

SDLV131 - Simulation d'une jauge de déformation par la commande OBSERVATION

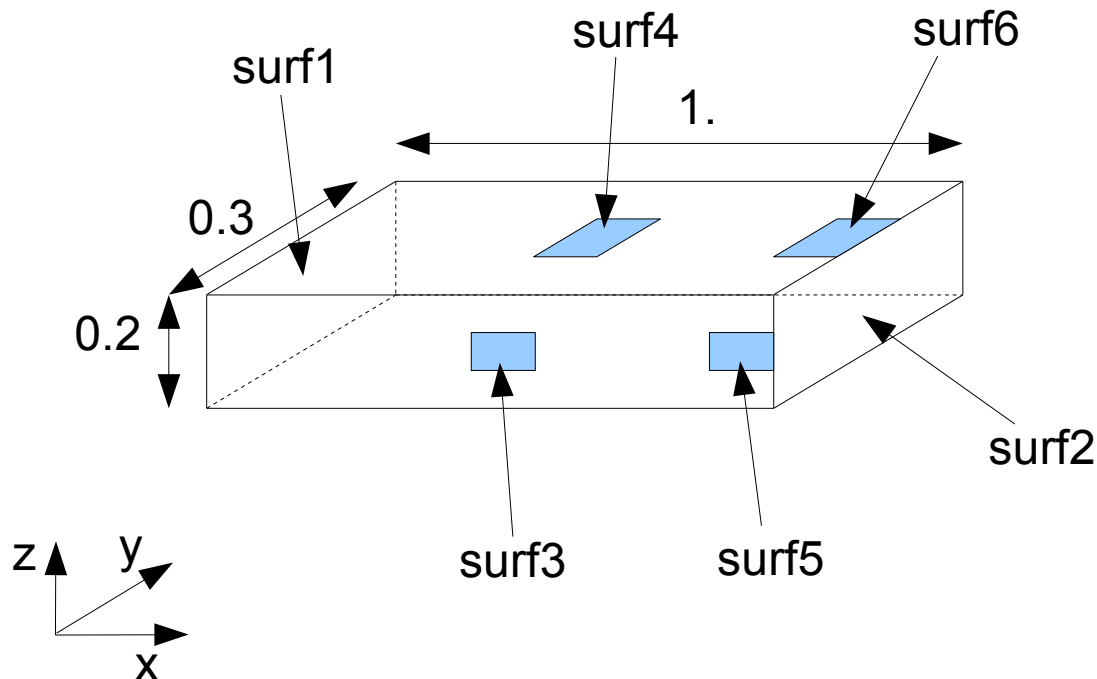
Résumé :

Ce test valide le fonctionnement du calcul de la valeur moyenne d'un champ de déformation sur une entité donnée par l'utilisateur. On estime ainsi le champ de déformation qu'aurait mesuré une jauge de déformation. On réalise ce calcul via la macro-commande `OBSERVATION`. Le cas traité est une poutre en traction simple modélisée par des éléments volumiques.

Ce cas test valide également l'observation de champs mixtes : un seul appel à la commande `OBSERVATION` pour le relevé de champs de différente nature (`DEPL`, `VITE`, ...).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

Module de Young : $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

Densité : $\rho = 7800. \text{ kg/m}^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

On impose un déplacement horizontal $u_x = 0.0$ sur la face *surf1*.

On impose un déplacement $u_y = 0.0$ sur les noeuds qui se trouvent sur la ligne centrale de la face supérieure et sur la ligne centrale de la face inférieure.

On impose un déplacement $u_z = 0.0$ sur les noeuds qui se trouvent sur les lignes centrales des faces latérales.

On applique une force surfacique F_B sur la face *surf2* suivant la direction x ,

$$F_B = 1000. \text{ N/m}^2,$$

Ces conditions aux limites permettent d'obtenir un comportement de la poutre en traction simple.

1.4 Conditions initiales

Sans objet

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La déformation est estimée à partir de l'allongement relatif de la poutre.

L'allongement d'une poutre de longueur L suite à une force longitudinale F s'écrit :

$$\Delta L = \frac{F L}{E S}$$

Dans notre cas, on applique une force par unité de surface F_B à l'extrémité libre de la poutre, ainsi l'allongement relatif de la poutre se met sous la forme suivante :

$$\frac{\Delta L}{L} = \epsilon_{xx} = \frac{F_B}{E}$$

Pour ce cas test, on calcul les résultats issus d'un calcul statique, d'un calcul harmonique, un calcul transitoire et d'un calcul modal.

