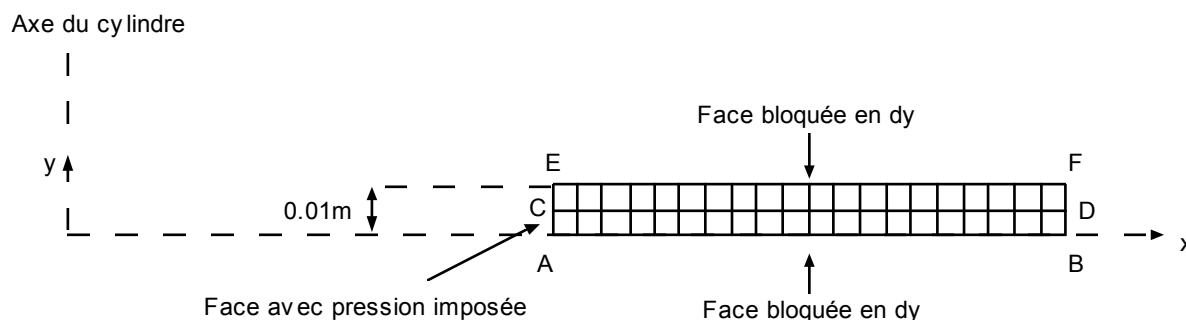
## 11.3 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Grandeurs     | Référence              | Aster                   | % différence | tolérance |
|--------------|---------------|------------------------|-------------------------|--------------|-----------|
| A            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$ | $7.3397 \cdot 10^{-3}$  | -0.00        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                    | -0.9984                 | -0.16        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20055                | 0.20055                 | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 1.6685                 | 1.669                   | -0.57        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
| C            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$ | $7.3397 \cdot 10^{-3}$  | -0.00        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                    | -0.9984                 | -0.16        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20055                | 0.20055                 | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 1.6685                 | 1.669                   | -0.57        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
| E            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$ | $7.3397 \cdot 10^{-3}$  | -0.00        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                    | -0.9984                 | -0.16        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20055                | 0.20055                 | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 1.6685                 | 1.669                   | -0.57        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
| B            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | $4.6716 \cdot 10^{-3}$  | 0.00         | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                     | $3.8 \cdot 10^{-4}$     | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20021                | 0.2002                  | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.66738                | $0.66716 \cdot 10^{-5}$ | -0.03        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | -                       | -            | $10^{-2}$ |
| D            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | $4.6716 \cdot 10^{-3}$  | 0.00         | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                     | $3.8 \cdot 10^{-4}$     | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20021                | 0.2002                  | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.66738                | 0.66716                 | -0.03        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
| F            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | $4.6716 \cdot 10^{-3}$  | 0.00         | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                     | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                     | $3.8 \cdot 10^{-4}$     | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20021                | 0.2002                  | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.66738                | 0.66716                 | -0.03        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | $10^{-5}$               | -            | $10^{-2}$ |

## 12 Modélisation J

### 12.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments axis (QUAD9)



Conditions limites :

|                   |            |                   |            |
|-------------------|------------|-------------------|------------|
| côté $AB$         | DDL_IMPO:  | ( Group_no:GRNM11 | Dy: 0. )   |
| côté $EF$         | FACE_IMPO: | ( Group_ma:GRMA12 | Dnor: 0. ) |
| pression sur $AE$ | PRES_REP:  | ( Group_ma:GRMA13 | Pres: 1. ) |

Noms des nœuds :  $A = N196$   $B = N1$   $C = N200$   $D = N5$   $E = N202$   $F = N7$

