

## SDLS502 - Plaque carrée « solide » simplement supportée

---

### Résumé :

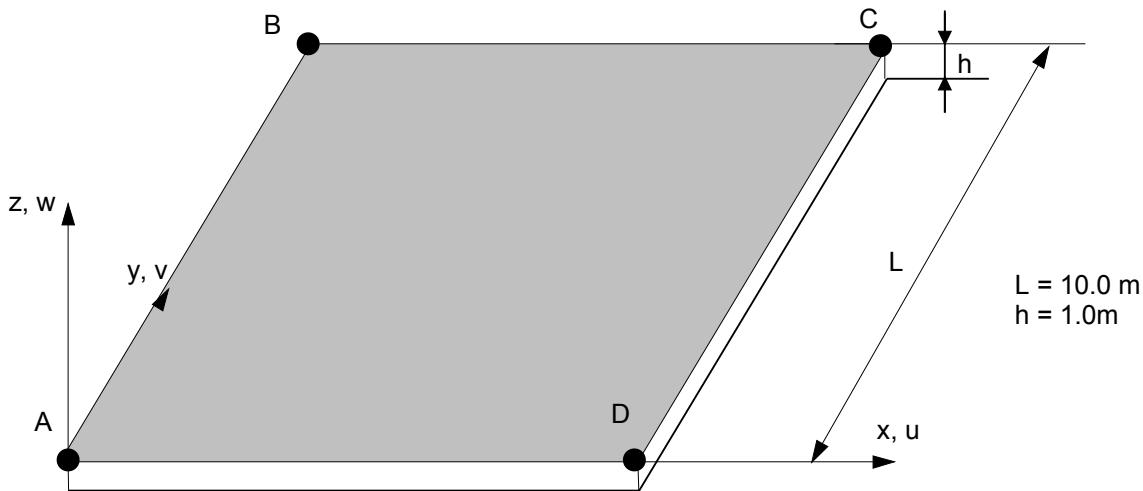
Ce test représente un calcul en analyse modale dynamique d'une plaque carrée épaisse simplement supportée. Ce test permet de valider :

les modélisations éléments finis DST, DKT, COQUE\_3D avec des mailles QUAD4 et TRIA3, QUAD8 et TRIA6, et 3D avec des mailles HEXA20,  
la prise en compte de la rigidité en cisaillement transverse.

Les fréquences et les modes obtenus sont comparés à une solution de référence, proposée par NAFEMS, obtenue avec un calcul éléments finis de type volumique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont :

$E = 2.10^{11}$  Pa Module d'Young  
 $\nu = 0.3$  Coefficient de poisson  
 $\rho = 8000. kg/m^3$  Masse volumique

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Plaque simplement supportée sur son contour.

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet

## 2 Solution de référence

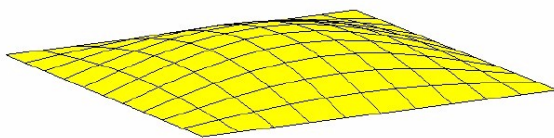
### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

la solution de référence proposée par NAFEMS [bib1] a été obtenue à partir un calcul éléments finis 3D avec des éléments briques à 20 nœuds et avec un maillage  $4 \times 4$  (plan  $xy$ ) et 1 élément suivant l'épaisseur.

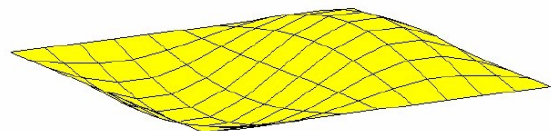
### 2.2 Résultats de référence

7 premières fréquences non nulles et les modes propres associés, les trois premiers modes sont ceux de corps rigides :

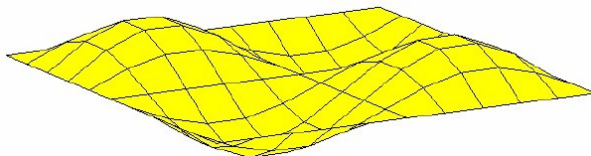
|                                      |   |                  |
|--------------------------------------|---|------------------|
| Fréquence (mode 4 hors plan)         | : | 44.762 <i>hz</i> |
| Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)    | : | 110.52 <i>hz</i> |
| Fréquence (mode 7 hors plan)         | : | 169.08 <i>hz</i> |
| Fréquence (Mode 8 dans le plan)      | : | 193.93 <i>hz</i> |
| Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan) | : | 206.64 <i>hz</i> |