Pour le cas statique, on obtient :

$$\epsilon_{xx} = \frac{F_B}{E} \quad \text{et} \quad \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = -\nu \epsilon_{xx}$$

Pour les cas dynamiques, le système est régi par l'équation suivante :

$$M \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + K u = F_{ext}$$

Pour une poutre en traction - compression, si on considère un modèle qui ne contient qu'un seul élément, les matrices de masse M et de rigidité K se mettent sous la forme suivante :

$$M = \frac{\rho S L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad K = \frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{avec : } u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

u_1 et u_2 sont les déplacements des noeuds de l'élément.

En réponse harmonique de pulsation ω , les déplacements des noeuds de l'élément sont régis par la relation suivante :

$$\frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \frac{\rho S L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

En exploitant la deuxième ligne de cette relation, et en appliquant les conditions aux limites ($u_1 = 0$ et $F_2 = F = F_B S$), on obtient :

$$u_2 = \frac{F_B}{\frac{E}{L} - \omega^2 \frac{\rho L}{3}} = \Delta L$$

La déformation à l'extrémité libre de la poutre s'écrit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{F_B}{E - \omega^2 \frac{\rho L^2}{3}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -\nu \varepsilon_{xx}$$

La solution de référence pour la solution transitoire peut être obtenue de la même manière. Si on applique une force longitudinale $F(t) = F_B \sin(\omega_0 t)$ avec une condition initiale de poutre en équilibre (déplacement initial nul et vitesse initiale nulle), on obtient :

$$u_2(t) = \frac{3 F_B}{\rho L \omega_0^2} \left[t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right] = \Delta L \quad \text{avec :} \quad \omega_0^2 = \frac{3 E}{\rho L^2}$$

Et la déformation à l'extrémité libre de la poutre s'écrit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{3 F_B}{\rho L^2 \omega_0^2} \left[t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right] \quad \text{et} \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -\nu \varepsilon_{xx}$$

Dans le cas du calcul modal, on effectue un test de non-régression sur les déformations calculées au point milieu de la poutre.

On simule également une rotation de 90 degrés afin de vérifier le changement de repère dans OBSERVATION.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste la valeur de la déformation moyenne sur les surfaces : *surf3* , *surf4* , *surf5* et *surf6* . Les résultats obtenus sont ensuite projetés sur le modèle « mesure » qui ne comprend que les noeuds *P3* , *P4* , *P5* et *P6* associés aux surfaces *surf3* , *surf4* , *surf5* et *surf6* .

Pour la validation de la solution statique, on a choisi : $F_B = 1000. N/m^2$

Pour la validation de la solution harmonique, on a choisi : $F_B = 1000. (1 + 2j) N/m^2$ et :
 $\omega = 2 \pi 200 \text{ rad } s^{-1}$

Pour la validation de la solution transitoire, on a choisi : $F_B = 1000. t N/m^2$ et la solution est testée à l'instant $t = 1 \text{ s}$

On teste également les valeurs des champs obtenus par observation mixte.

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique pour le cas statique, le cas harmonique et le cas transitoire.
On propose une solution de non-régression pour le cas de la déformation modale.

2.4 Référence bibliographique

[R3.08.01] Éléments « exacts » de poutres (droites et courbes).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul de réponse statique avec MECA_STATIQUE.

On fait également appel à l'opérateur OBSERVATION pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029
Mailles : 720 HEXA8

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation aux noeuds qui se trouvent au milieu de la poutre.

Identification	Référence	Aster	Tolérance
ε_{xx} en <i>P3</i>	4.7619047619 048D-09	4.7619047619 047D-09	0.1 %
ε_{zz} en <i>P3</i>	-1.428571428 5714D-09	-1.428571428 5714D-09	0.1 %
ε_{yy} en <i>P4</i> (après rotation de 90°)	4.7619047619 048D-09	4.7619047619 047D-09	0.1 %
ε_{xx} en <i>P4</i> (après rotation de 90°)	-1.428571428 5714D-09	-1.428571428 5714D-09	0.1 %

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	Aster	Tolérance
ε_{xx} en <i>P3</i>	4.7619047619 048D-09	4.7619047619 047D-09	0.1 %
<i>DX</i> en <i>P5</i> (m)	4.7619047619 048D-09	4.5238095238 095D-09	6.0 %

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul harmonique.
On choisit une fréquence d'excitation égale à 200 Hz .

On fait également appel à l'opérateur OBSERVATION pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029
Mailles : 720 HEXA8

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation aux noeuds qui se trouvent à l'extrémité libre de la poutre.