### 12.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 205

Nombre de mailles et types : 40 QUAD9

## 12.3 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Grandeurs     | Référence              | Aster                  | % différence | tolérance |
|--------------|---------------|------------------------|------------------------|--------------|-----------|
| A            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$ | $7.3397 \cdot 10^{-3}$ | -0.00        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                    | -0.9984                | +0.16        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20055                | 0.2005                 | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 1.6685                 | 1.667                  | -0.57        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
| C            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$ | $7.3397 \cdot 10^{-3}$ | -0.00        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                    | -0.9984                | +0.16        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20055                | 0.2005                 | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 1.6685                 | 1.667                  | -0.57        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
| E            | $u$           | $7.3398 \cdot 10^{-3}$ | $7.3397 \cdot 10^{-3}$ | -0.00        | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | -1.                    | -0.9984                | +0.16        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20055                | 0.2005                 | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 1.6685                 | 1.667                  | -0.57        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
| B            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | 0.00         | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                     | $1.1 \cdot 10^{-4}$    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20021                | 0.20021                | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.66738                | 0.66727                | -0.04        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
| D            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | 0.00         | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                     | $1.1 \cdot 10^{-4}$    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20021                | 0.20021                | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.66738                | 0.66727                | -0.04        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
| F            | $u$           | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | $4.6716 \cdot 10^{-3}$ | 0.00         | $10^{-2}$ |
|              | $v$           | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xx}$ | 0.                     | $1.1 \cdot 10^{-4}$    | -            | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{yy}$ | 0.20021                | 0.20021                | 0.02         | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{zz}$ | 0.66738                | 0.66727                | -0.04        | $10^{-2}$ |
|              | $\sigma_{xy}$ | 0.                     | eps                    | -            | $10^{-2}$ |

## 13 Synthèse des résultats

| Récapitulatif des erreurs |       | 3 D    |       |        |       | D_PLAN |       |        |       | Axis  |       |
|---------------------------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| max                       | en %  | mod A  | mod B | mod C  | mod D | mod E  | mod F | mod G  | mod H | mod I | mod J |
| Déplacements              |       |        |       |        |       |        |       |        |       |       |       |
|                           | A,C,E | -0.27  | -0.10 | -0.10  | 0.17  | -0.27  | -0.10 | -0.09  | -0.01 | 0.00  | -0.00 |
|                           | B,D,F | -0.39  | -0.02 | -0.68  | -0.28 | -0.39  | -0.29 | -0.29  | -0.01 | 0.00  | -0.00 |
| Contraintes $\sigma_{xx}$ |       |        |       |        |       |        |       |        |       |       |       |
|                           | A,C,E | 29.23  | 0.10  | 16.92  | -9.20 | 29.18  | 0.11  | 0.37   | 5.72  | 0.27  | 0.27  |
|                           | B,D,F | -24.39 | 0.02  | -15.69 | -3.64 | -24.36 | 0.03  | -0.18  | -     | -     | -     |
| Contraintes $\sigma_{yy}$ |       |        |       |        |       |        |       |        |       |       |       |
|                           | A,C,E | 59.04  | 0.41  | 47.19  | 12.67 | 59.01  | 0.41  | -0.18  | 12.19 | 0.09  | 0.09  |
|                           | B,D,F | 2.75   | 0.30  | 1.97   | -0.78 | -2.75  | 0.32  | 0.03   | -2.35 | 0.09  | 0.02  |
| Contraintes $\sigma_{zz}$ |       |        |       |        |       |        |       |        |       |       |       |
|                           | A,C,E | 44.50  | 0.37  | 21.51  | 4.11  | 44.10  | 0.37  | 0.02   | 1.46  | 0.57  | 0.57  |
|                           | B,D,F | -6.80  | 0.04  | -4.05  | -1.20 | -6.80  | 0.08  | -0.001 | -0.72 | 0.03  | 0.04  |
| Contraintes $\sigma_{xy}$ |       |        |       |        |       |        |       |        |       |       |       |
|                           | A,C,E | 9.20   | 0.34  | 3.30   | -0.24 | -9.19  | -0.34 | 0.23   | -     | -     | -     |
|                           | B,D,F | -2.34  | 0.12  | -7.84  | 0.19  | -2.34  | 0.12  | -0.07  | -     | -     | -     |

- Les maillages pour les éléments d'ordre 1 ne sont pas assez fins.
- Les résultats sont plus précis avec des éléments d'ordre 2.
- Le problème est plus adapté à une modélisation axisymétrique (H, I, J) -> résultats meilleurs.
- Les résultats des éléments 3D et des éléments plans ayant des espaces d'interpolation en correspondance sont identiques.
- Les résultats des éléments axisymétriques QUAD8 et QUAD9 sont identiques.