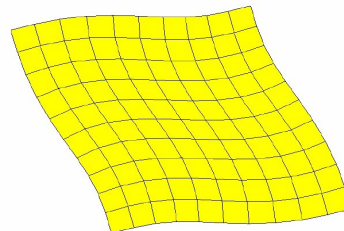
mode 4 hors plan



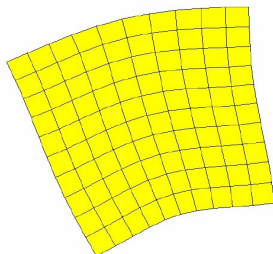
mode 5&6 hors plan



mode 7 hors plan



mode 8 dans le plan



mode 9&10 dans le plan

### 2.3 Incertitudes sur la solution

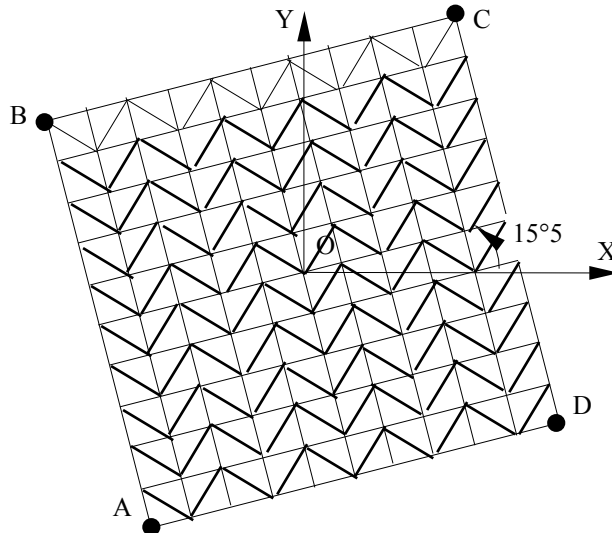
< 2% pour un maillage identique à celui du [§2.1], c'est-à-dire avec peu d'éléments.

### 2.4 Références bibliographiques

1.NAFEMS : The standard NAFEMS Benchmarks, TNSB, Rev. 3, 5 octobre 1990.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (TRIA3)

- La plaque est située dans le plan  $Z = 2.3$
- Point O : (0. ; 0. ; 2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122

Nombre de mailles et types : 200 TRIA3

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification                          | Instants | Référence | Aster              | % différence     |
|-----------------------------------------|----------|-----------|--------------------|------------------|
| Fréquence<br>(mode 4 hors plan)         |          | 44.762    | 44.989             | 0.507            |
| Fréquence<br>(modes 5 & 6 hors plan)    |          | 110.52    | 107.608<br>107.880 | -2.634<br>-2.388 |
| Fréquence<br>(mode 7 hors plan)         |          | 169.08    | 165.454            | -2.144           |
| Fréquence<br>(Mode 8 dans le plan)      |          | 193.93    | 196.089            | 1.114            |
| Fréquence<br>(mode 9 & 10 dans le plan) |          | 206.64    | 211.658<br>212.000 | 2.428<br>2.594   |

## 3.4 Remarques

Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code\_Aster*.

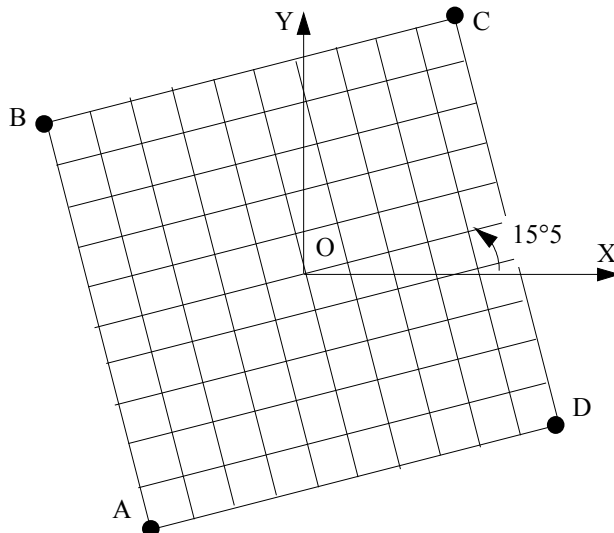
Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ces modes sont les modes 6 et 7 de *Code\_Aster*.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

| Mode n° | Fréquence (Hz) |
|---------|----------------|
| 1       | 44,98          |
| 2       | 107.61         |
| 3       | 107.88         |
| 4       | 165.45         |
| 5       | 196.09         |
| 6       | 202.80         |
| 7       | 203.54         |
| 8       | 211.66         |
| 9       | 212.00         |
| 10      | 222.53         |
| 11      | 254.74         |
| 12      | 255.62         |
| 13      | 264.73         |
| 14      | 289.85         |