Identification	Référence	Aster	Tolérance
ε_{xx} en $P5$	4.8568623280 004D-09 + i9.713724656 0009D-09	4.7813760355 714D-09 + i9.562752071 1429D-09	2.0 %
ε_{zz} en $P5$	-1.457058698 4001D-09 - i2.914117396 8003D-09	-1.433930338 0850D-09 - i2.867860676 1701D-09	2.0 %
ε_{yy} en $P6$ (après rotation de 90°)	4.8568623280 004D-09 + i9.713724656 0009D-09	4.7792223250 189D-09 + i9.558444650 0377D-09	2.0 %
ε_{xx} en $P6$ (après rotation de 90°)	-1.457058698 4001D-09 - i2.914117396 8003D-09	-1.433911032 9539D-09 - i2.867822065 9079D-09	2.0 %

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	Aster	Tolérance
ε_{xx} en $P5$	4.8568623280 004E-09 + i9.713724656 0009E-09	4.7792696544 452E-09 + i9.558539308 8903E-09	2.0 %
Déplacement DX en $P5$ (m)	4.8568623280 004E-09 + i9.713724656 0009E-09	4.6188418141 639E-09 + i9.237683628 3278E-09	5.0 %

Vitesse DX en $P5$ (m/s)	-1.220662640	-1.160841560	5.0 %
	7315E-05 +	9177E-05 +	
	i6.103313203	i5.804207804	
	6573E-06	5883E-06	

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul transitoire sur base physique. Pour la résolution du système, on choisit une discrétisation temporelle égale à 0.1 s .

On fait également appel à l'opérateur OBSERVATION pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029
Mailles : 720 HEXA8

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation aux noeuds qui se trouvent à l'extrémité libre de la poutre à l'instant $t = 1 \text{ s}$.

Identification	Référence	Aster	Tolérance
ε_{xx} en $P5$	4.7614812131 879D-09	4.7619095908 375D-09	2.0 %
ε_{zz} en $P5$	-1.428444363 9564D-09	-1.428572758 7481D-09	2.0 %
ε_{yy} en $P6$ (après rotation de 90°)	4.7614812131 879D-09	4.7619090586 422D-09	2.0 %
ε_{xx} en $P6$ (après rotation de 90°)	-1.428444363 9564D-09	-1.428572756 4358D-09	2.0 %

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	Aster	Tolérance
ε_{xx} en $P5$	4.7614812131 879E-09	4.7619090690 47E-09	2.0 %
Déplacement DX en $P5$ (m)	4.7614812131 879E-09	4.5238330203 209E-09	6.0 %

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul modal avec `CALC_MODES`.

On fait également appel à l'opérateur `OBSERVATION` pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029
Mailles : 720 `HEXA8`

6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur moyenne de la déformation du premier mode longitudinal de la poutre aux noeuds qui se trouvent au milieu et à l'extrémité libre. Les valeurs de référence sont celles obtenues avec la version 10.1 (test de non-régression). Elles sont données avec quatre chiffres significatifs.

Identification	Référence	Aster	Tolérance
ϵ_{xx} en <i>P3</i>	1.012	1.0120571181 683D+00	0.1 %
ϵ_{zz} en <i>P3</i>	-3.063D-1	-3.063127515 8658D-01	0.1 %
ϵ_{xx} en <i>P5</i>	1.762D-1	1.7617357057 031D-01	0.1 %
ϵ_{zz} en <i>P5</i>	-4.646D-2	-4.645882565 3459D-02	0.1 %
ϵ_{yy} en <i>P4</i> (après rotation de 90°)	1.017	1.0168194189 613D+00	0.1 %
ϵ_{xx} en <i>P4</i> (après rotation de 90°)	-3.118D-1	-3.118116138 8859D-01	0.1 %
ϵ_{yy} en <i>P6</i> (après rotation de 90°)	1.533D-1	1.5327248667 577D-01	0.1 %
ϵ_{xx} en <i>P6</i> (après rotation de 90°)	-4.178D-2	-4.178288109 1537D-02	0.1 %

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	Aster	% différence
ε_{xx} en <i>P3</i>	1.01	1.0144135640 865	0.1 %
Déplacement <i>DX</i> en <i>P3</i> (m)	0.7570	0.7570567975 9059	0.1 %

7 Synthèse des résultats

Ces tests ont pour but de vérifier le bon déroulement de calcul de la valeur moyenne du champ de déformation à l'aide de la macro-commande `OBSERVATION`. La solution de référence est analytique pour la réponse statique, la réponse harmonique et la réponse transitoire.

Ce cas test valide également l'observation de champ mixte (`DEPL`, `VITE`, ...) avec un seul appel à l'opérateur `OBSERVATION`.

Les écarts entre les solutions obtenues avec Aster et les solutions analytiques sont très faibles. Pour les résultats issus d'un calcul modal, un test de non-régression est proposé.