

## SDLS115 – Comparaison avec la solution analytique d'une plaque en traction

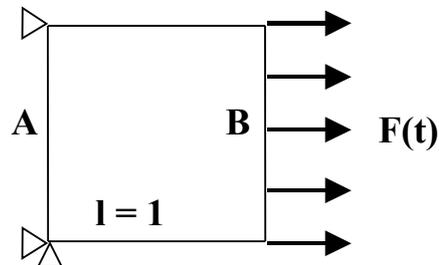
---

### Résumé :

Ce test valide le fonctionnement de base de la modélisation DKT pour un calcul transitoire avec un schéma explicite d'intégration numérique par l'opérateur `DYNA_NON_LINE`. La plaque est soumise aux conditions aux limites correspondant à une traction simple, permettant de retrouver la réponse calculée analytiquement.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Plaque carrée :  
Longueur :  $l=1.0\text{ m}$   
Épaisseur :  $e=0.1\text{ m}$

### 1.2 Propriétés du matériau

Module de Young,  $E=4.388\ 10^{10}\text{ N/m}^2$

Coefficient de Poisson,  $\nu=0.0$

Densité,  $\rho=2500.0\text{ kg/m}^3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le coté A on impose le déplacement horizontal  $u_x=0.0$ .

On applique la force linéique sur le coté B dans la direction  $x$ , qui dépend du temps comme,

$$F(t)=Q_0 E K e \cos(Kl) \sin(\omega t),$$

où l'on utilise les paramètres suivants :

- $Q_0$  (  $=10^{-4}\text{ m}$  ) - amplitude du chargement
- $E$  – module de Young défini ci-dessus (en  $\text{N/m}^2$  )
- $e$  – l'épaisseur définie ci-dessus (en  $\text{m}$  )
- $l$  – la dimension de la plaque définie ci-dessus (en  $\text{m}$  )
- $K$  (  $=\frac{\pi}{8l}$  ) le nombre d'onde de la solution analytique (en  $\text{m}^{-1}$  )
- $\omega$  – fréquence (fois  $2\pi$  ), lié au nombre d'onde  $K$ ,  $K=\omega/c$ ,  $c$  étant la célérité des ondes dans la structure,  $c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Le paramétrage introduit permet d'appliquer le chargement juste pour obtenir la solution analytique, déterminée simplement par les paramètres  $Q_0$  et  $K$ , et puis par d'autres paramètres des dimensions et des propriétés matériau de la structure.

## 1.4 Conditions initiales

Au départ les déplacements valent zéro partout et les vitesses obéissent à la distribution spatiale suivante,

$$v_0(x, y) = \omega Q_0 \sin(K.x)$$

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul

On traite ici un problème de structure (quasi)-unidimensionnel soumis à une force de bord,  $F(t)$ , où la solution analytique peut s'écrire comme,

$$u(x, t) = Q_0 \cos(Kx) \sin(\omega t)$$

Afin d'obtenir cette solution on doit appliquer la force et les conditions initiales précisées ci-dessus. Les paramètres y sont également commentés.

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Il s'agit du déplacement  $x$  au nœud  $N2$  et à l'instant,  $t_{max} = 0.0012 s$ , qui doit être égal à

$$u(x_{N2}, t) = Q_0 \cos(Kx_{N2}) \sin(\omega t_{max})$$

la valeur étant calculée dans le fichier de données à partir des valeurs choisies des paramètres.

### 2.3 Incertitudes sur la solution

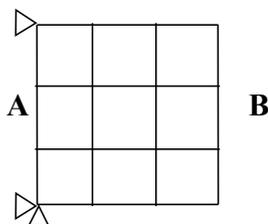
Solution exacte.

### 2.4 Références bibliographiques

S. Timoshenko, *Théorie des vibrations*, 1939

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation : **DKT**

Conditions aux limites :

**A** – arête encastée

**B** – force linéique

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 16

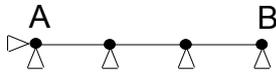
Mailles : 9 QUAD4

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Aster	% différence
Déplacement $DX$ en $N2$	3.51957D-05	3.51967D-05	0.003

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation : **BARRE**

Conditions aux limites :

**A** – noeud encastéré

**B** – force

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 4

Mailles : 3 SEG2

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Aster	% différence
Déplacement DX en N2	3.51957D-05	3.51967D-05	1.11D-02%
Energie cinétique de la troisième maille	9.10387D-02	0.09103866912916 9	3.39D-05%

## 5 Synthèse des résultats

---

Ce test a pour but principal de vérifier si la combinaison de la modélisation `DKT` et de l'opérateur `DYNA_NON_LINE` fonctionne correctement. L'écart entre la solution Aster et celle de la référence est très faible.