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (QUAD4)

- La plaque est située dans le plan  $Z = 2.3$
- Point O : (0. ; 0. ; 2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122

Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification                          | Instants | Référence | Aster  | % différence |
|-----------------------------------------|----------|-----------|--------|--------------|
| Fréquence<br>(mode 4 hors plan)         |          | 44.762    | 44.64  | -0.273       |
| Fréquence<br>(modes 5 & 6 hors plan)    |          | 110.52    | 108.04 | -2.247       |
|                                         |          |           | 108.26 | -2.041       |
| Fréquence<br>(mode 7 hors plan)         |          | 169.08    | 162.86 | -3.681       |
| Fréquence<br>(Mode 8 dans le plan)      |          | 193.93    | 195.70 | 0.912        |
| Fréquence<br>(mode 9 & 10 dans le plan) |          | 206.64    | 208.89 | 1.088        |
|                                         |          |           | 208.89 |              |

## 4.4 Remarques

Dans Code\_Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par Code\_Aster.

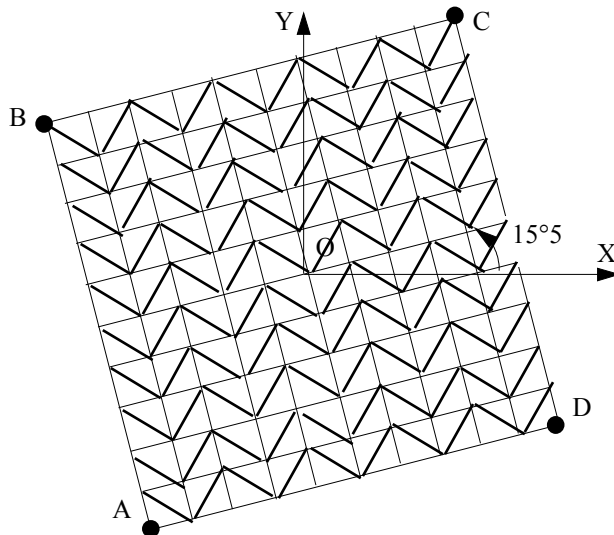
Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ces modes sont les modes 6 et 7 de Code\_Aster.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

| Mode n° | Fréquence ( Hz ) |
|---------|------------------|
| 1       | 44.64            |
| 2       | 108.04           |
| 3       | 108.26           |
| 4       | 162.86           |
| 5       | 195.70           |
| 6       | 203.97           |
| 7       | 206.08           |
| 8       | 208.89           |
| 9       | 208.89           |
| 10      | 220.92           |
| 11      | 248.12           |
| 12      | 250.10           |
| 13      | 252.49           |
| 14      | 289.79           |

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (TRIA6)

- La plaque est située dans le plan  $Z = 2.3$
- Point O : (0. ; 0. ; 2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122

Nombre de mailles et types : 200 TRIA3

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification                          | Instants | Référence | Aster              | % différence   |
|-----------------------------------------|----------|-----------|--------------------|----------------|
| Fréquence<br>(mode 4 hors plan)         |          | 44.762    | 47.358             | 5.799          |
| Fréquence<br>(modes 5 & 6 hors plan)    |          | 110.52    | 118.029<br>118.059 | 6.795<br>6.822 |
| Fréquence<br>(mode 7 hors plan)         |          | 169.08    | 187.504            | 10.897         |
| Fréquence<br>(Mode 8 dans le plan)      |          | 193.93    | 196.089            | 1.114          |
| Fréquence<br>(mode 9 & 10 dans le plan) |          | 206.64    | 211.658<br>212.000 | 2.428<br>2.594 |

## 5.4 Remarques

Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par le *Code\_Aster*.

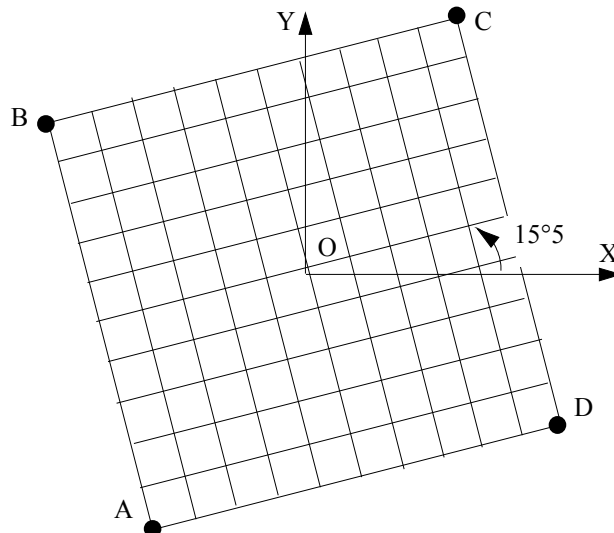
Apparition de deux modes de flexion après le mode 11 de référence (mode 8 du *Code\_Aster*), de la même forme que ceux apparus dans la modélisation DST entre les modes 8 et 9 de référence (modes 6 et 7 du *Code\_Aster*).

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

| Mode n° | Fréquence (Hz) |
|---------|----------------|
| 1       | 47.358         |
| 2       | 118.03         |
| 3       | 118.06         |
| 4       | 187.50         |
| 5       | 196.09         |
| 6       | 211.66         |
| 7       | 212.00         |
| 8       | 222.53         |
| 9       | 235.41         |
| 10      | 235.56         |
| 11      | 264.73         |
| 12      | 289.85         |
| 13      | 302.84         |
| 14      | 303.15         |

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (QUAD4)

- La plaque est située dans le plan  $Z = 2.3$
- Point O : (0. ; 0. ; 2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122

Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification                          | Instants | Référence | Aster   | % différence |
|-----------------------------------------|----------|-----------|---------|--------------|
| Fréquence<br>(mode 4 hors plan)         |          | 44.762    | 47.182  | 5.408        |
| Fréquence<br>(modes 5 & 6 hors plan)    |          | 110.52    | 117.463 | 6.283        |
| Fréquence<br>(mode 7 hors plan)         |          | 169.08    | 184.746 | 9.266        |
| Fréquence<br>(Mode 8 dans le plan)      |          | 193.93    | 195.699 | 0.912        |
| Fréquence<br>(mode 9 & 10 dans le plan) |          | 206.64    | 208.887 | 1.088        |

## 6.4 Remarques

Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code\_Aster*.

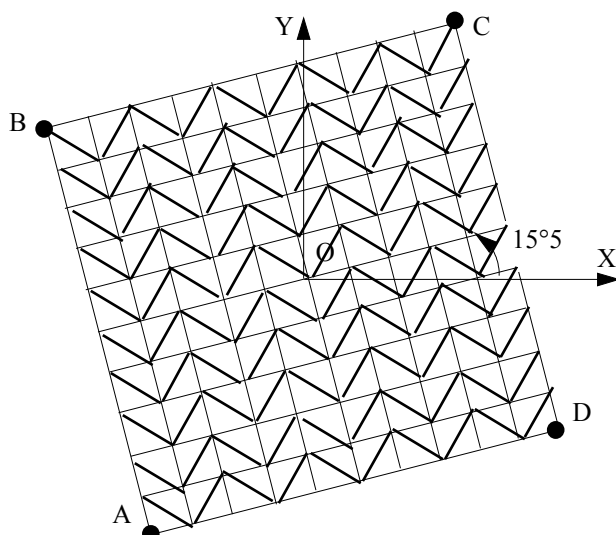
Apparition de deux modes de flexion après le mode 11 de référence (mode 8 de *Code\_Aster*), de la même forme que ceux apparus dans la modélisation *DST* entre les modes 8 et 9 de référence (modes 6 et 7 de *Code\_Aster*).

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

| Mode n° | Fréquence (Hz) |
|---------|----------------|
| 1       | 47.183         |
| 2       | 117.46         |
| 3       | 117.46         |
| 4       | 184.75         |
| 5       | 195.70         |
| 6       | 208.89         |
| 7       | 208.89         |
| 8       | 220.92         |
| 9       | 234.74         |
| 10      | 234.74         |
| 11      | 252.49         |
| 12      | 289.79         |
| 13      | 297.27         |
| 14      | 297.27         |

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE\_3D (TRIA6)

- La plaque est située dans le plan  $Z = 2.3$
- Point O : (0. ; 0. ; 2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122

Nombre de mailles et types : 200 TRIA6

### 7.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification                          | Instants | Référence | Aster              | % différence     |
|-----------------------------------------|----------|-----------|--------------------|------------------|
| Fréquence<br>(mode 4 hors plan)         |          | 44.762    | 43.867             | 2.00             |
| Fréquence<br>(modes 5 & 6 hors plan)    |          | 110.52    | 106.058<br>106.066 | -4.037<br>-4.029 |
| Fréquence<br>(mode 7 hors plan)         |          | 169.08    | 160.010            | -5.305           |
| Fréquence<br>(Mode 8 dans le plan)      |          | 193.93    | 193.600            | -0.170           |
| Fréquence<br>(mode 9 & 10 dans le plan) |          | 206.64    | 206.209<br>206.211 | 0.208<br>0.207   |

## 7.4 Remarques

Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code\_Aster*.

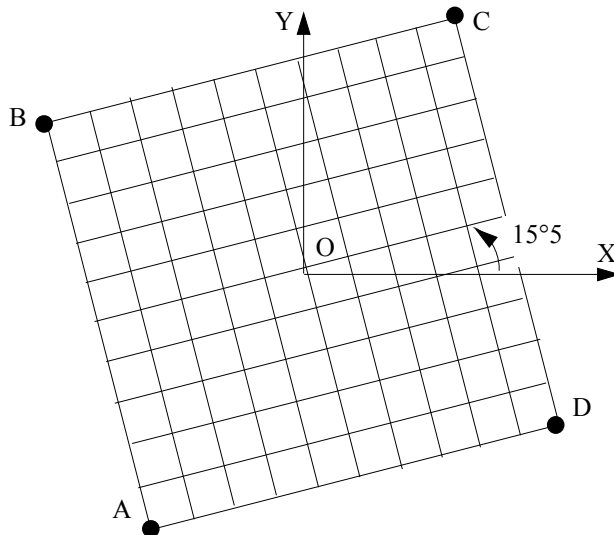
Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ce sont les modes 6 et 7 de *Code\_Aster*.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

| Mode n° | Fréquence ( Hz ) |
|---------|------------------|
| 1       | 43,867           |
| 2       | 106.06           |
| 3       | 106.07           |
| 4       | 160.11           |
| 5       | 186,72           |
| 6       | 193.60           |
| 7       | 199.76           |
| 8       | 200.23           |
| 9       | 206.21           |
| 10      | 206.21           |
| 11      | 219.28           |
| 12      | 245.91           |
| 13      | 245.94           |
| 14      | 249.27           |

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE\_3D (QUAD8)

- La plaque est située dans le plan  $Z = 2.3$
- Point O : (0. ; 0. ; 2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de  $15,5^\circ$ . Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122  
Nombre de mailles et types : 100 QUAD8

### 8.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification                          | Instants | Référence | Aster   | % différence |
|-----------------------------------------|----------|-----------|---------|--------------|
| Fréquence<br>(mode 4 hors plan)         |          | 44.762    | 43.870  | -1.993       |
| Fréquence<br>(modes 5 & 6 hors plan)    |          | 110.52    | 106.041 | -4.052       |
| Fréquence<br>(mode 7 hors plan)         |          | 169.08    | 160.055 | -5.337       |
| Fréquence<br>(Mode 8 dans le plan)      |          | 193.93    | 193.588 | -0.176       |
| Fréquence<br>(mode 9 & 10 dans le plan) |          | 206.64    | 206.192 | -0.216       |

## 8.4 Remarques

Dans *Code\_Aster*, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code\_Aster*.

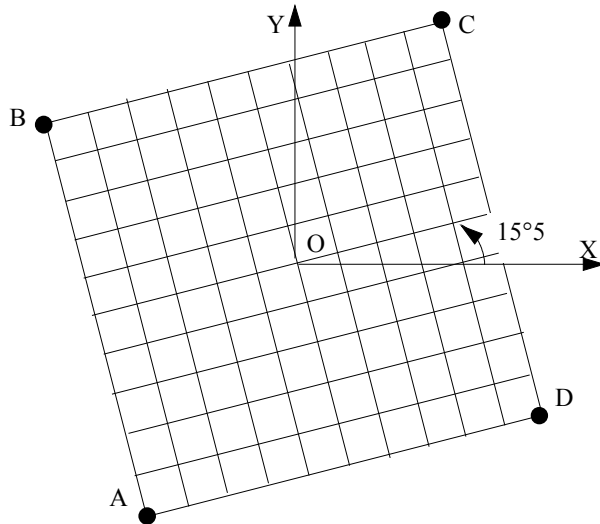
Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ce sont les modes 6 et 7 de *Code\_Aster*.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

| Mode n° | Fréquence ( Hz ) |
|---------|------------------|
| 1       | 43.87            |
| 2       | 106.04           |
| 3       | 106.04           |
| 4       | 160.06           |
| 5       | 193.59           |
| 6       | 199.64           |
| 7       | 200.13           |
| 8       | 206.19           |
| 9       | 206.19           |
| 10      | 219.26           |
| 11      | 245.68           |
| 12      | 245.68           |
| 13      | 249.20           |
| 14      | 287.99           |

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

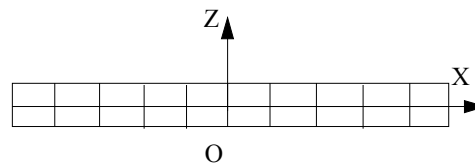


Modélisation 3D (HEXA20)

- Le plan moyen de la plaque est situé dans le plan  $Z = 2.3$
- Point O : (0. ; 0. ; 2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA :  $w=0$



### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1266  
Nombre de mailles et types : 200 HEXA20

### 9.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification                          | Instants | Référence | Aster              | % différence     |
|-----------------------------------------|----------|-----------|--------------------|------------------|
| Fréquence<br>(mode 4 hors plan)         |          | 44.762    | 43.862             | -2.009           |
| Fréquence<br>(modes 5 & 6 hors plan)    |          | 110.52    | 105.953            | -4.132           |
| Fréquence<br>(mode 7 hors plan)         |          | 169.08    | 159.749            | -5.518           |
| Fréquence<br>(Mode 8 dans le plan)      |          | 193.93    | 193.590            | -0.175           |
| Fréquence<br>(mode 9 & 10 dans le plan) |          | 206.64    | 199.410<br>199.903 | -3.498<br>-3.260 |

## 9.4 Remarques

Dans *Code\_Aster*, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code\_Aster*.

Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ce sont les modes 6 et 7 du *Code\_Aster*.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

| Mode n° | Fréquence ( Hz ) |
|---------|------------------|
| 1       | 43.86            |
| 2       | 105.95           |
| 3       | 105.95           |
| 4       | 159.75           |
| 5       | 193.59           |
| 6       | 199.41           |
| 7       | 199.90           |
| 8       | 206.16           |
| 9       | 206.16           |
| 10      | 219.27           |
| 11      | 245.07           |
| 12      | 245.07           |
| 13      | 249.13           |
| 14      | 287.75           |

## 10 Synthèse des résultats

---

Compte tenu de la nature de la solution numérique (éléments finis volumiques), les résultats obtenus sont satisfaisants pour les :

modélisation A et B (`DST`) l'écart maximum est de moins de 4% pour les 5 premiers modes,  
modélisation E et F (`COQUE_3D`), l'écart maximum est d'environ 5% pour les 5 premiers modes,  
modélisation G (3D), l'écart maximum est d'environ 5% pour les 5 premiers modes,  
les modes de référence 5 et 6 hors plan présentent des symétrie différentes de celles rencontrées dans les modélisations E, F et G, mais elles sont équivalentes car il s'agit de recombinaisons modales.

Les modélisations C et D (`DKT`) sont moins satisfaisantes avec des écarts relatifs atteignant 10% sur le mode 7 hors plan, ceci est dû à la non prise en compte du cisaillement transverse pour cette plaque relativement épaisse.

De plus on observe l'apparition de modes de flexion et membrane pour toutes ces modélisations, y compris la modélisation 3D volumique G. Lorsque l'on raffine suffisamment les maillages, cette tendance se confirme et les écarts relatifs régressent. Le calcul 3D a par ailleurs montré qu'en deçà d'un maillage  $6 \times 6$  dans le plan ( $XY$ ), les modes de flexion et membrane n'étaient pas détectés.